Test der Einsteinschen Relativitätstheorie mit Lasermessungen zum Mond

Jürgen Müller
Institut für Erdmessung
Leibniz Universität Hannover

Einige interessante Fakten zu Erde und Mond

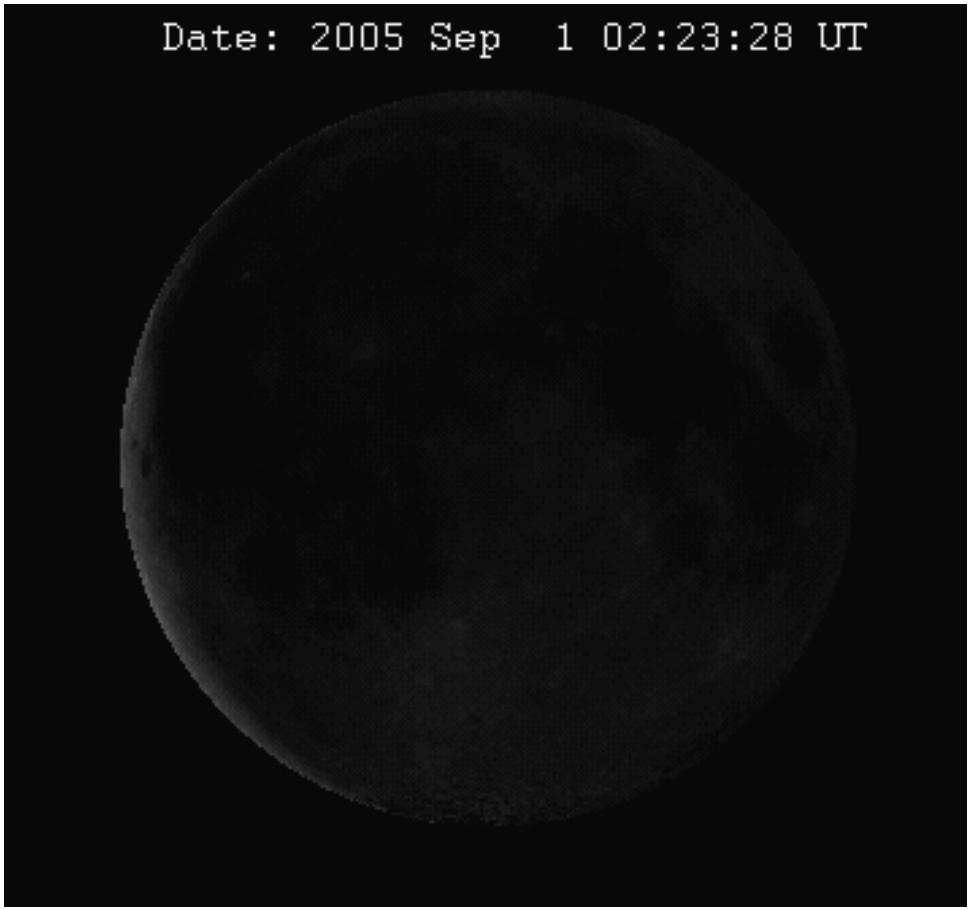
12.742 km

3.474 km

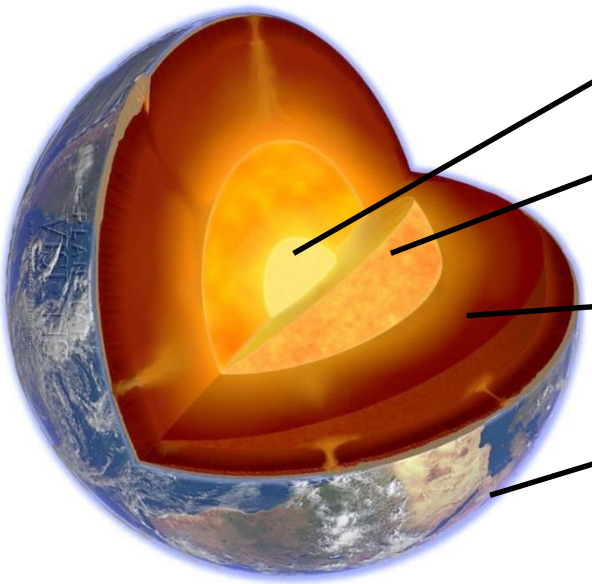
~384.000 km (~30 x Erddurchmesser)

Masse:	1 (≙ 5.9 x 10^{24} kg)	0.012
Schwerebeschl.:	9.81 m/s^2	1.62 m/s^2
Rotationsdauer:	23 h 56 min	27.3 d
Tageslänge:	24 h	29.5 d

Gebundene Rotation des Mondes



Aufbau von Erde und Mond



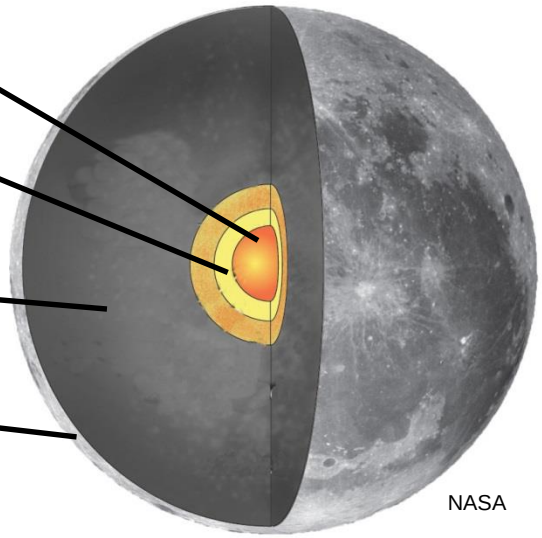
Planetary Visions Ltd.

Innerer Kern (fest)

Äußerer Kern (flüssig)

zäh **Mantel** fest

Kruste (fest)



NASA

Atmosphäre und **Biosphäre**!

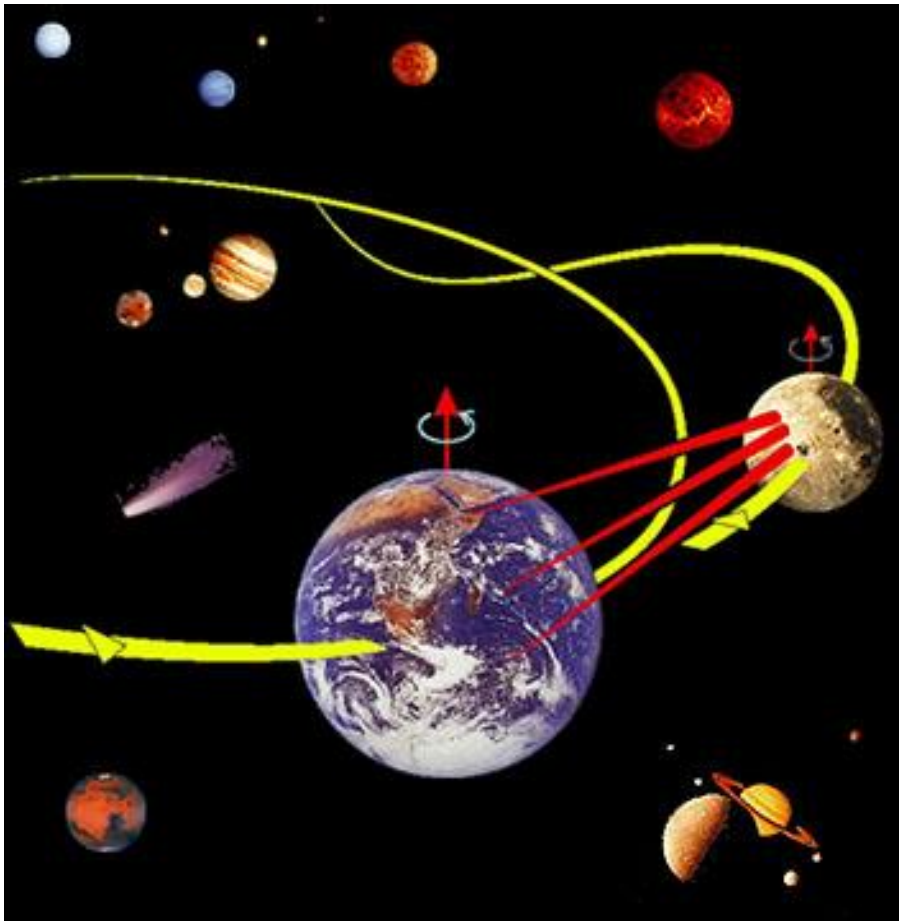
Zur Zeit kein weiterer Körper mit Leben im All bekannt

Exosphäre aus eingefangenen Teilchen des Sonnenwinds,

enthält die Masse eines irdischen Luftwürfels von 25 m Kantenlänge

Erde-Mond-Dynamik

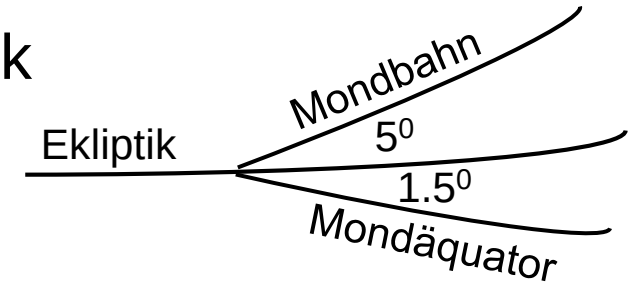
- Erde und Mond rotieren je um ihre eigene Achse
- Erde und Mond bewegen sich um gemeinsamen Massenmittelpunkt
- Erde-Mond bewegen sich um die Sonne
- gravitative Störungen durch Sonne und Planeten



Personen - Historisches

D. Cassini (1625-1712)

- gebundene Rotation des Mondes
- Mondbahn, Mondäquator und Ekliptik schneiden sich in einer Geraden



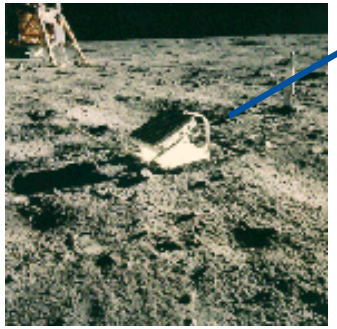
P. Laplace (1802)

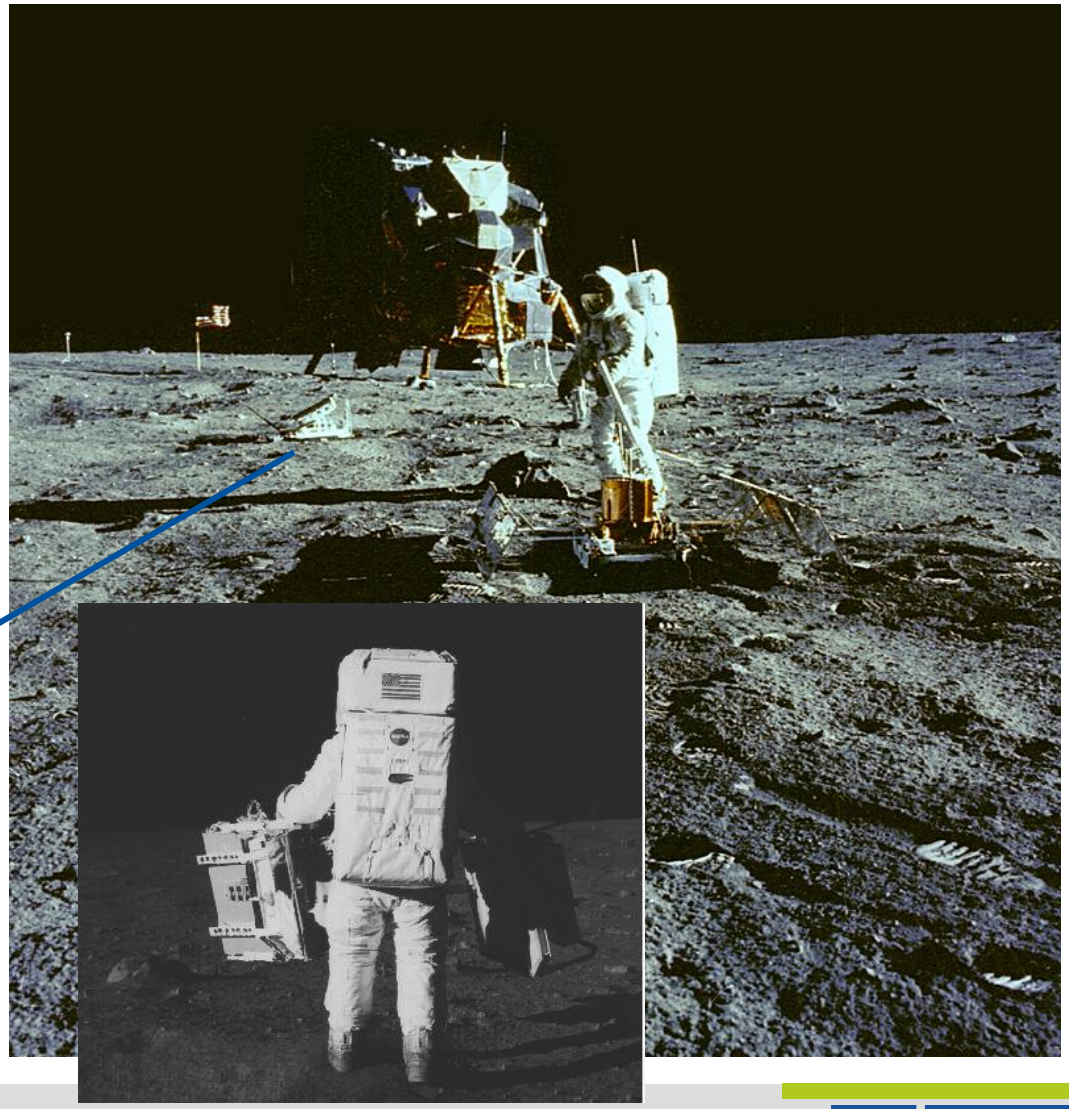
Bestimmung der dynamischen Erdabplattung aus Bahnstörungen des Mondes

F. Helmert (1884)

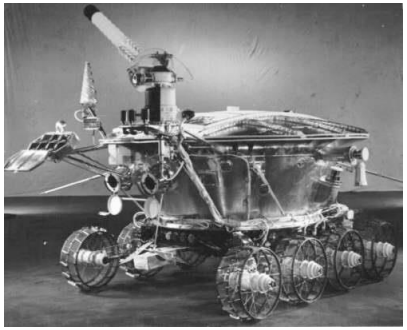
Bestimmung von Breite und Länge aus parallaktischem Winkel

Apollo 11 (1969)



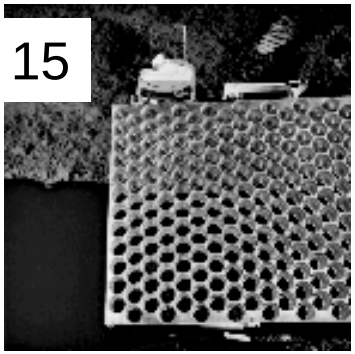


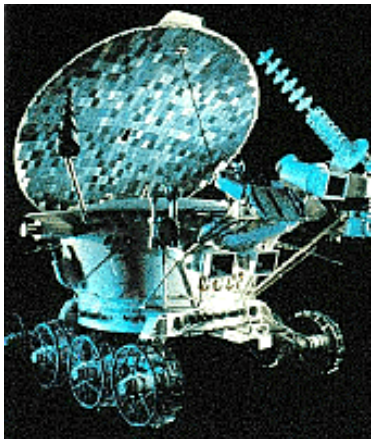
Reflektoren auf dem Mond



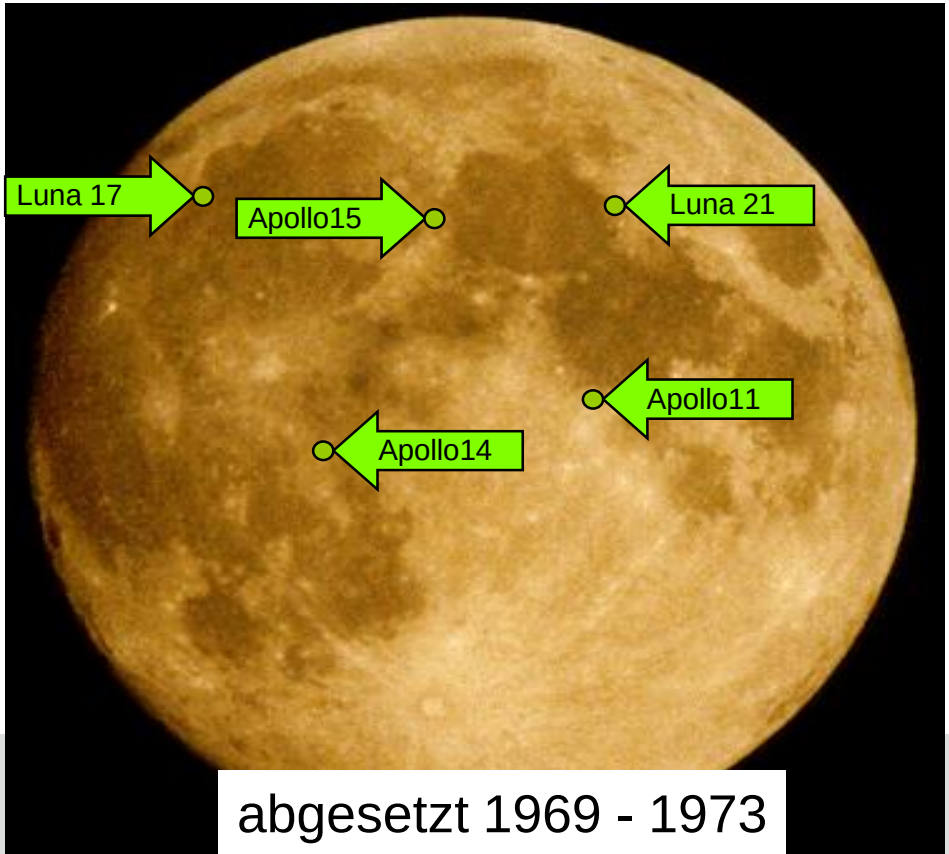
Luna 17

Apollo 15



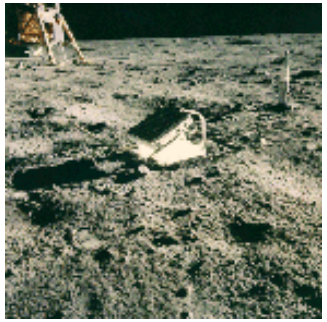


Luna 21



abgesetzt 1969 - 1973

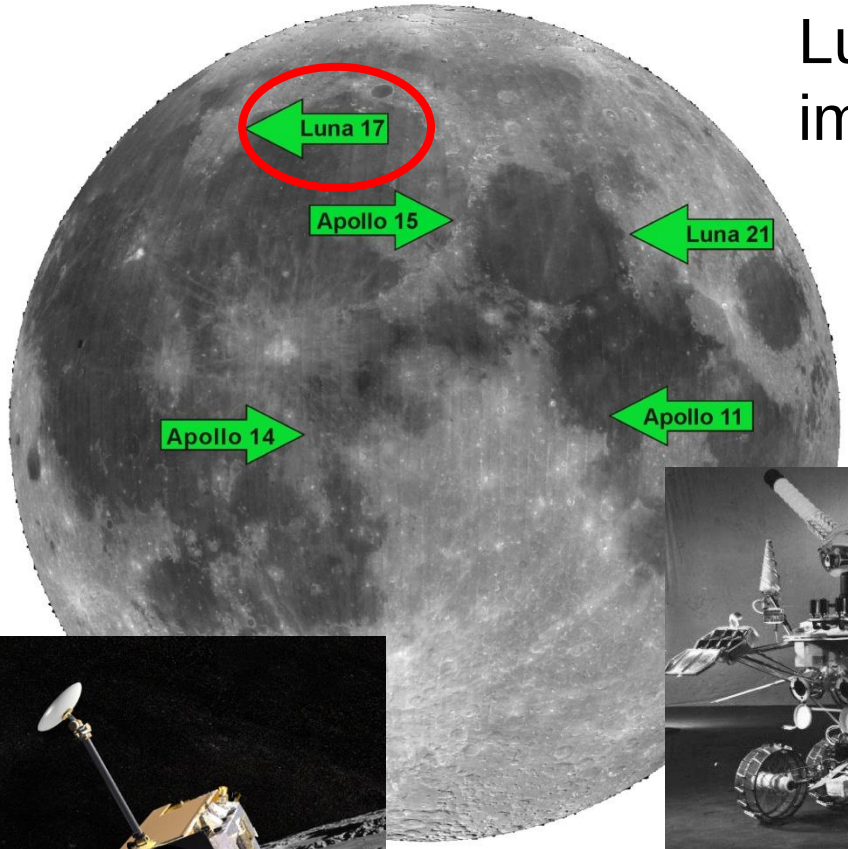
Apollo 14

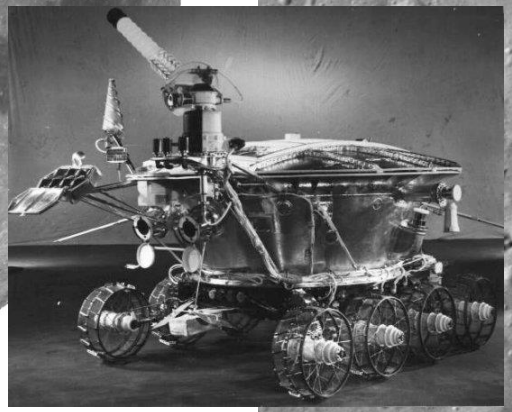


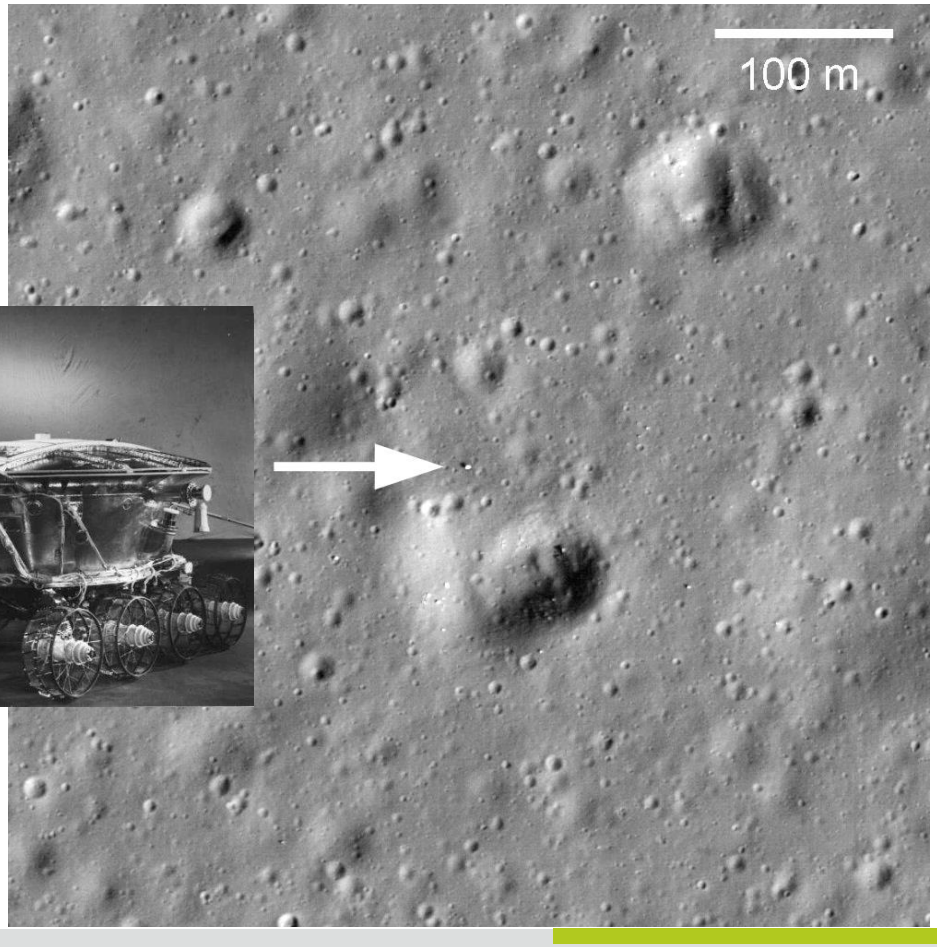
Apollo 11

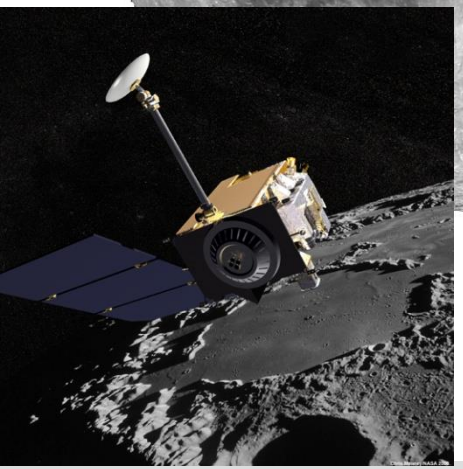
Luna17 Reflektor

Lunokhod 1 wurde wiederentdeckt im April 2010



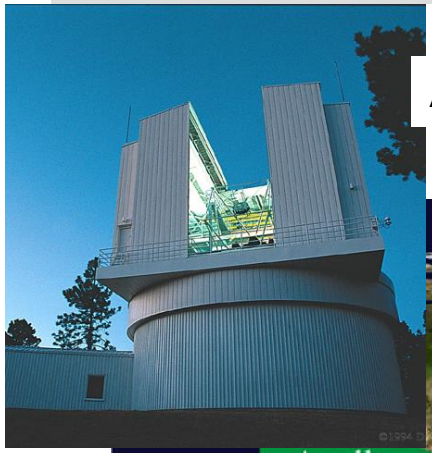






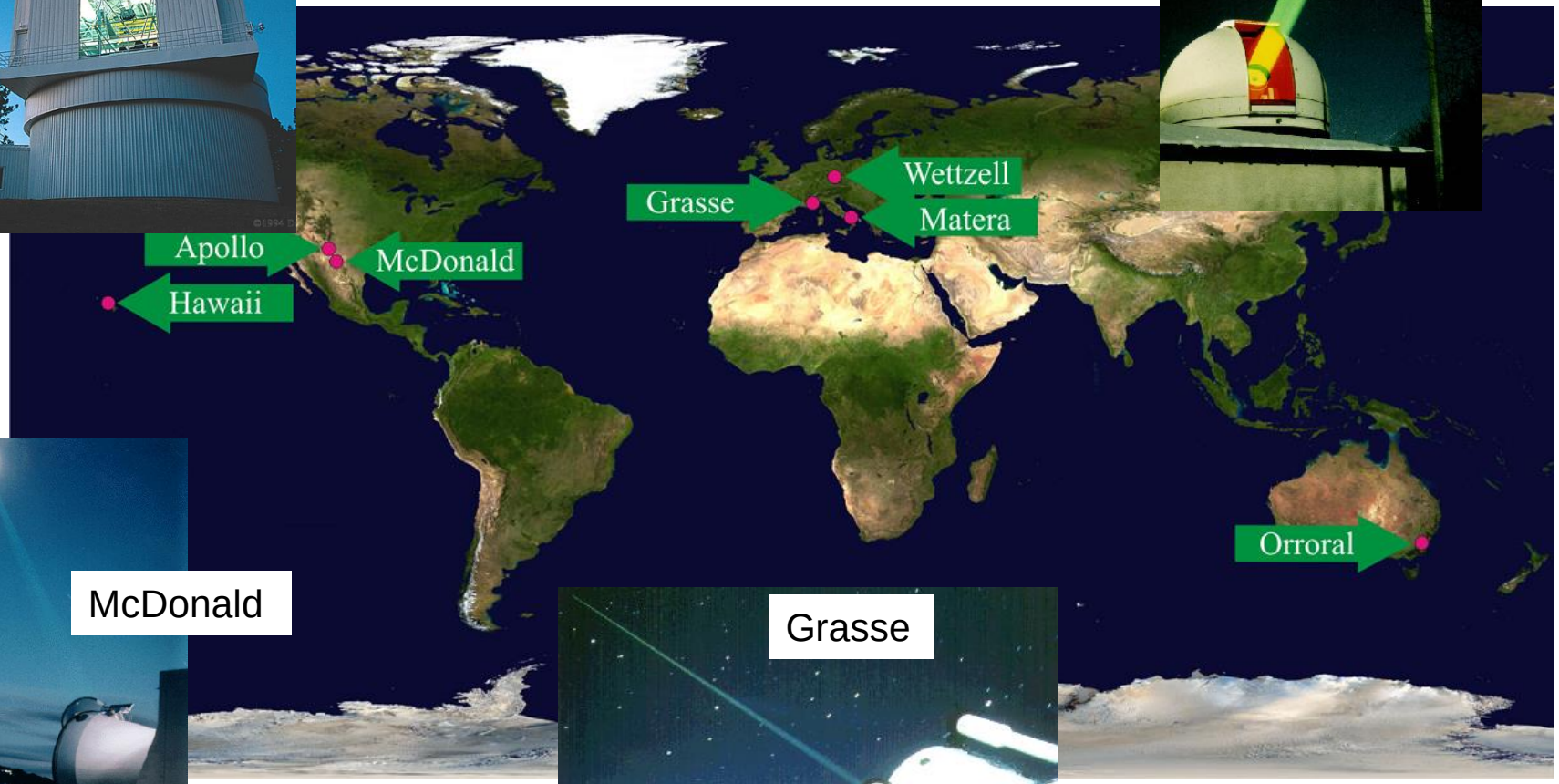
Lunar Reconaissance Orbiter (LRO)

Beobachtungsstationen auf der Erde

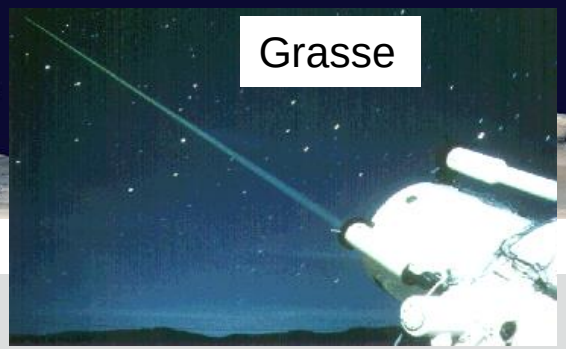


APOLLO, 3.5 m

Wettzell

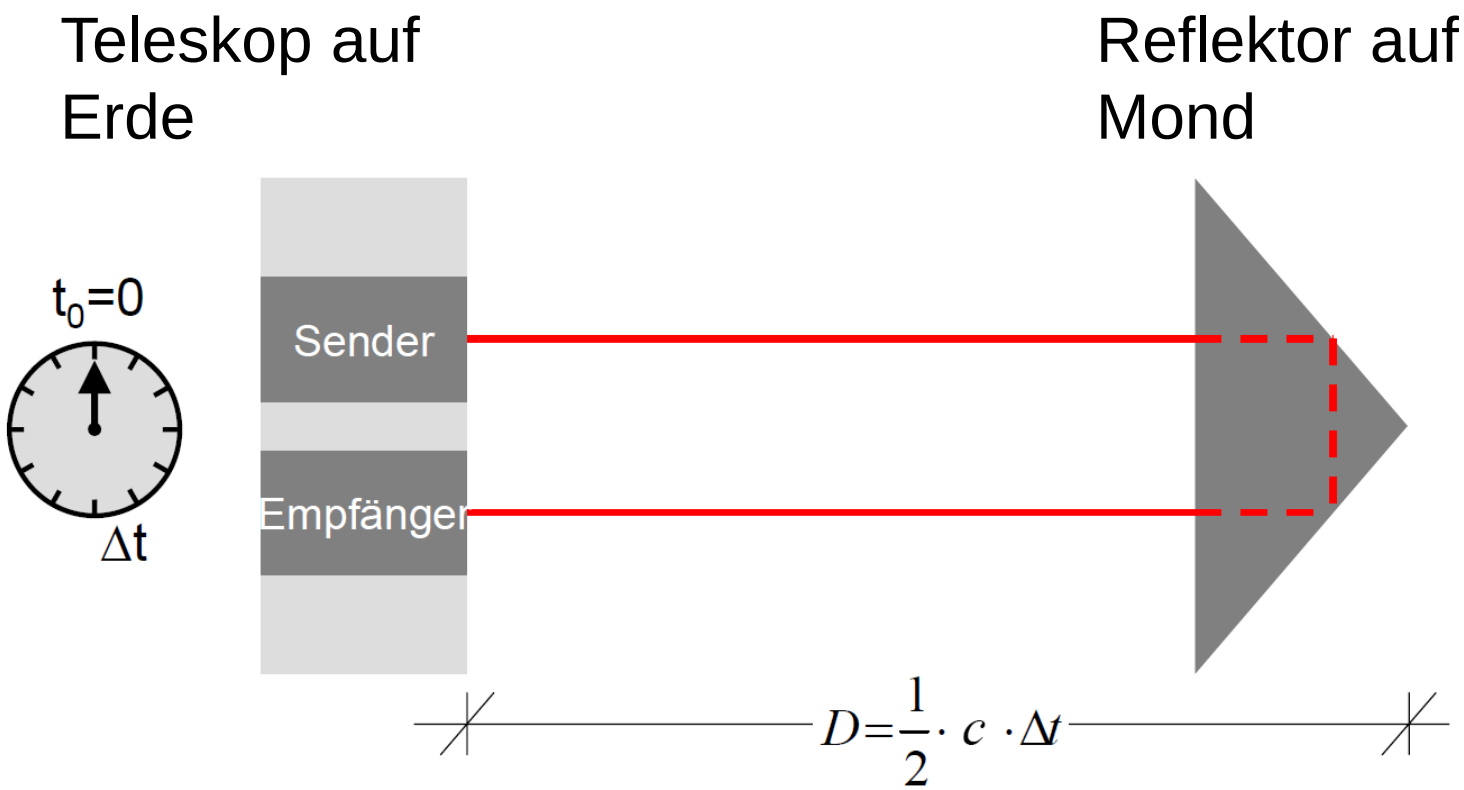


McDonald



Grasse

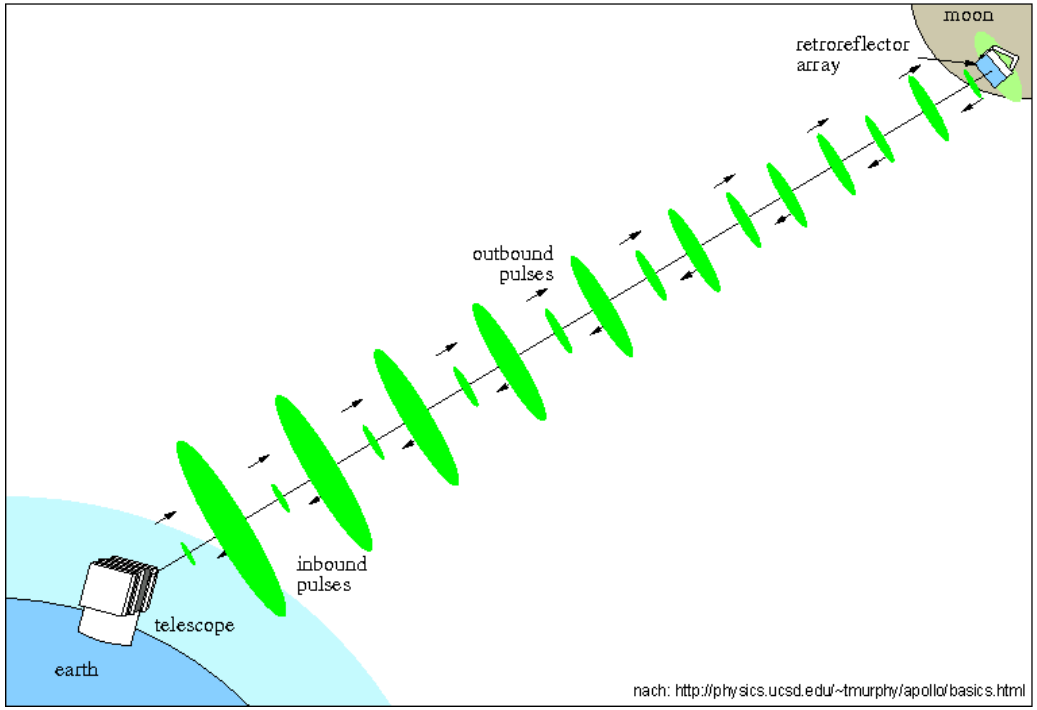
Idee: Lunar Laser Ranging (LLR)



ETH Zürich

Lasermessungen zum Mond in Praxis

- Teleskop-Durchmesser 0.7 m – 3.5 m
- Länge des Laserpulses 0.07 ns – 0.2 ns
- Ausgestrahlte Fläche auf dem Mond ~20 km², Reflektor ¼ - ½ m²
- 10^{18} - 10^{19} Photonen/gesendeter Puls, ~1 – 50 kommen zurück



Lasermessungen zum Mond in Praxis

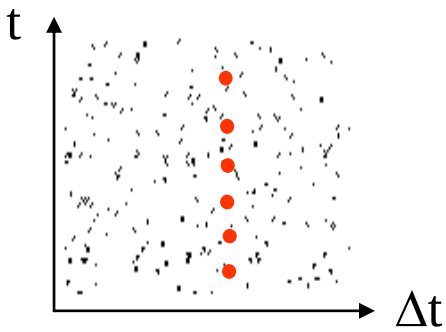
- Treffererkennung durch Filterung
  - räumlich
  - spektral
  - zeitlich
- LLR-Daten

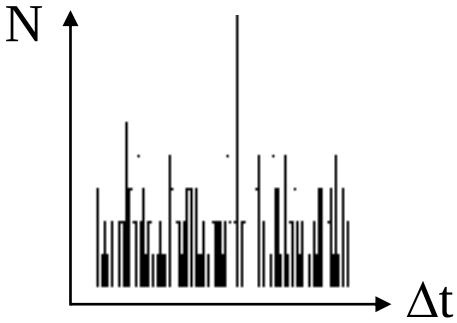
  Einzeltreffer gesammelt über 1- 15 min

  → 1 Normalpunkt

  → 27000 Normalpunkte in 50 Jahren
- Genauigkeit

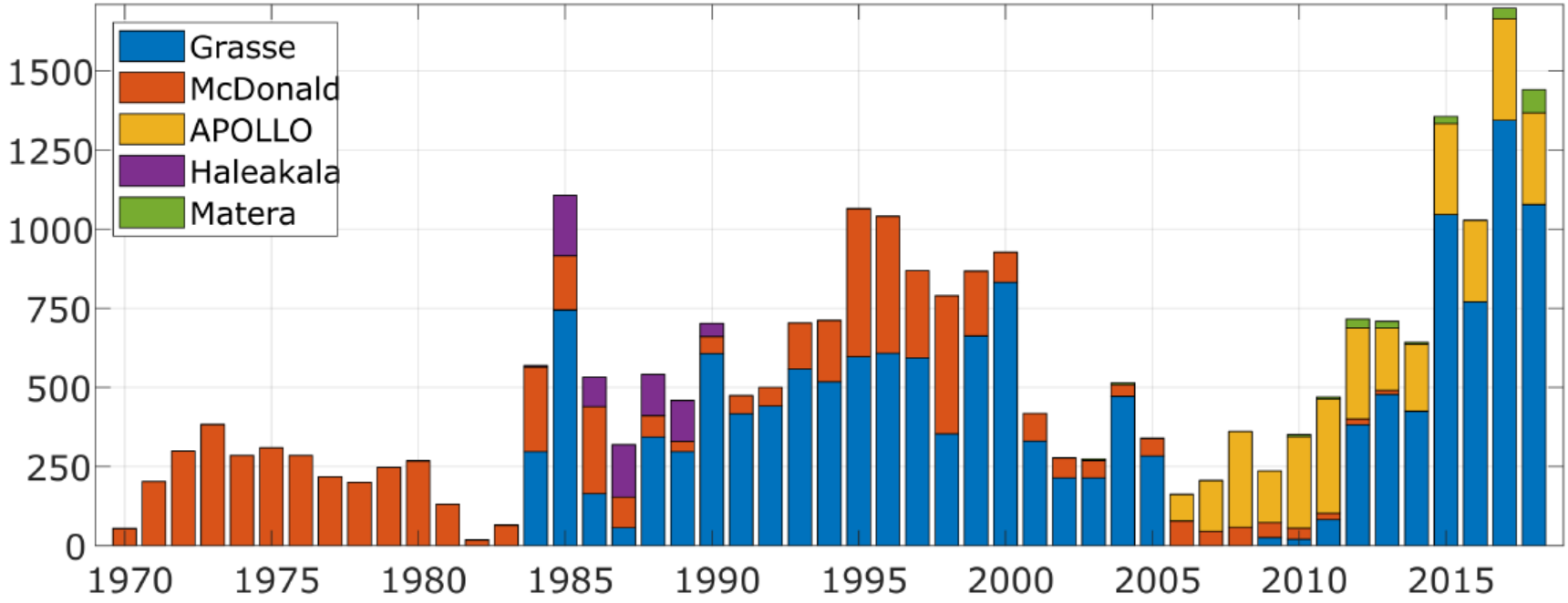
  Sub-Zentimeter (APOLLO, heute) bis einige Dezimeter vor 40 Jahren



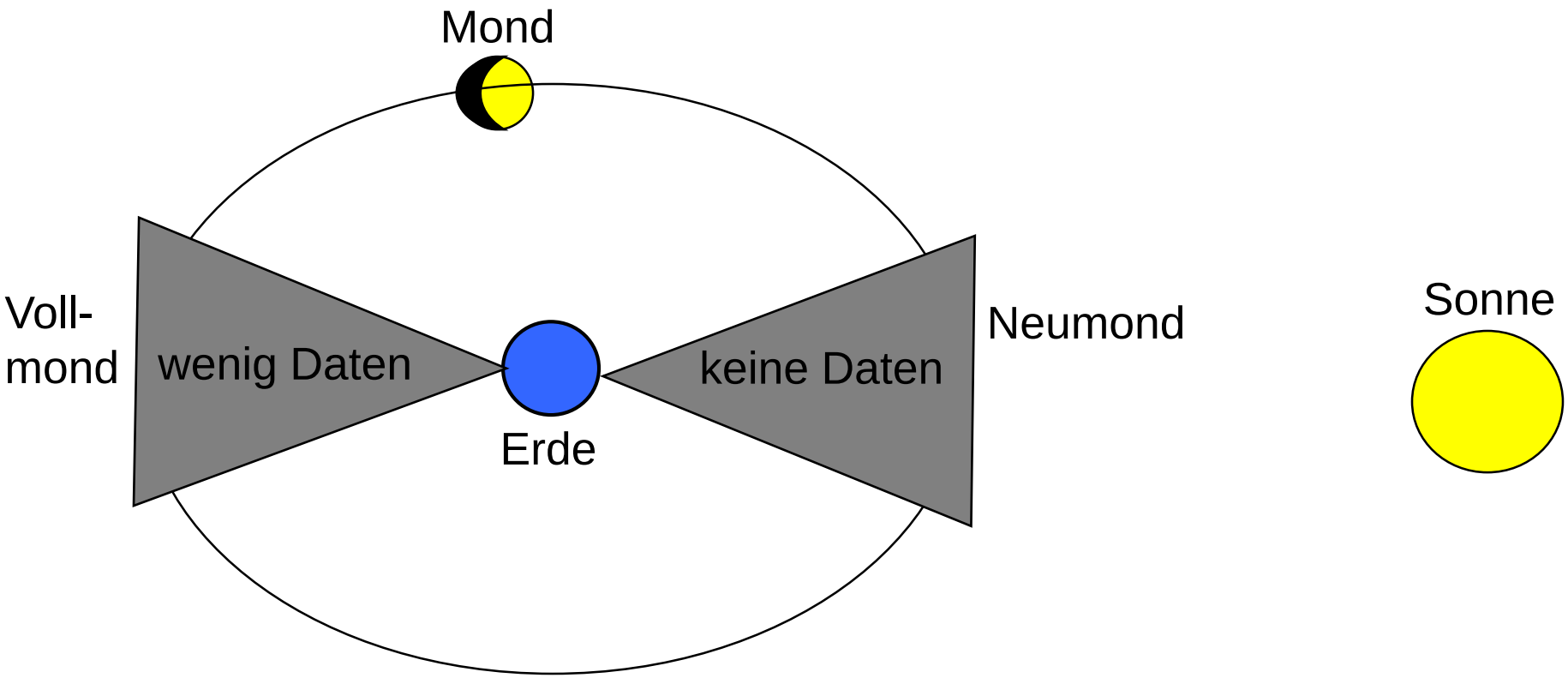


LLR – gemessene Normalpunkte

Von 1970 bis 2018 ~26000 Normalpunkte

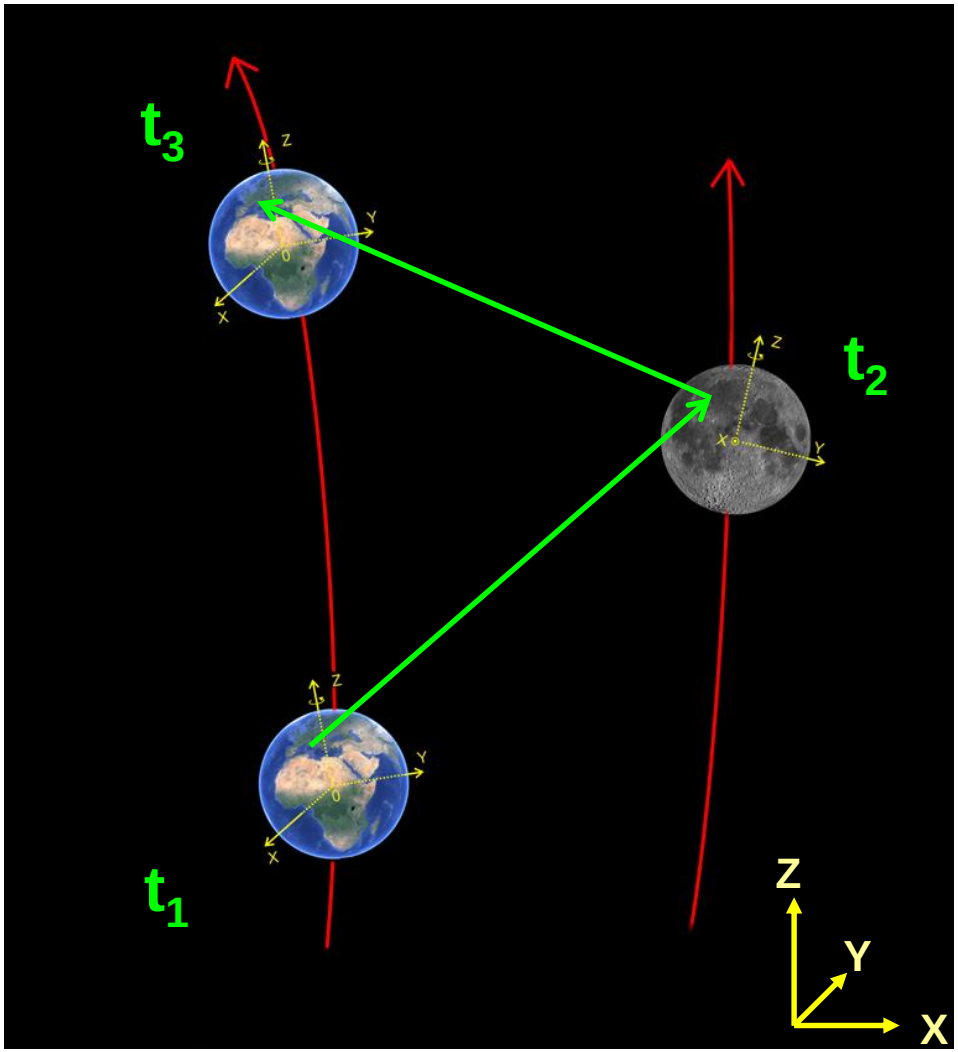


Beobachtungsverteilung pro synodischem Monat



Große Datenlücken bei Voll- und Neumond

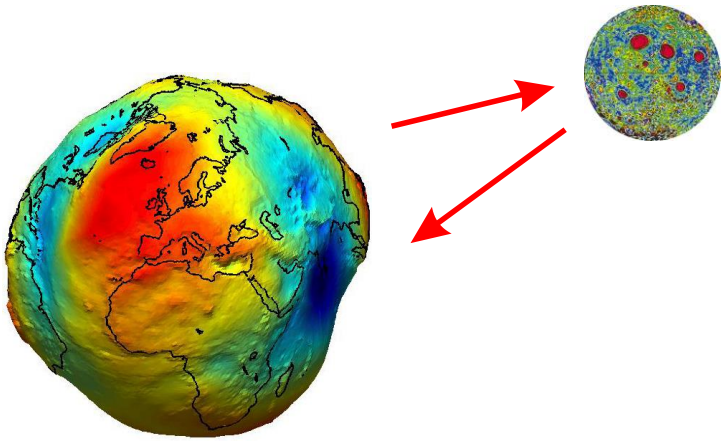
Modellierung der Beobachtungen



- Erde / Mond bewegen sich während der Messung
  → Genaue Orientierung und Position zu den Zeitpunkten
  - Erde
    - Position aus Ephemeride
    - Orientierung aus anderen Messtechniken
  - Mond
    - Position und Orientierung aus Ephemeridenmodell
- Stations- und Reflektorbewegungen
- Ausbreitung des Laserlichts
- … alles relativistisch

Relativistisches Auswertemodell

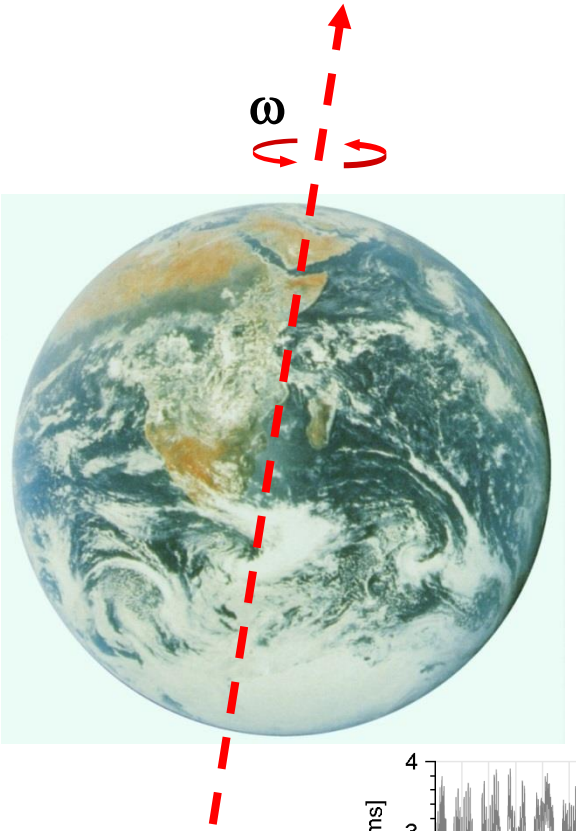
- Mondbahn, Ephemeriden
  - voll relativistisch für die größeren Körper des Sonnen-systems: Einstein-Infeld-Hofmann Bewegungsgleichungen
  - Schwerefeld von Erde und Mond, Gezeitenbeschleunigung des Mondes
- Rotation des Mondes
  - elastischer Mond, Kern, äußere Drehmomente (Venus …)
  - relativistische Rotationen
- Signalausbreitung
  - Atmosphäre
  - relativistisch (Shapiro)



Zu modellierende Effekte - Beispiele

- Erdrotationsschwankungen
- Kontinentaldrift
- Gezeiten-Effekte
- Deformation der festen Erde (Ozean/Atmosphären-Auflasten)
- Gravitation durch Asteroiden
- Drehmomente durch Jupiter
- Kern/Mantelkopplung
- Laufzeitverzögerung in Atmosphäre
- Relativistische Effekte, wie Längenkontraktion
- Unterschiedliche Zeitsysteme
- ….

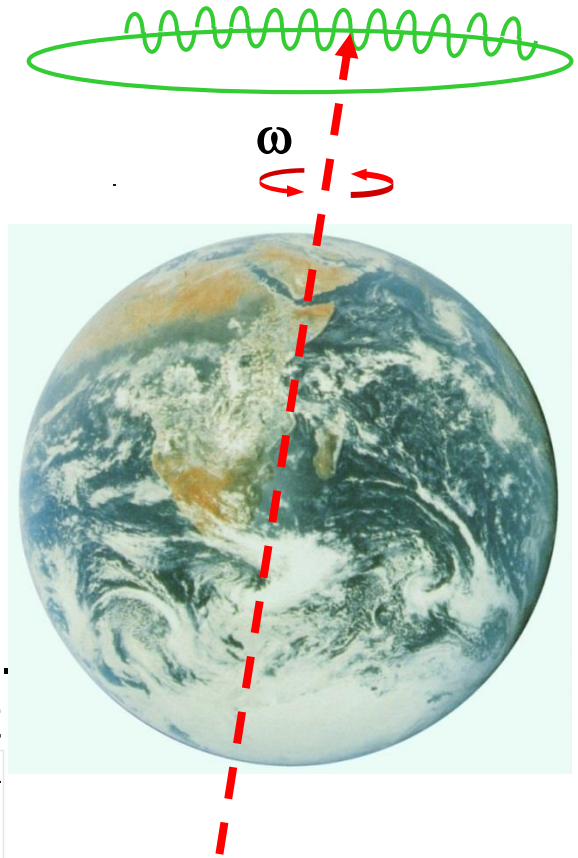
Anteile der Erdrotationsschwankung



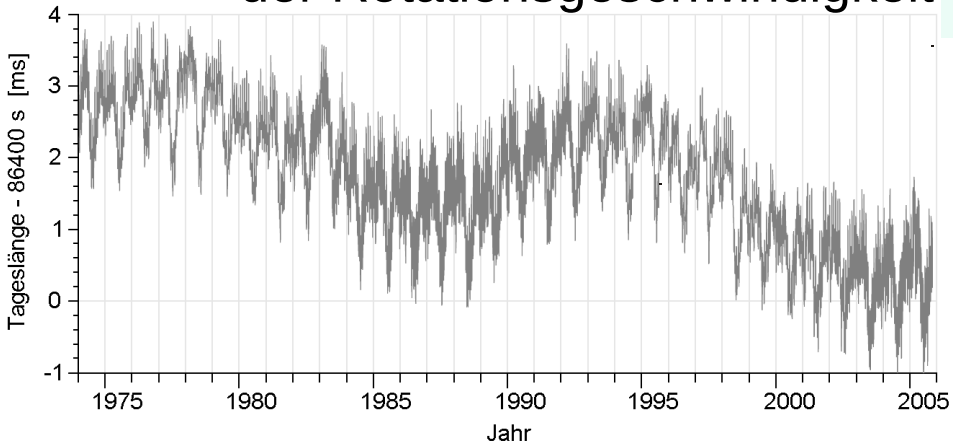
Polbewegung

Präzession

Nutation



Variation der Tageslänge bzw. der Rotationsgeschwindigkeit



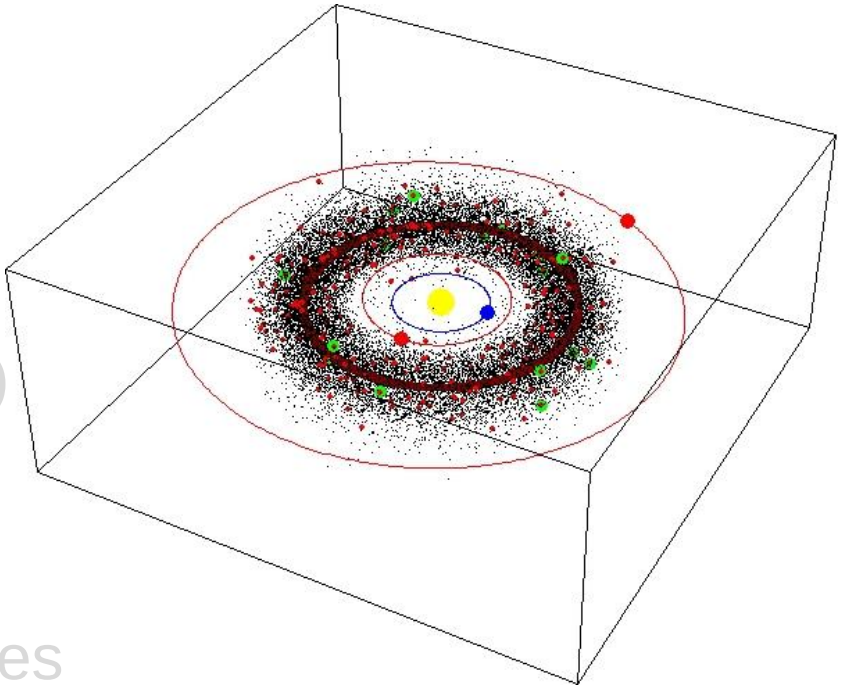
1 ms = 50 cm
am Äquator

Zu modellierende Effekte - Beispiele

- Erdrotationsschwankungen
- Kontinentaldrift
- Gezeiten-Effekte
- Deformation der festen Erde (Ozean/Atmosphären-Auflasten)
- Gravitation durch Asteroiden
- Drehmomente durch Jupiter
- Kern/Mantelkopplung des Mondes
- Laufzeitverzögerung in Atmosphäre
- Relativistische Effekte, wie Längenkontraktion
- Unterschiedliche Zeitsysteme
- ….

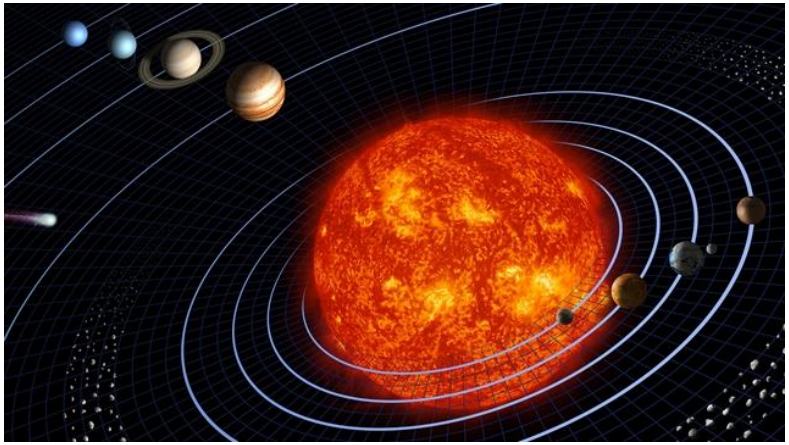
Zu modellierende Effekte - Beispiele

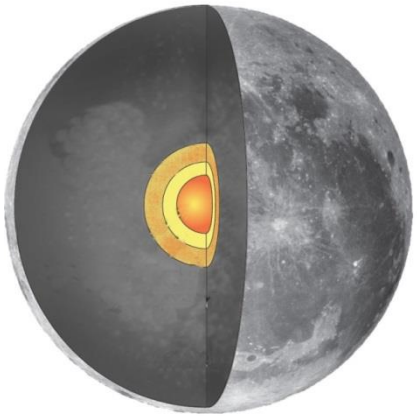
- Erdrotationsschwankungen
- Kontinentaldrift
- Gezeiten-Effekte
- Deformation der festen Erde (Ozean/Atmosphären-Auflasten)
- Gravitation durch Asteroiden
- Drehmomente durch Jupiter
- Kern/Mantelkopplung des Mondes
- Laufzeitverzögerung in Atmosphäre
- Relativistische Effekte, wie Längenkontraktion
- Unterschiedliche Zeitsysteme
- ….



Zu modellierende Effekte - Beispiele

- Erdrotationsschwankungen
- Kontinentaldrift
- Gezeiten-Effekte
- Deformation der festen Erde (Ozean/Atmosphären-Auflasten)
- Gravitation durch Asteroiden
- Drehmomente durch Jupiter
- Kern/Mantelkopplung des Mondes
- Laufzeitverzögerung in Atmosphäre
- Relativistische Effekte, wie Längenkontraktion
- Unterschiedliche Zeitsysteme
- ….

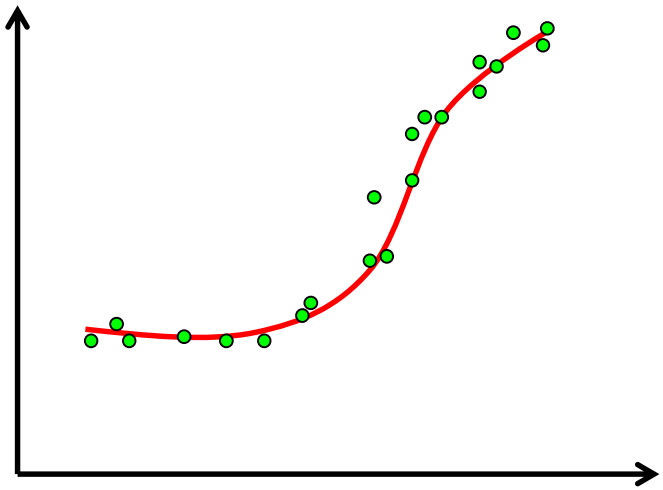


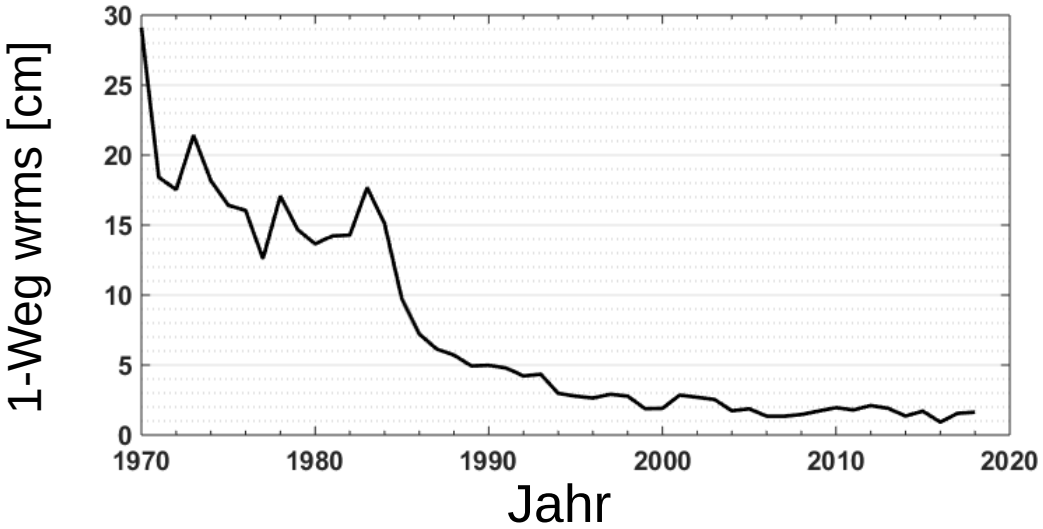


NASA

Bestimmung von Parametern

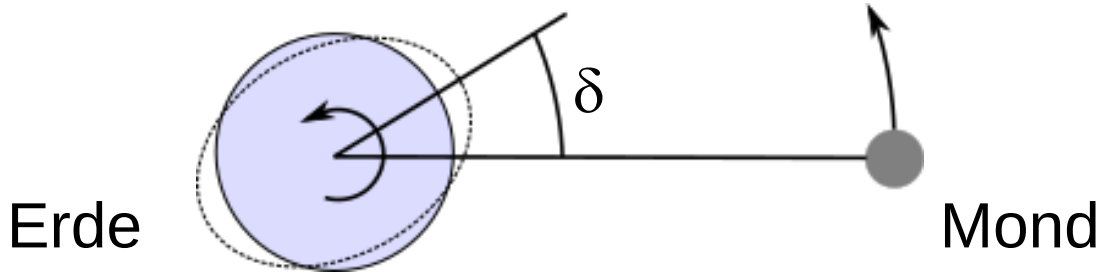
- Messung der Lichtlaufzeit ✓
- Modellierung der Lichtlaufzeit ✓
- Modell an Messungen bestmöglich anpassen (~150 Parameter)
- Residuen
  (Mess- und Modellgenauigkeit)





Ein Beispiel - klassisch

Säkulare Gezeitenbeschleunigung
sie führt zu einem Anwachsen der Erde-Mond-Entfernung von 3.8 cm/Jahr; dies entspricht einer Zunahme der Tageslänge von 2 ms/Jahrhundert



Bestimmung „relativistischer“ Parameter

Strategie: Klassische Newtonsche Effekte sind gut genug modelliert oder entsprechende Größen gleichzeitig mitbestimmt

Auswahl relativistischer Größen

- Metrik-Parameter, z.B. Raumkrümmung
- **Test des Äquivalenzprinzips**
- **Zeitvariable Gravitationskonstante $\dot{G}/G$**

- Relativistische Rotationen, wie geodätische Präzession

Test des starken Äquivalenzprinzips (ÄP)

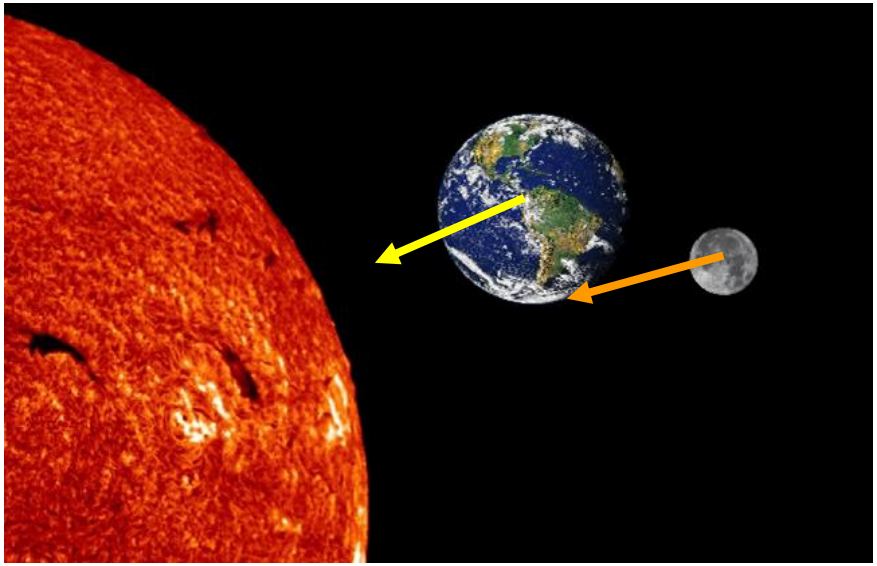
ÄP-Test mit LLR ist eine Kombination des schwachen und des starken ÄP-Tests, also

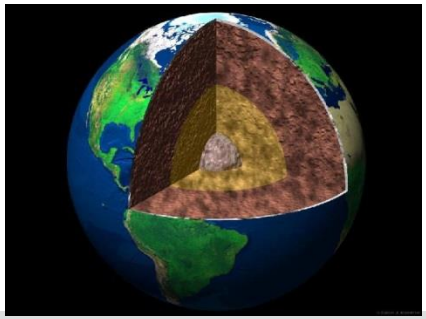
i) unterschiedliche Zusammensetzung und

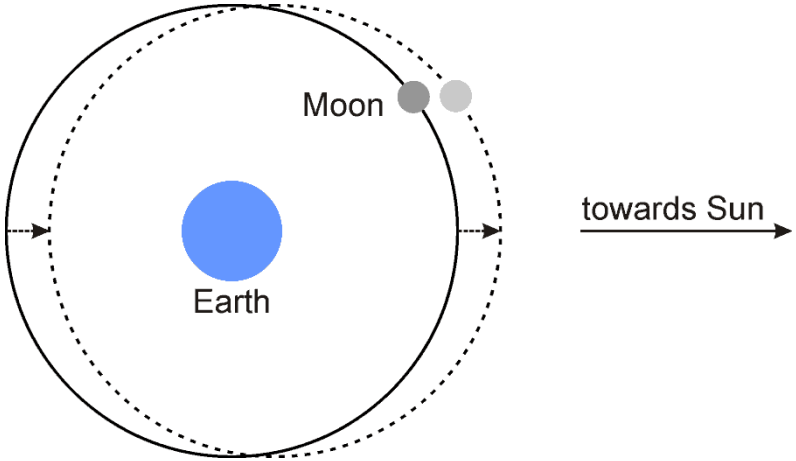
ii) zusätzlich gravitative Selbstenergie

$$\Delta r_{EM} = 13.1\,\mathrm{m}\,\eta \cos D$$

Keine Abweichung größer als 1 cm







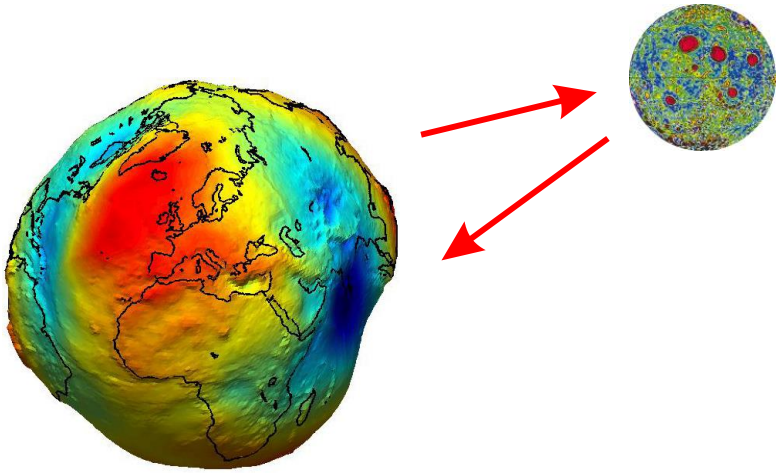
Zeitliche Variation der Gravitationskonstanten *G*

Ansatz $\boldsymbol{G = G_0 + \dot{G}\Delta t + \frac{1}{2}\ddot{G}\Delta t^2 \ldots}$

in Bewegungsgleichung $\boldsymbol{\ddot{r}_{EM} \approx -\frac{GM_{E+M}}{r_{EM}^2} \ldots}$

$$\boldsymbol{\frac{\dot{G}}{G}} = (7.1 \pm 7.6) \times 10^{-14} \;\; 1/Jahr$$

$$\boldsymbol{\frac{\ddot{G}}{G}} = (1.6 \pm 2.0) \times 10^{-15} \;\; 1/Jahr^2$$



Hohe Korrelation mit Gezeitenbeschleunigung

Ergebnisse – relativistische Größen

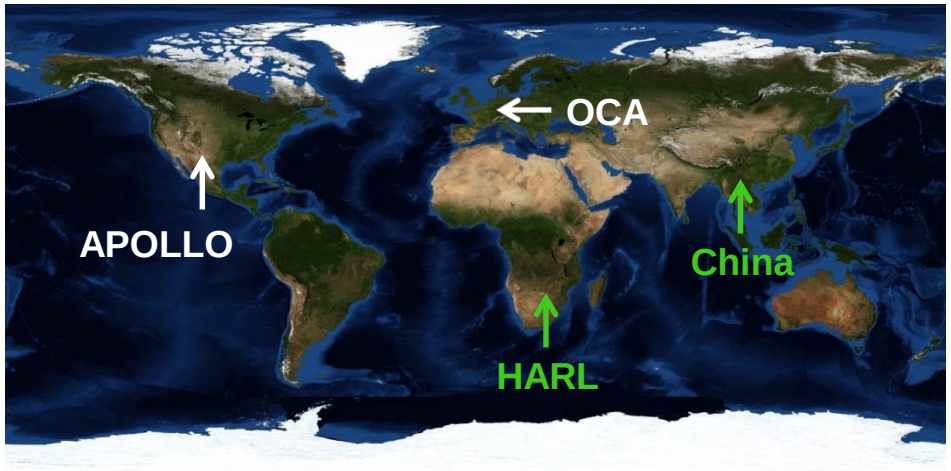
Parameter	Results
Nordtvedt parameter η (violation of the strong equivalence principle)	$(-0.2 \pm 1.1) \cdot 10^{-4}$
time variable gravitational constant $\dot{G}/G\,[yr^{-1}]$ $\ddot{G}/G\,[yr^{-2}]$ (→ unification of the fundamental interactions)	$(7.1 \pm 7.6) \cdot 10^{-14}$ $(1.6 \pm 2.0) \cdot 10^{-15}$
difference of geodetic precession $\Omega_{GP} - \Omega_{deSit}$ [″/cy] (1.92 ″/cy predicted by Einstein's theory of gravitation)	$(-5.6 \pm 8.5) \cdot 10^{-4}$
metric parameter $\gamma - 1$ (space curvature; $\gamma = 1$ in Einstein)	$(1.2 \pm 1.2) \cdot 10^{-4}$
metric parameter $\beta - 1$ (non-linearity; $\beta = 1$) or using $\eta = 4\beta - \gamma_{Cassini} - 3$ with $\gamma_{Cassini}-1$ ($\sim 10^{-5}$)	$(8.7 \pm 9.0) \cdot 10^{-5}$ $(4.5 \pm 5.6) \cdot 10^{-5}$

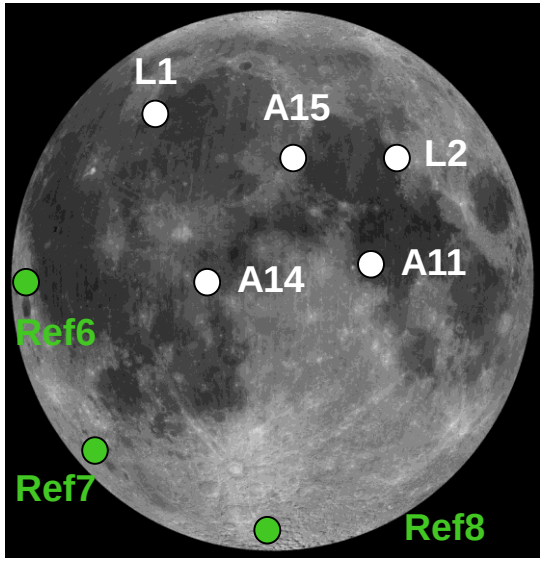
Ergebnisse – relativistische Größen (2)

Parameter	Results
Yukawa coupling constant $\alpha_{\lambda=400\,000\ \mathrm{km}}$ (test of Newton's inverse square law for the Earth-Moon distance)	$(-3.7 \pm 4.5)\cdot 10^{-12}$
special relativity $\zeta_1 - \zeta_0 - 1$ (search for a preferred frame within special relativity)	$(-5 \pm 12) \cdot 10^{-5}$
influence of dark matter δ_{gc} [cm/s^2] (in the center of the galaxy; test of strong equivalence principle)	$(-0.8 \pm 1.1)\cdot 10^{-16}$
preferred frame effects α_1 α_2 (coupled with velocity of the solar system)	$(-1.1 \pm 1.5) \cdot 10^{-5}$ $(-6.0 \pm 9.0) \cdot 10^{-6}$
preferred frame effect α_1 (coupled with dynamics within the solar system)	$(6 \pm 6) \cdot 10^{-4}$

Wie geht es weiter?

- Planung weiterer Mondmissionen, mit besseren Reflektoren oder Transpondern
- Neue Beobachtungsstationen auf Erde, mit besseren Tracking-Systemen (infrarot, differentielles LLR)
- Verbesserte Modellierung und Auswertung





Zusammenfsassung

- Lasermessungen zum Mond sind ein einmaliges Werkzeug, um die Erde-Mond-Dynamik zu studieren und die Relativitätstheorie zu testen
  - Test des Äquivalenzprinzips bezüglich der Sonne mit Zentimetergenauigkeit
  - Mögliche Zeitvariation der Gravitationskonstanten

$$\frac{\dot{\boldsymbol{G}}}{\boldsymbol{G}} = (7.1 \pm 7.6) \times 10^{-14} \ \frac{1}{Jahr}$$

- Man kann jede Menge spannende Wissenschaft betreiben, und es gibt noch viel zu lernen.

Dank

Die Arbeit wurde gefördert durch

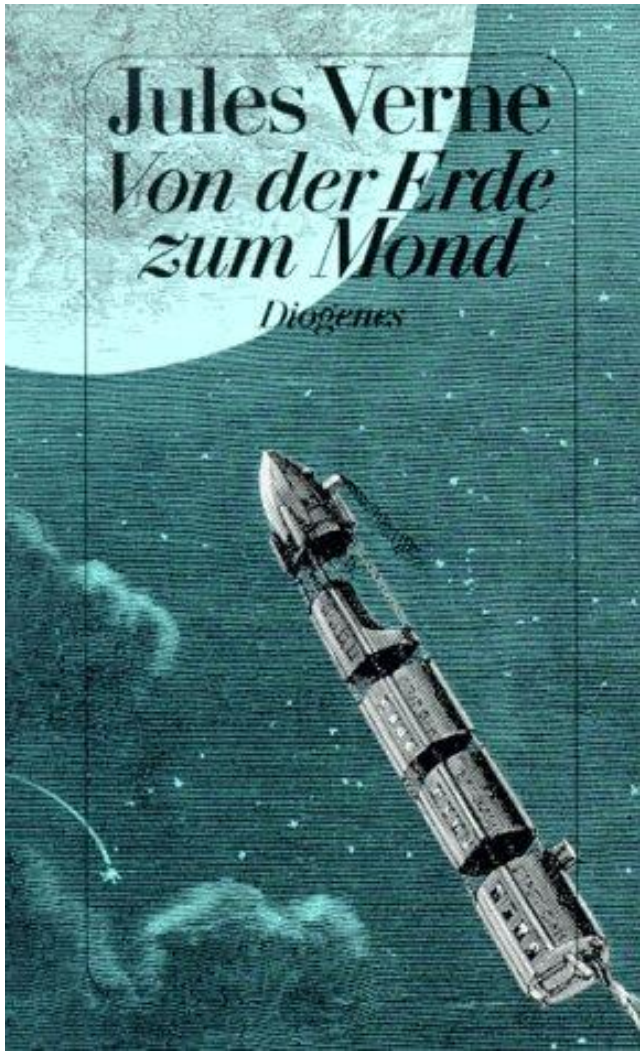
die DFG-Forschergruppen

FOR584 Earth Rotation

FOR1503 Reference Frames

DFG Forschergruppe Referenzsysteme

und das Exzellenzcluster **QUEST**
(Quantum Engineering and Space-Time Research)

Mitarbeiter: **Liliane Biskupek, Franz Hofmann, Enrico Mai**

Jules Verne (1828-1905)