Sitzungsberichte der Leibniz-Sozietät der Wissenschaften zu Berlin *135 (2018), 75–97*

Erdmute Sommerfeld

Die Klix-Operationen und -Prozeduren: anforderungsinvariant und mathematisch exakt

> *„Eine Denkoperation ist eine innere Transformation von Informationen von einer Form in eine andere. Solche Operationen löschen die bereits bestehenden Gedächtnisstrukturen nicht aus, sondern schaffen neue Strukturen...“*
>
> (Posner 1976)

Für eine Theorie der menschlichen Informationsverarbeitung sind sowohl die inhaltliche und formale Definition von Denkoperationen erforderlich als auch ihr empirischer Nachweis.

Ausgangspunkt dieses Beitrags ist die Menge der sechs elementaren kognitiven Operationen und vier kognitiven Prozeduren, die Friedhart Klix in unterschiedlichen kognitiven Anforderungen *empirisch* aufgezeigt hat (Klix 1990, 1992).

Das *Anliegen* des Vortrags besteht in der *theoretisch-systematischen* Begründung dieser Klix-Operationen und -Prozeduren.

In diesem Beitrag beschränken wir uns auf die Systematisierung und exakte mathematische Beschreibung der Klix-Operationen und -Prozeduren und deren Generalisierung. Für ihr inhaltliches Verständnis sowie für Beispiele und den Beleg ihrer Anforderungsinvarianz sei auf Klix „Die Natur des Verstandes“ verwiesen (Klix 1992, S. 262–280).

1. Die Klix-Operationen und -Prozeduren: anforderungsinvariant

> „Unter einer kognitiven Operation verstehen wir eine elementare Wirkungseinheit, die, angewandt auf eine kognitive Struktur, deren Änderung bewirkt.“ (Klix 1992, S. 262)

Klix betont, dass dabei die Idee der kognitiven Operation elementar ist, nicht der Ersetzungsprozess selber. So kann mit der Komplexität des Gegenstandes der Operationsaufwand steigen, obwohl der Grundtypus der Operation der gleiche bleibt (vgl. auch Klix 1992, S. 266).

> „Eine kognitive Prozedur ist eine Folge von Operationen, die, miteinander verkettet, zusammenhängende Zustandsänderungen bewirken, von denen nur das Resultat greifbar ist. Die Zwischenschritte sind zumeist flüchtig und entziehen sich der mentalen Kontrolle.“ (Klix 1992, S. 262)

Die folgenden Operationen und Prozeduren hat Friedhart Klix *empirisch* aufgezeigt in den kognitiven Anforderungen „Wahrnehmung“, „Lernen“, „Begriffsbildung“, „konstruktives Denken“ und „Problemlösen in der Technik“ (Klix 1990, 1992). Darüber hinaus hat er sie durch ihre *evolutionäre* Herausbildung begründet (Klix 1993).

Kognitive Operationen (Klix 1992, S. 264–270): *Aktivation* und ihr Gegenstück, die *Inhibition, Substitution* (Ersetzung eines mentalen Zustandes durch einen anderen, z.B. Substitution von Begriffsstrukturen durch Symbole), *Transition* (mentale Überführung eines Zustandes in einen anderen, z.B. Überführung einer horizontalen Bewegung in eine kreisförmige), *Projektion* (Abbildung, z.B. von Relationen innerhalb eines Sinnesgebietes auf Relationen innerhalb eines anderen Sinnesgebietes), *Inversion* (angewandt auf das Ergebnis einer Operation kehrt sie diese um, stellt also den Zustand vor der Anwendung der Operation wieder her).

Kognitive Prozeduren (Klix 1992, S. 270–280): *Vergleich* (zur Urteilsbildung), *Verkettung* (bei der Strategiebildung, z.B. Konstruktion von Teilwegen zur Zielerreichung), *Verdichtung* (von Merkmalen, z.B. Klassenbildung), *Verkürzung* (von Operationen, zur Vereinfachung komplizierter Gebilde oder Prozessverläufe, z.B. Ersetzung der Addition durch die Multiplikation).

Inversionen kognitiver Operationen und Prozeduren stellen nach Klix eine universelle Komponente kognitiver Prozesse in dem Sinne dar, dass sie die Umkehrbarkeit kognitiver Prozesse bezeichnen. An Beispielen der Operationen und Prozeduren zeigt er die Spezifik der Inversion auf (Klix 1990, 1992, S. 269–270).

Mit dem empirischen Nachweis und der evolutionären Begründung ist sowohl die *Anforderungsrelevanz* als auch die *Anforderungsinvarianz* dieser Klix-Operationen und -Prozeduren belegt worden.

Eine Voraussetzung für ihre *theoretisch-systematische* Begründung besteht darin, dass sie *mathematisch exakt* beschrieben werden.

2. Die Klix-Operationen und -Prozeduren: mathematisch exakt

Wir beziehen die Aussage von Posner noch einmal ein: *„Eine Denkoperation ist eine innere Transformation von Informationen von einer Form in eine* *andere...“* und setzen dazu die oben zitierte Aussage von Klix in Beziehung: *„Unter einer kognitiven Operation verstehen wir eine elementare Wirkungseinheit, die, angewandt auf eine kognitive Struktur, deren Änderung bewirkt.“*

Somit ist es erforderlich, *kognitive Strukturtransformationen* mathematisch exakt zu beschreiben. Bei kognitiven Strukturtransformationen haben wir es mit der Transformation *struktureller* Information zu tun.

Strukturelle Information (vgl. auch Klix 1971, 2004) ist insbesondere durch Beziehungen zwischen ihren Elementen gekennzeichnet – z.B. durch grammatikalische Relationen zwischen den Worten eines Textes, durch räumliche Relationen zwischen den Teilen eines Bildes oder auch durch Beziehungen zwischen Personen. Strukturelle Information kann sowohl extern als auch intern repräsentiert (getragen) werden. Träger (Repräsentant) struktureller Information ist extern z.B. ein Text oder ein Bild und intern eine *kognitive Struktur*.

Eine Basis für die exakte Beschreibung der Klix-Operationen und -Prozeduren kann dadurch geschaffen werden, dass alle (unter bestimmten Bedingungen) möglichen *Änderungen* von kognitiven Strukturen *systematisiert* und *formalisiert* werden und die Klix-Operationen und Prozeduren in eine solche Systematik *eingeordnet* werden.

Ein solcher Ansatz zur Systematisierung und Formalisierung kognitiver Strukturtransformationen wurde in Sommerfeld (1994) entwickelt. Im Folgenden wird davon ein Ausschnitt beschrieben, der die formale Basis für die im Weiteren durchzuführende Einordnung der Klix-Operationen und -Prozeduren in die Systematik darstellt.

2.1 Systematisierung und Formalisierung kognitiver Strukturtransformationen

Da sich bei kognitiven Strukturtransformationen sowohl die repräsentierende Struktur als auch die repräsentierte Information ändern können (nicht nur gleich- sondern auch gegenläufig), besteht die *Grundidee* des Modellansatzes in der *Systematisierung* aller (unter bestimmten Bedingungen) möglichen *Änderungen* von *Struktur* und *Information* und in deren *Formalisierung*. Damit wird eine Grundlage dafür geschaffen, dass die Menge aller unter bestimmten Bedingungen möglichen bildbaren internen Repräsentationen (kognitiven Strukturen) *vollständig* charakterisiert werden kann.

Basis für die exakte Beschreibung dieser kognitiven Strukturtransformationen ist die Formalisierung sowohl der repräsentierenden (tragenden) Struktur als auch der repräsentierten (durch die Struktur getragenen) Information.

Betrachten wir als erstes die *Formalisierung* einer *Struktur* als Träger (Repräsentant) einer strukturellen Information.

Eine Struktur kann durch eine relationale Algebra formal beschrieben werden. Dabei entsprechen die Elemente der Struktur den Elementen der Trägermenge der relationalen Algebra. Wenn die Menge der Relationen nur ein- und zweistellige Relationen enthält, kann eine Struktur durch einen Graphen beschrieben werden.

Definition 1. $G = (V, E, f, g, W_V, W_E)$ ist ein (endlicher, markierter, gerichteter) *Graph* gdw. V eine endliche nichtleere Menge ist, $E \subseteq V \times V$ gilt, W_V und W_E Potenzmengen nichtleerer Mengen W_V^* und W_E^* sind und $f: V \rightarrow W_V$ bzw. $g: V \times V \rightarrow W_E$ Funktionen von V in W_V bzw. $V \times V$ in W_E sind. Dabei gilt $g((u, v)) = \emptyset$, wenn $(u, v) \notin E$.

Der Graph $G' = (V', E', f', g', W_V, W_E)$ ist ein *Teilgraph* von G gdw. $V' \subseteq V$ und $E \subseteq E \cap (V' \times V')$ gilt und die Funktionen f' bzw. g' Einschränkungen von f auf V' bzw. g auf E' sind. Dabei gilt

$$g'(e) = \begin{cases} g(e), \text{falls } e \in E' \\ \emptyset, \text{sonst} \end{cases} \quad \text{für jedes } e \in V' \times V'.$$

G' ist ein *induzierter Untergraph* von G gdw. $E = E \cap (V' \times V')$ gilt.

Dabei ist $G' =_{Def} G < V' > = G < E^* >$ induziert durch die Knotenmenge V' oder die Kantenmenge $E^* \subseteq E'$ mit der Eigenschaft, dass für jeden Knoten $u \in V'$ ein Knoten $v \in V'$ mit $(u, v) \in E^*$ oder $(v, u) \in E^*$ existiert.

□

Erläuterung: V ist die Knotenmenge, E die Kantenmenge des Graphen G. Die Knoten repräsentieren die Grundelemente einer Struktur, die Kanten repräsentieren die Relationen zwischen diesen Grundelementen. W_V bzw. W_E sind Mengen möglicher Markierungen (Eigenschaften) von Knoten bzw. Kanten. Dabei nehmen wir an, dass die Markierungen aus Mengen elementarer Eigenschaften bestehen. Auf der Grundlage dieser Markierungen können unterschiedliche Arten von Elementen und Beziehungen zwischen ihnen beschrieben werden. Teilgraphen und induzierte Untergraphen können spezifische Teilstrukturen einer kognitiven Struktur repräsentieren. Solche Teilstrukturen sind z.B. von Bedeutung bei der Selektion lösungsrelevanter Information, wenn nicht die vollständige gegebene Information zur Lösung des vorliegenden Problems erforderlich ist. Im Weiteren fixieren wir die Mengen W_V und W_E der Knoten- und Kantenmarkierungen und schreiben für einen Graphen $G = (V, E, f, g, W_V, W_E)$ nur die Kurzform $G = (V, E, f, g)$.

In der Psychologie hat die Graphentheorie (Harary 1969; Sachs 1970) eine Tradition für die formale Beschreibung struktureller Beziehungen. Bereits 1936 schlug Lewin in seiner Arbeit „Principles of Topological Psychology" vor, den Lebensraum eines Menschen durch einen Graphen darzustellen (Lewin 1936). Eine Reihe weiterer Ansätze dazu wurden insbesondere in der zweiten Hälfte des vergangenen Jahrhunderts entwickelt, z.B. in Harary et al. (1965); Collins/Quillian (1969); Klix/Krause, B. (1969); Coombs et al. (1970); Anderson/Bower (1973); Sydow (1980); Nenniger (1980); Sydow/Petzold (1981); Klimesch (1988); Sommerfeld/Sobik (1994); Sommerfeld (1994).

Nachdem eine Struktur als Träger (Repräsentant) struktureller Information formal beschrieben ist, wenden wir uns der *Formalisierung* der *Information* zu, die durch eine Struktur getragen (repräsentiert) wird.

Durch die informationstheoretischen Arbeiten von Shannon und Weaver (1949) und Weiterentwicklungen ist eine fundamentale Richtung zur Beschreibung von Information gekennzeichnet. Jedoch ist das Informationsmaß von Shannon nicht dazu geeignet, strukturelle Information zu messen.

Für einen formalen Ansatz ist insbesondere auch zu beachten, dass Information, die extern (z.B. durch ein Bild oder einen Text) repräsentiert ist, durch den Menschen unterschiedlich *interpretiert* und damit auch *intern unterschiedlich repräsentiert* werden kann.

Im Rahmen der Psychologie wurde darauf zuerst von Untersuchungen in der Wahrnehmungspsychologie her aufmerksam gemacht, die Bedeutung dieses Aspektes wurde dann auch für Gedächtnis- und Denkprozesse unterstrichen (vgl. Klix 1962; Feger 1972; Prinz 1983; Opwis/Lüer 1996). Opwis und Lüer zeigen auf, dass der Aufbau interner Repräsentationen eine aktive Rekonstruktion oder sogar Konstruktion der Außenwelt darstellt.

Es muss sich somit auch in einem theoretischen Ansatz widerspiegeln, dass menschliche Informationsverarbeitung ein aktiver, vom Empfänger determinierter Prozess ist. Das macht die *Formalisierung* von *Interpretationen* bei der Abbildung bzw. Rekonstruktion oder Konstruktion der Außenwelt in eine kognitive Struktur erforderlich.

Für die Wahrnehmungspsychologie hat diesbezüglich der Ansatz zur „Strukturellen Informationstheorie" von Leeuwenberg eine besondere Bedeutung (Leeuwenberg 1968; Buffart/Leeuwenberg 1983). Der Modellansatz wurde zur formalen Beschreibung der Erzeugung interner Repräsentationen bei der Erkennung perzeptiver Muster erstellt. Leeuwenberg knüpft an den

Ansatz von Mac Kay (1950) an und geht davon aus, dass das menschliche Codierungssystem ökonomisch arbeitet und die jeweils kürzeste Beschreibung eines Musters verwendet. Er hat ein Komplexitätsmaß („structural information load“) entwickelt, das auf einem minimalen Code basiert, auf dessen Grundlage die interne (kognitive) Struktur des wahrgenommenen Musters erzeugt werden kann.

Diese Art der Beschreibung und Bewertung struktureller Information spielt bei der Erkennung, also bei der Wahrnehmung, eine Rolle. Bei Gedächtnis- und Denkanforderungen müssen darüber hinaus anforderungsabhängig noch weitere Prozesse zum Behalten und zur Verarbeitung der Information ablaufen (vgl. auch Sommerfeld/Krause 2013). Dann wird die interne Repräsentation nicht nur durch den minimalen Code (zur Erkennung) bestimmt, sondern insbesondere auch dadurch, was anforderungsabhängig auf der Basis der strukturellen Information „zukünftig“ damit getan werden muss.

Die Interpretation kann über die Anforderung hinaus durch weitere Faktoren beeinflusst werden, z.B. durch den Kontext oder das Vorwissen sowie durch persönlichkeitsspezifische und motivationale Faktoren. Das bedeutet: Bei der (formalen und experimentellen) Erfassung von Interpretationen müssen neben dem metrischen und strukturellen Aspekt der Information insbesondere auch der semantische und der pragmatische Aspekt berücksichtigt werden (vgl. dazu auch Klix 1971, 1992; Hörz 1984; Fleissner/Hofkirchner 1995; Fuchs-Kittowski 1999; Fuchs/Hofkirchner 2002; Fleischer 2013).

Eine entsprechende Charakterisierung kann auf der Grundlage des *strukturellen Informationsgehalts* geschehen, der von der *Interpretation* der gegebenen Struktur abhängt. Er ist erfassbar durch folgende Komponenten, die ein Interpretationssystem (für eine Struktur) charakterisieren (Sommerfeld/Sobik 1994). Dabei gehen wir davon aus, dass wir eine Struktur durch einen Graphen repräsentieren.

Definition 2. Sei $\mathcal{G}$ eine Menge von Graphen.

Das Tupel $Int = (J, C, s, t)$ wird als *Interpretationssystem* von G bezeichnet, wenn für einen beliebigen Graphen $G = (V, E, f, g) \in \mathcal{G}$ gilt:

- J ist eine *Menge möglicher Interpretationen,*
- $C \subseteq J$ ist eine *Menge verbotener (falscher) Interpretationen,*
- s ist eine Funktion von G in die Menge V^* aller endlichen Folgen von Knoten aus G, d.h. $s(G) \subseteq V^*$ (Selektionsfunktion)
- t ist eine Funktion von $s(G)$ in J, d.h. für jedes $w \in s(G)$ gilt $t(w) \in J$ *(Interpretationsfunktion)*.

Für jeden Graphen $G \in \mathcal{G}$ ist der *strukturelle Informationsgehalt* von G bezüglich des Interpretationssystems $Int = (J, C, s, t)$

$$I(G, Int) =_{Def.} \{ t(w) \mid w \in s(G), t(w) \notin C \}.$$

Der strukturelle Informationsgehalt $I(G_1, Int)$ eines Graphen G_1 ist kleiner als der strukturelle Informationsgehalt $I(G_2, Int)$ eines Graphen G_2 gdw. *$I(G_1, Int)$ echt enthalten ist* in $I(G_2, Int)$:

$$I(G_1, Int) < I(G_2, Int) \leftrightarrow I(G_1, Int) \subset I(G_2, Int).$$

Der strukturelle Informationsgehalt der Menge $\mathcal{G}$ ist definiert als

$$I(\mathcal{G}, Int) =_{Def.} \bigcup_{G \in \mathcal{G}} I(G, Int).$$

□

Erläuterung: Die Menge J möglicher Interpretationen kann z.B. alle syntaktisch korrekten Sätze einer Sprache enthalten. Zur Menge C verbotener Interpretationen könnten z.B. widersprüchliche Aussagen gehören oder auch syntaktisch richtige Sätze, die Unsinn aussagen.

Durch die Selektionsfunktion s werden bestimmte Sequenzen von Knoten (Elementen) auf der Basis struktureller Eigenschaften der repräsentierenden Struktur ausgewählt. Dadurch werden Teile der Trägerstruktur charakterisiert. Ein einfaches Beispiel dafür ist die Selektion aller verbundenen Elementepaare. Für die entsprechende Selektionsfunktion, die wir mit s_e bezeichnen wollen, gilt, angewandt auf den Graphen G,

$$s_e(G) = \{(u, v) \mid (u, v) \in E\}.$$

Neben dieser einfachen Art der Selektion von Information können in Abhängigkeit von der Anforderung, der Motivation oder auch der Erfahrung durch die Versuchsperson (Vp) ganz unterschiedlich komplexe Teile einer gegebenen Information selektiert werden. Findet in der gegebenen Struktur z.B. ein Informationsfluss statt, so gibt die Selektion von Kreisen bzw. Maximalwegen bereits den Hinweis darauf, zu welchen Stellen (d.h. zu welchen Personen, Computern usw.) eine von bestimmten Stellen ausgehende Information immer gelangt bzw. nicht gelangt.

Die Interpretationsfunktion t liefert für jede durch die Selektionsfunktion s bestimmte Knotensequenz eine Interpretation. Während mit Hilfe der Selektionsfunktion formalisiert werden kann, welche Elementekombination einer strukturellen Information eine Vp zur Betrachtung auswählt, steht bei der Interpretationsfunktion die Frage im Vordergrund, was die Vp von den selektierten Teilstrukturen überhaupt weiterverarbeitet. So können z.B. im

Extremfall alle mit diesen Teilstrukturen verbundenen Merkmale und Relationen von Interesse sein. In der Realität hat man jedoch häufig den Fall, dass (anforderungs-, motivations- oder auch personenspezifisch) nur ein Teil davon interessant bzw. zur Problemlösung erforderlich ist, oder dass von unterschiedlichen Vpn unterschiedlich viel Kontext berücksichtigt wird.

So bezieht sich z.B. die Interpretationsfunktion

$$t_e((u, v)) = (f(u), f(v); g((u, v)))$$

auf die Knotenmarkierung eines jeden Knotens in einem geordneten Knotenpaar (u, v) und auf die Kantenmarkierung der von u nach v gerichteten Kante. Die folgende Interpretationsfunktion berücksichtigt mehr relationalen Kontext der Elemente:

$$t_m((u, v)) = (f(u), f(v); \begin{pmatrix} g((u,u)) & g((u,v)) \\ g((v,u)) & g((v,v)) \end{pmatrix}).$$

Existiert z.B. zwischen den Elementen u und v neben der Kante (u, v) auch noch eine von v nach u gerichtete Kante, so wird durch $t_e((u, v))$ das gemeinsame Auftreten nicht berücksichtigt. Anders ist dies bei $t_m((u, v))$, wo die Markierung dieser Kante durch das Matrixelement $g((v, u))$ charakterisiert ist. Steht ein Element u bzw. v zusätzlich zu sich selbst in einer (zweistelligen) Relation (Beispiel „Er rasiert sich"), so wird das zwar auf der Grundlage von $t_m((u, v))$ registriert (durch $g((u, u))$ bzw. $g((v, v))$), jedoch nicht auf der Grundlage von $t_e((u, v))$.

Durch Kombination von Selektions- und Interpretationsfunktionen können unterschiedliche *Basiseinheiten struktureller Information* charakterisiert werden, die Grundbausteine für unterschiedliche Interpretationen bilden.

Der darauf basierende *strukturelle Informationsgehalt* ist im Gegensatz zu Shannons Informationsmaß und Leeuwenbergs Komplexitätsmaß keine Zahl, sondern wird charakterisiert durch eine *Menge von Interpretationen*. Wie bereits angesprochen, können solche Interpretationen z.B. beliebige Sätze einer natürlichen Sprache oder auch eingeschränkte relationale Aussagen sein. Dabei besteht eine partielle Ordnung zwischen unterschiedlichen strukturellen Informationen. Diese partielle Ordnung basiert auf der Mengeninklusionsrelation. Auf der Grundlage dieser Relation ist es möglich, bestimmte strukturelle Informationen zu vergleichen, jedoch können nicht beliebige Informationen bezüglich ihres strukturellen Informationsgehalts verglichen werden. So sind strukturelle Informationen mit unterschiedlichen Basiseinheiten nicht vergleichbar bezüglich ihres strukturellen Informationsgehalts. Gleiche Basiseinheiten bilden die Grundlage für die Vergleichbarkeit struktureller Information. Das ermöglicht die Charakterisierung vergleichbarer und unvergleichbarer Informationen.

Damit ist formalisierbar, in welcher *Beziehung* der strukturelle Informationsgehalt der intern abgebildeten Information zu dem der Ausgangsinformation steht. Nur bei vergleichbaren strukturellen Informationen gibt es (auf Grundlage der Mengeninklusionsrelation) die in der Definition angegebene Beziehung $I(G_1, Int) < I(G_2, Int)$. In einem solchen Falle können auf der Grundlage von Unterschieden in den Mächtigkeiten der Mengen von Interpretationen, durch die der jeweilige strukturelle Informationsgehalt charakterisiert wird, auch quantitative Unterschiede zwischen extern gegebener und intern abgebildeter Information formal erfasst werden.

In Sommerfeld (1994) sind Interpretationssysteme formalisiert worden, die unterschiedliche Teile der Trägerstruktur bzw. unterschiedlich viel (relationalen) Kontext berücksichtigen. Im Rahmen dieses Beitrags legen wir für unsere Betrachtungen das Interpretationssystem $Int_e = (J_e, C_W, s_e, t_e)$ zu Grunde – mit den oben definierten Selektions- und Interpretationsfunktionen s_e und t_e sowie der darauf basierenden Menge $Je = \{(x, y, z) \mid x, y \in W_V, z \in W_E\}$ möglicher Interpretationen und der Menge $C_W \subseteq J_e$, die alle widersprüchlichen Interpretationen der Menge J_e enthalten soll.

Die Formalisierung von Interpretationen struktureller Information stellt neben der Formalisierung von Strukturen eine weitere Grundlage für die *Systematisierung* und *Formalisierung* aller – unter bestimmten Bedingungen – möglichen *Änderungen* von *Struktur* und *Information* bei kognitiven Strukturtransformationen dar.

Unter dem Aspekt der Änderung der repräsentierten Information als auch der diese Information repräsentierenden Struktur haben wir Vollständigkeitsbetrachtungen durchgeführt (Sommerfeld 1994; vgl. auch Sommerfeld 2008, 2009; Sommerfeld/Krause 2013).

Unter dem *Vollständigkeitsaspekt* ergibt sich damit eine Matrix, deren Elemente charakterisiert sind durch Kombinationen aus „keine Änderung“, „Vergrößerung“, „Verkleinerung“ sowie „Vergrößerung und Verkleinerung“ der Information und der Struktur (skizziert in Abb. 1). Jedes der 16 Matrixelemente repräsentiert somit eine *Klasse kognitiver Strukturtransformationen* – gekennzeichnet durch eine solche Kombination. Die Matrix-Elemente in der Diagonale der Matrix charakterisieren kognitive Strukturtransformationen, die dadurch ausgezeichnet sind, dass sich Information und Struktur gleichsinnig verändern.

Damit ist eine Systematik entstanden, in die alle psychologisch relevanten kognitiven Strukturoperationen eingeordnet werden können.

Struktur / Informationsgehalt	keine Änderung	Vergrößerung	Verkleinerung	Vergrößerung und Verkleinerung
keine Änderung				
Vergrößerung	–			
Verkleinerung	–			
Vergrößerung und Verkleinerung	–			

Abb. 1: Matrix zur Systematisierung kognitiver Strukturtransformationen (basierend auf Sommerfeld 1994)

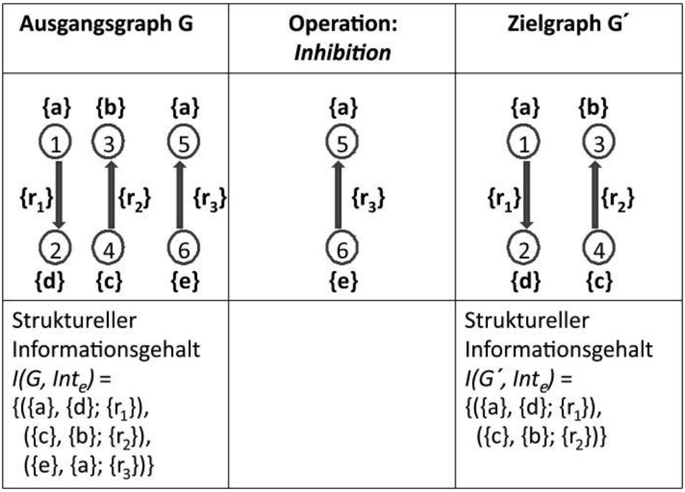
Zur Demonstration der Systematisierung und Formalisierung kognitiver Strukturtransformationen betrachten wir im Folgenden mit Bezug zu den obigen Definitionen drei einfache Beispiele für elementare Operationen, bei deren Anwendung jeweils die *Struktur verkleinert* wird, wobei dabei der *strukturelle Informationsgehalt* im ersten Fall auch *verkleinert* wird (Inhibition), im zweiten Fall *gleichbleibt* (Entfernen von Redundanz) und im dritten Fall *vergrößert* wird (Entfernen von Widersprüchen).

Operation *„Inhibition“* (Abb. 2a): *Verkleinerung* der Struktur und *Verkleinerung* des strukturellen Informationsgehaltes (Psychologisch relevante Beispiele für die Inhibition finden sich in Klix (1992, S. 264–265).

Die Ausgangsstruktur wird durch folgenden Graphen beschrieben:

$G = (V, E, f, g)$,

mit $V = \{1,2,3,4,5,6\}$, $E = \{(1,2), (4,3), (6,5)\}$, $f(1) = \{a\}$, $f(2) = \{d\}$, $f(3) = \{b\}$, $f(4) = \{c\}$, $f(5) = \{a\}$, $f(6) = \{e\}$, $g((1,2))= \{r_1\}$, $g((4,3))= \{r_2\}$, $g((6,5)) = \{r_3\}$



Durch Anwendung der Operation:

Verkleinerung der Struktur: *G´* ist induzierter Untergraph von *G*
Verkleinerung des strukturellen Informationsgehaltes: $I(G', Int_e) < I(G, Int_e)$

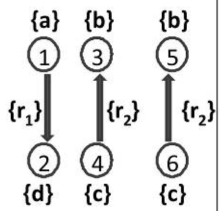
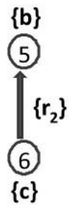
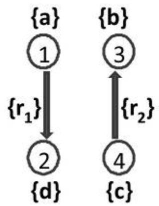
Abb. 2a: Beispiel für die Operation „Inhibition“

Operation *„Entfernen von Redundanz“* (Abb. 2b): *Verkleinerung* der Struktur bei *Gleichbleiben* des strukturellen Informationsgehaltes:

Die Ausgangsstruktur wird durch folgenden Graphen beschrieben:

$G = (V, E, f, g)$

mit $V = \{1,2,3,4,5,6\}$, $E = \{(1,2), (4,3), (6,5)\}$, $f(1) = \{a\}$, $f(2) = \{d\}$, $f(3) = \{b\}$, $f(4) = \{c\}$, $f(5) = \{b\}$, $f(6) = \{c\}$, $g((1,2)) = \{r_1\}$, $g((4,3)) = \{r_2\}$, $g((6,5)) = \{r_2\}$

Ausgangsgraph G	**Operation:** ***Entfernen von Redundanz***	**Zielgraph G´**
		
Strukureller Informationsgehalt $I(G, Int_e)$ = {({a}, {d}; {r_1}), ({c}, {b}; {r_2})}		Struktureller Informationsgehalt $I(G´, Int_e)$ = {({a}, {d}; {r_1}), ({c}, {b}; {r_2})}

Durch Anwendung der Operation:

Verkleinerung der Struktur: *G´* ist induzierter Untergraph von *G*
Gleichbleiben des strukturellen Informationsgehaltes: $I(G´, Int_e) = I(G, Int_e)$

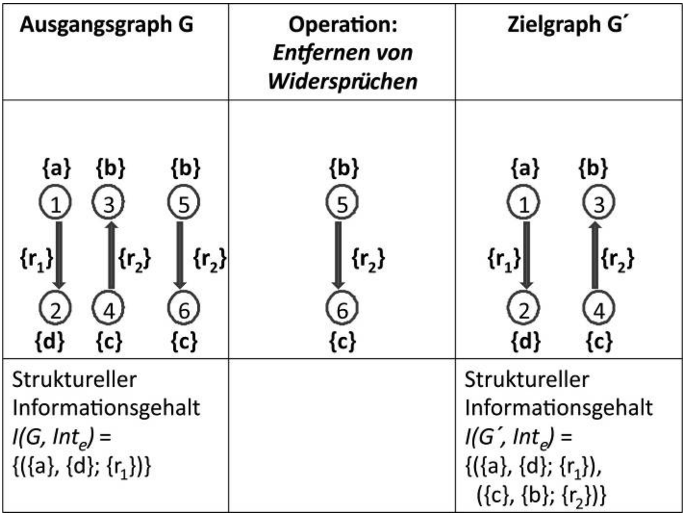
Abb. 2b: Beispiel für die Operation „Entfernen von Redundanz“

Operation *„Entfernen von Widersprüchen“* (Abb. 2c): *Verkleinerung* der Struktur bei *Vergrößerung* des strukturellen Informationsgehaltes:

Die Ausgangsstruktur wird durch folgenden Graphen beschrieben:

$G = (V, E, f, g)$

mit $V = \{1,2,3,4,5,6\}$, $E = \{(1,2), (4,3), (5,6)\}$, $f(1) = \{a\}$, $f(2) = \{d\}$, $f(3) = \{b\}$, $f(4) = \{c\}$, $f(5) = \{b\}$, $f(6) = \{c\}$, $g((1,2)) = \{r_1\}$, $g((4,3))= \{r_2\}$, $g((5,6)) = \{r_2\}$, r_2: Ordnungsrelation (transitive, irreflexive, asymmetrische Relation).



Durch Anwendung der Operation:

Verkleinerung der Struktur: *G´* ist induzierter Untergraph von *G*
Vergrößerung des strukturellen Informationsgehaltes: $I(G', Int_e) > I(G, Int_e)$

Abb. 2c: Beispiel für die Operation „Entfernen von Widersprüchen"

Auf der Basis des Modellansatzes können analog zu den demonstrierten elementaren kognitiven Operationen auch komplexere Operationen und Prozeduren formalisiert werden. Dazu stehen sowohl entsprechende Graphtransformationen zur Verfügung als auch unterschiedliche Interpretationssysteme (Sommerfeld 1994).

In die Systematik kognitiver Strukturtransformationen haben wir die von Friedhart Klix empirisch aufgezeigten kognitiven Operationen und Prozeduren eingeordnet und können sie auf dieser Grundlage systematisieren sowie mit Hilfe des formalen Ansatzes mathematisch exakt beschreiben.

2.2 *Einordnung der Klix-Operationen und -Prozeduren in die Systematik kognitiver Strukturtransformationen*

In Abbildung 3 ist die Einordnung der Klix- Operationen und -Prozeduren in die Systematik skizziert.

Die Begründungen für die Zuordnung der einzelnen Operationen und Prozeduren zu den Zellen der Matrix finden sich in Sommerfeld (1994, S. 72–79).

Struktur / Informationsgehalt	keine Änderung	Vergrößerung	Verkleinerung	Vergrößerung und Verkleinerung
keine Änderung		spezifische Inversion von K_1 (+)	Spezifische K_2 (-)	spezifische Inversion von K_1 (+) und spezifische K_2 (-)
Vergrößerung	–	K_3 (+), K_4 (+), K_5 (+), K_6 (+), K_7 (+), K_8 (+), K_9 (+)	spezifische K_2 (-)	K_i (+), i=3, ...,9 und spezifische K_2 (-)
Verkleinerung	–	spezifische Inversion von K_1 (+)	K_1 (-), K_2 (-)	K_i (-), i=1,2 und spezifische Inversion von K_1 (+)
Vergrößerung und Verkleinerung	–	K_i (+), i=3, ...,9 und spezifische Inversion von K_1 (+)	K_i (-), i=1,2 und spezifische K_2 (-)	K_1 (+), K_2 (+), K_3 (-), K_4 (-), K_5 (-), K_6 (-), K_7 (-), K_8 (-), K_9 (-)

Abb. 3: Einordnung der Klix-Operationen und –Prozeduren (symbolisiert durch K_i, $i = 1,\ldots,9$) in die Systematik

K_1: Aktivation, K_2: Inhibition, K_3: Substitution, K_4: Transition, K_5: Projektion, K_6: Vergleich, K_7: Verkettung, K_8: Verdichtung, K_9: Verkürzung, K_{10}: Inversion. In die Matrix sind die Original-Operationen und -Prozeduren eingetragen, nicht ihre Inversionen.

Die (+) und (-) zeigen an, ob die Ausgangsinformation mitgespeichert wird (+) oder nicht (-).

(basierend auf Sommerfeld 1994)

Die Abbildung zeigt, dass die von Klix empirisch aufgezeigten Klassen von Operationen und Prozeduren, die in der menschlichen Informationsverarbeitung sehr *häufig* auftreten, in der Diagonale der Matrix liegen. Mit Bezug zum theoretischen Ansatz heißt das: Die Klix-Operationen und Prozeduren sind in der großen Mehrheit der Fälle formal dadurch ausgezeichnet, dass sich bei ihrer Anwendung *Information* und *Struktur* (der repräsentierenden kognitiven Struktur) *gleichsinnig* verändern.

Operationen, die in der menschlichen Informationsverarbeitung relativ selten auftreten, liegen außerhalb der Diagonale der Matrix. Wie die Abbildung zeigt, stehen Klix-Operationen und -Prozeduren auch dafür zur Verfügung – allerdings in ganz spezifischer Form.

Analog zu den Klix-Operationen und -Prozeduren können auch weitere kognitive Operationen und Prozeduren in die Systematik eingeordnet und formal beschrieben werden.

Damit wird es möglich, diese Operationen und Prozeduren auf theoretisch-formaler Ebene zu den Klix-Operationen und -Prozeduren in Beziehung setzen.

Als nächstes betrachten wir die Einordnung von Operationen und Prozeduren aus *Modellansätzen* aus der Literatur in die Systematik.

2.3 Einordnung von Operationen und Prozeduren aus Modellansätzen aus der Literatur in die Systematik kognitiver Strukturtransformationen

Bei der Analyse von verschiedenen Begriffen für kognitive Operationen und Prozeduren aus einer Reihe von Modellansätzen aus der Literatur zeigte sich, dass sich relevante kognitive Operationen und Prozeduren zwar relativ gut in die Klassen der Systematik einordnen lassen, diese Zuordnung jedoch in manchen Fällen ohne Formalisierung nicht eindeutig gemacht werden kann, weil Operationen zum Teil nicht exakt beschrieben bzw. definiert sind. Darüber hinaus existieren zuweilen in unterschiedlichen Modellansätzen auch unterschiedliche Bezeichnungen für den gleichen Operationstyp sowie auch gleiche Bezeichnungen für unterschiedliche Typen von Operationen (vgl. Sommerfeld 1994).

Ein möglicher Zugang zu einer eindeutigen Charakterisierung der Operationen und Prozeduren besteht in einer eindeutigen Zuordnung zu den in der Systematik definierten Klassen von Kombinationen bestimmter Informations- und Strukturänderungen, verbunden mit der formalen Beschreibung.

Diesbezüglich analysiert und in Beziehung zu den Klix-Operationen und -Prozeduren gesetzt haben wir bisher folgende Operationen und Prozeduren aus acht Modellansätzen aus der Literatur: Differenzierung (S_1), Komplexbildung (S_2), Komplexproduktion (S_3) und Abstraktion (S_4) (Selz 1913), Vergleichen (L_1), Abstrahieren (L_2) (Lompscher 1972), Verknüpfen (D_1), Aktivieren (D_2), Hemmen (D_3) (Dörner 1974), Wissenserwerb durch Abstraktion (Ro_1) (Rost 1980), Diskrimination (A_1) (Anderson 1983), Auslassung (Ki_1), Generalisierung (Ki_2), Bildung eines Situationsmodells (Ki_3) (Kintsch/van Dijk 1978; van Dijk/Kintsch 1983), Bildung eines mentalen Modells (J_1) (Johnson-Laird 1983), Erweiterung (Klu_1) (Kluwe/Haider 1990).

Diese Operationen und Prozeduren sind mit Bezug zu ihrer Einordnung in die Systematik in Sommerfeld (1994, S. 72–79) charakterisiert. Hier beschränken wir uns auf die Übersicht der Einordnung. Diese ist in Abbildung 4 skizziert.

Struktur / Informationsgehalt	keine Änderung	Vergrößerung	Verkleinerung	Vergrößerung und Verkleinerung
keine Änderung				
Vergrößerung	–	S_1 (+), S_2 (+), S_3 (+), L_1 (+), D_1 (+), Klu_1 (+)	Spezifisches Ro_1 (-)	
Verkleinerung	–		D_2 (-) , S_4 (-), L_2 (-), D_3 (-), A_1 (-), Ki_1 (-)	
Vergrößerung und Verkleinerung	–			Ro_1 (-), S_2 (-), S_3 (-), L_1 (-), Ki_2 (-), Ki_3 (-), J_1 (-)

Abb. 4: Einordnung von kognitiven Operationen und Prozeduren aus acht Modellansätzen aus der Literatur in die Systematik (Zuordnung der Bezeichnungen im Text)

Die (+) und (-) zeigen an, ob die Ausgangsinformation mitgespeichert wird (+) oder nicht (-). (basierend auf Sommerfeld 1994)

Die Abbildung zeigt: Die Modell-Operationen und -Prozeduren liegen bis auf einen Spezialfall in der Diagonale der Matrix. Das bedeutet, dass sie, analog zu den Klix-Operationen und -Prozeduren, in der großen Mehrheit der Fälle formal dadurch ausgezeichnet sind, dass sich bei ihrer Anwendung Information und Struktur (der repräsentierenden kognitiven Struktur) gleichsinnig verändern.

Basierend darauf kann für vierzehn der sechzehn oben angeführten Modell-Operationen und -Prozeduren aufgezeigt werden, dass sie auch durch die Klix-Operationen und -Prozeduren bzw. durch Kombinationen daraus beschrieben werden können. Um diesbezüglich auch für die Prozeduren „Bildung eines Situationsmodells“ nach Kintsch und van Dijk (Ki_3) und „Bildung eines mentalen Modells“ (J_1) nach Johnson-Laird präzise Aussagen machen zu können, sind noch weitere Analysen erforderlich. Entsprechendes gilt auch für Aussagen zu neueren Modellen.

Mit der Systematik kognitiver Strukturtransformationen können wir den Klix-Operationen und -Prozeduren modelltheoretisch ausgezeichnete Eigenschaften zuordnen. Auch für kognitive Operationen und Prozeduren aus acht Modellansätzen der Literatur erhalten wir eine analoge Zuordnung. Das unterstreicht die Relevanz der modelltheoretisch so ausgezeichneten Eigenschaften unserer Systematik.

Die große Ähnlichkeit der Verteilungen in Abbildung 3 und Abbildung 4 lässt vermuten, dass die von Klix aufgezeigte Eigenschaft der Anforderungsinvarianz seiner Operationen und Prozeduren auch für die Operationen und Prozeduren aus den anderen Modellansätzen gelten. Ein inhaltlicher Vergleich der durch die jeweiligen Operationen bzw. Prozeduren beschriebenen Abläufe unterstreicht diese Vermutung. Insofern können wir von modelltheoretischer Seite her die Aussage von Klix und Lanius unterstützen:

> „Allem Anscheine nach haben wir es hier mit der Entstehung von Universalien im menschlichen Denken zu tun." (Klix/Lanius 1999)

Nach dem Bezug der Klix-Operationen und -Prozeduren zu Operationen und Prozeduren aus Modellansätzen haben wir auch nach Beziehungen gefragt zu *experimentell* nachgewiesenen Operationen und Prozeduren, und zwar zu solchen, die Elemente einer *vollständig* systematisierbaren und formalisierbaren Menge sind.

2.4 Einordnung von experimentell nachgewiesenen Operationen und Prozeduren in die Systematik kognitiver Strukturtransformationen

Die untersuchte Problemklasse ist die Klasse der linearen Ordnungsprobleme (vgl. z.B. Bower 1970; Potts 1975; Banks 1977; Groner 1978; Pliske/Smith 1979; Krause 1982, 2000; Sommerfeld 1994, 2008; Petrusic 2001). Für die Lösung eines linearen Ordnungsproblems bekommen die Vpn Aussagen der Form „$v_i\ r\ v_j$" (i, j = 1,..., n) über Paare („v_i, v_j") von *n* Elementen (einer gegebenen Menge), die in einer Ordnungsrelation (d.h. in einer transitiven, irreflexiven, asymmetrischen Relation) *r* stehen, sukzessiv dargeboten. Die Elemente sind z.B. Begriffe oder Bilder (bzw. Bildelemente). Über der Menge der Elemente besteht eine lineare Ordnung bezüglich *r*. Die Vpn erhalten nur Informationen über Elemente, die in dieser Ordnung direkt benachbart sind (dargeboten in einer Zufallsreihenfolge). Sie müssen auf der Grundlage der extern gegebenen Information über die Menge von Aussagen der Form „$v_i\ r\ v_j$" eine interne Repräsentation aufbauen, um in der anschließenden Phase die an sie gestellte kognitive Anforderung bewältigen zu können. Diese Anforderung besteht darin, alle möglichen Fragen der Art „$v_k\ r\ v_l$?" (k, l = 1,..., n) nach gegebener und daraus ableitbarer Information beantworten zu können.

Die Klasse der linearen Ordnungsprobleme hat den Nachteil, relativ speziell zu sein. Sie hat jedoch den Vorteil, dass intern ausgebildete *kognitive*

Strukturen auf der Basis von Reaktionszeitfunktionen (bestimmt durch den Symbol-Distanz-Effekt, Pliske/Smith 1979) *experimentell nachgewiesen* werden können (Krause 1982, 1985). Ein weiterer Vorteil besteht darin, dass die Menge der Operationen und Prozeduren der Klasse der linearen Ordnungsprobleme *vollständig* systematisierbar und formalisierbar ist (vgl. Groner 1978; Sommerfeld, 1994). Experimentelle Ergebnisse zu unterschiedlichen linearen Ordnungsproblemen liegen vor (Krause et al. 1987, 1989; Kotkamp 1999; Sommerfeld 1994; Krause 2000; vgl. auch Sommerfeld/Krause 2013).

Wenn nun die *experimentell nachgewiesenen* Operationen und Prozeduren dieser *speziellen*, jedoch *vollständig* systematisierbaren und formalisierbaren Problemklasse den *anforderungsinvarianten* Klix-Operationen bzw. -Prozeduren (oder Kombinationen daraus) entsprechen würden, dann würde das einen wichtigen Hinweis dafür liefern, dass die Klasse der Ordnungsprobleme zur Messung geistiger Leistungen geeignet ist – für den Fall, dass die Denkleistung über die Anwendung (bewerteter) Operationen gemessen wird.

In Abbildung 5 ist die Einordnung der experimentell nachgewiesenen Operationen und Prozeduren aus der Klasse der linearen Ordnungsprobleme in die Systematik skizziert.

Struktur / Informationsgehalt	keine Änderung	Vergrößerung	Verkleinerung	Vergrößerung und Verkleinerung
keine Änderung				
Vergrößerung	-	Inferenz, Integration		
Verkleinerung	-		Selektion	
Vergrößerung und Verkleinerung	-			hierarchische Strukturbildung

Abb. 5: Einordnung der experimentell nachgewiesenen Operationen und Prozeduren aus der Klasse der linearen Ordnungsprobleme in die Systematik

(basierend auf Sommerfeld 1994)

Die Abbildung zeigt: Die experimentell nachgewiesenen Operationen und Prozeduren aus der Klasse der linearen Ordnungsprobleme liegen in der Diagonale der Matrix. Das bedeutet, dass sie, analog zu den Klix-Operationen und -Prozeduren, formal dadurch ausgezeichnet sind, dass sich bei ihrer Anwendung Information und Struktur (der repräsentierenden kognitiven Struktur) gleichsinnig verändern. Basierend darauf kann gezeigt werden, dass diese Operationen und Prozeduren der *speziellen* Klasse der linearen Ordnungsprobleme auch durch die *universellen* Klix-Operationen und –Prozeduren (bzw. durch Kombinationen daraus) beschrieben werden können.

Damit lassen sich den experimentell nachgewiesenen kognitiven Strukturen dieser speziellen Klasse Eigenschaften zuordnen wie sie für die Messung von Denkleistungen eine Rolle spielen. Die Verknüpfung der Eigenschaft „Anforderungsinvarianz" der Klix-Universalien mit den Eigenschaften „exakte Definition", „experimenteller Nachweis auf der Basis von Reaktionszeitfunktionen" und „vollständige Systematisierbarkeit und Formalisierbarkeit" der Ordnungsproblem-Operationen und -Prozeduren unterstreicht die Bedeutung von Ordnungsproblemen für die Messung geistiger Leistungen.

3. Zusammenfassung

Gehen wir nun zurück zum Ausgangspunkt des Vortrags und fassen zusammen.

> „Eine Denkoperation ist eine innere Transformation von Informationen von einer Form in eine andere. Solche Operationen löschen die bereits bestehenden Gedächtnisstrukturen nicht aus, sondern schaffen neue Strukturen..." (Posner 1976)

Für eine Theorie der menschlichen Informationsverarbeitung sind sowohl die inhaltliche und formale Definition von Denkoperationen erforderlich als auch ihr empirischer Nachweis.

1. Friedhart Klix hat sechs elementare kognitive Operationen und vier kognitive Prozeduren *empirisch* aufgezeigt, und er hat sie durch ihre *evolutionäre Herausbildung* begründet. Damit ist sowohl ihre Anforderungsrelevanz als auch ihre Anforderungsinvarianz belegt worden.
2. In diesem Beitrag wurden kognitive Operationen von der *theoretisch-systematischen* Seite her definiert und auf dieser Basis auch von modelltheoretischer Seite her die Universalität der Klix-Operationen und –Prozeduren gestützt. Das ist ein möglicher *Weg*, um in Richtung einer Vollständigkeitsbetrachtung für kognitive Operationen zu gehen.

3. Basierend darauf wurde weiterhin aufgezeigt, wie der *universelle* Charakter der Klix-Operationen und -Prozeduren als Basis dienen kann für die Bewertung einer *speziellen* Problemklasse als eine mögliche Methode zur Messung geistiger Leistungen.

Literatur

Anderson, John R.; Bower, Gordon H. (1973): Associative Memory. Washington: Winston

Anderson, John R. (1983): The Architecture of Cognition. Cambridge/MA: Harvard University Press

Banks, William P. (1977): Encoding and processing of symbolic information in comparative judgements. In: Bower, Gordon H. (ed.): The Psychology of Learning and Motivation, Vol. 11. New York: Academic Press, S. 101–106

Bower, Gordon H. (1970): Analysis of mnemonic device. In: American Scientist, 58, S. 496–510

Buffart, Hans; Leeuwenberg, Emanuel (1983): Structural Information Theory. In: Geißler, Hans-Georg; Buffart, Hans, Leeuwenberg, Emanuel; Sarris, Victor (eds.): Modern Issues in Perception. Berlin, Amsterdam: DVW, North Holland, S. 48–72

Collins, Allan M.; Quillian, M. Ross (1969): Retrieval time from semantic memory. In: Journal Verbal Learning and Verbal Behavior, 8, S. 241–248

Coombs, Clyde H.; Dawes, Robyn M.; Twersky, Amos. (1970): Mathematical Psychology. Englewood Cliffs/N.J.: Prentice Hall

Dörner, Dietrich (1974): Die kognitive Organisation beim Problemlösen. Bern: Huber

Feger, Hubert (1972): Skalierte Informationsmenge und Eindrucksurteil. Bern: Huber

Fleischer, Lutz-Günther (2013): Information und Entropien: Komplexe Werk- und Denkzeuge des Prinzips Einfachheit. Vortrag im Arbeitskreis „Prinzip Einfachheit“ der Leibniz-Sozietät der Wissenschaften zu Berlin am 21.03.2013 (Abstract: http://leibnizsozietaet.de/tagung-des-arbeitskreises-prinzip-einfacheit/#more-4991)

Fleissner, Peter; Hofkirchner, Wolfgang (1995): Informatio revisited. Wider den dinglichen Informationsbegriff. In: Informatik Forum Bd. 9, H. 3, S. 126–131 (http://cartoon.iguw.tuwien.ac.at/igw/menschen/hofkirchner/papers/InfoConcept/Informatio_revisited/in-for mat.pdf)

Fuchs, Christian; Hofkirchner, Wolfgang (2002): Ein einheitlicher Informationsbegriff für eine einheitliche Informationswissenschaft. In: Floyd, Christiane; Fuchs, Christian; Hofkirchner, Wolfgang (Hg.): Stufen zur Informationsgesellschaft. Festschrift zum 65. Geburtstag von Klaus Fuchs-Kittowski. Frankfurt/M.: Peter Lang, S. 241–281

Fuchs-Kittowski, Klaus (1999): Information, Selbstorganisation und Evolution – Informationsentstehung – eine neue Kategorie für eine Theorie der Biologie. Paper eines Vortrages am 7. Internationalen Kongress der Internationalen Gesellschaft für Semiotik (IASS/AIS) „Sign Processes in Complex Systems“ am 04.10.1999 in Dresden (zitiert in Fuchs/Hofkirchner 2002)

Groner, Rudolf (1978): Hypothesen im Denkprozess. Bern: Huber

Harary, Frank (1969): Graph Theory. Reading/MA: Addison-Wesley. New edition (1994): Perseus Books

Harary, Frank; Norman, Robert Z.; Cartwright, Dorwin (1965): Structural Models: An Introduction to the Theory of Directed Graphs. New York: Reading

Hörz, Herbert (1984): Information und Weltanschauung. In: Pädagogische Forschung, Wissenschaftliche Nachrichten, H. 25 2, S. 13–25

Johnson-Laird, Philip N. (1983): Mental Models: Toward a Cognitive Science of Language. Cambridge/MA: Harvard University Press

Kintsch, Walter; van Dijk, Teun A. (1978): Towards a model of text comprehension and production. In: Psychological Review, 85, S. 363–394

Klimesch, Wolfgang (1988): Struktur und Aktivierung des Gedächtnisses. Das Vernetzungsmodell: Grundlagen und Elemente einer übergreifenden Theorie. Berlin: DVW

Klix, Friedhart (1962): Elementaranalysen zur Psychophysik der Raumwahrnehmung. Berlin: DVW

Klix, Friedhart (1971): Information und Verhalten. Berlin: DVW

Klix, Friedhart (1990): Wissensrepräsentation und geistige Leistungsfähigkeit im Lichte neuer Forschungsergebnisse der kognitiven Psychologie. In: Zeitschrift für Psychologie, H. 198, S. 165–187

Klix, Friedhart (1992): Die Natur des Verstandes. Göttingen u.a.O.: Hogrefe

Klix, Friedhart (1993): Erwachendes Denken. Heidelberg u.a.O.: Spektrum Akademischer Verlag

Klix, Friedhart (2004): Information in Evolution und Geschichte. In: Krause, Bodo; Krause, Werner (Hg.): Psychologie im Kontext der Naturwissenschaften. Festschrift für Friedhart Klix zum 75. Geburtstag. In: Abhandlungen der Leibniz-Sozietät, Bd. 12, S. 27–41

Klix, Friedhart; Krause, Bodo (1969): Zur Definition des Begriffs „Struktur", seinen Eigenschaften und Darstellungsmöglichkeiten in der Experimentalpsychologie. In: Zeitschrift für Psychologie, H. 176, S. 22–54

Klix, Friedhart; Lanius, Karl (1999): Wege und Irrwege der Menschenartigen. Wie wir wurden, wer wir sind. Stuttgart u.a.O.: Kohlhammer

Kluwe, Rainer H.; Haider, Hilde (1990): Modelle zur internen Repräsentation komplexer technischer Systeme. In: Sprache und Kognition, H. 4, S. 173–192

Kotkamp, Uwe (1999): Elementares und komplexes Problemlösen. Über Invarianzeigenschaften von Denkprozessen. Lengerich: Pabst

Krause, Werner (1982): Eye fixation and three-term series problems, or: Is there evidence for task-independent information units. In: Groner, Rudolf; Fraisse, Paul (eds.): Cognition and Eye Movements. Berlin: DVW, S. 122–138

Krause, Werner (1985): Komponentenanalyse des Symbol-Distanz-Effektes mit Hilfe von Augenbewegungsmessungen. In: Zeitschrift für Psychologie, H. 3, S. 259–272

Krause, Werner (2000): Denken und Gedächtnis aus naturwissenschaftlicher Sicht. Göttingen u.a.O: Hogrefe

Krause, Werner; Seifert, Rosemarie; Sommerfeld, Erdmute (1987): Ausbildung und Transformation kognitiver Strukturen im Problemlösen. ZKI-Informationen 2/87. Berlin: AdW der DDR

Krause, Werner; Sommerfeld, Erdmute; Höhne, Günter; Sperlich, Horst (1989): Aufwandsminimierende Umstrukturierung von Wissensstrukturen der Konstruktion im menschlichen Gedächtnis. In: Wissenschaftliche Zeitschrift der TH Ilmenau, H. 89, S. 51–54

Lewin, Kurt (1936): Principles of Topological Psychology. New York: McGraw-Hill

Leeuwenberg, Emanuel (1968): Structural Information of Visual Patterns. Paris: Mouton & Co.

Lompscher, Joachim (1972): Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Entwicklung geistiger Fähigkeiten. Berlin: DVW

MacKay, Donald M. (1950): Quantal aspects of scientific information. In: Philosophical Magazine, 41, S. 289–311

Nenniger, Peter (1980): Anwendungsmöglichkeiten der Graphentheorie in der Erziehungswissenschaft. In: Zeitschrift für empirische Pädagogik, H. 4, S. 85–106

Opwis, Klaus; Lüer, Gerd (1996): Modelle der Repräsentation von Wissen. In: Albert, Dietrich; Stapf, Kurt-Hermann (Hg.): Enzyklopädie der Psychologie, Ser. 2, Kognition, Bd. 4, Gedächtnis. Göttingen u.a.O.: Hogrefe, S. 337–431

Petrusic, William M. (2001): Contextual effects and associative processes in comparative judgements with perceptual and symbolic stimuli. In: Sommerfeld, Erdmute; Kompass, Raul; Lachmann, Thomas (eds.): Fechner Day 2001: The 200th Birthday of Gustav Theodor Fechner. Proceedings of the Seventeenth Annual Meeting of the International Society for Psychophysics. Lengerich u.a.O.: Pabst Science Publishers, S. 75–80

Pliske, Rebecca M.; Smith, Kirk H. (1979): Semantic categorization in a linear order problem. In: Memory and Cognition, 7, S. 297–302

Posner, Michael I. (1976): Kognitive Psychologie. München: Juventa

Potts, George R. (1975): Bringing order to cognitive structures. In: Restle, Frank; Shiffrin, Richard M.; Castellan, N. John; Lindman, Harold R.; Pisoni, David B. (eds.): Cognitive Theory, Vol. 1. New York: Wiley, S. 247–270

Prinz, Wolfgang (1983): Wahrnehmung und Tätigkeitssteuerung. Göttingen u.a.O.: Hogrefe

Rost, Jürgen (1980): Gedächtnispsychologische Grundlagen naturwissenschaftlichen Wissens. Basel: Beltz

Sachs, Horst (1970): Einführung in die Theorie der endlichen Graphen. Leipzig: Teubner

Selz, Otto (1913): Über die Gesetze des geordneten Denkverlaufs. Stuttgart: Spemann

Shannon, Claude E.; Weaver, Warren (1949): Mathematische Grundlagen der Informationstheorie. München, Wien: Oldenbourg

Sommerfeld, Erdmute (1994): Kognitive Strukturen. Münster, New York: Waxmann

Sommerfeld, Erdmute (2008): Memory Psychophysics – an interdisciplinary approach. In: Plath, Jörg Peter; Haß, Ernst-Christoph (eds.): Vernetzte Wissenschaften – Crosslinks in Natural and Social Sciences. Berlin: Logos, S. 205–241

Sommerfeld, Erdmute (2009): Aufklärung von Basisprozessen menschlicher Informationsverarbeitung. Ein systematischer Zugang durch Elementaranalyse von Denkprozessen bei der Lösung von Ordnungsproblemen? In: Sitzungsberichte der Leibniz-Sozietät der Wissenschaften zu Berlin, Bd. 101, S. 93–110 (Ausführliche Fassung in Leibniz-Online 6/2009. www.leibnizsozietaet.de/wp-content/uploads/2012/11/05-Sommerfeld_2009_04_281.pdf)

Sommerfeld, Erdmute; Krause, Werner (2013): „Objektiv, aber speziell“: Psychologie als Naturwissenschaft. Leibniz Online 15/2013 (www.leibnizsozietaet.de/wp-content/uploads/2013/11/sommerfeld_krause-3.pdf)

Sommerfeld, Erdmute; Sobik, Fred (1994): Operations on cognitive structures – their modelling on the basis of graph theory. In: Albert, Dietrich (ed.): Knowledge Structures. Berlin u.a.O: Springer, S. 146–190

Sydow, Hubert (1980): Mathematische Modellierung der Strukturrepräsentation und der Strukturerkennung in Denkprozessen. In: Zeitschrift für Psychologie, H. 2, S. 166–197

Sydow, Hubert; Petzold, Peter (1981): Mathematische Psychologie. Berlin: DVW

van Dijk, Teun A.; Kintsch, Walter (1978): Strategies of Discourse Comprehension. New York: Academic Press