Leibniz Online, Nr. 28 (2017)
Zeitschrift der Leibniz-Sozietät e. V.
ISSN 1863-3285

Peter Plath (MLS) und Ernst-Christoph Haß

Bestimmtheit und Unbestimmtheit in sozialen Systemen – ein synergetischer Ansatz

Version vom 21. Mai 2017 *Veröffentlicht: 08.08.2017*

Zusammenfassung:

Ausgehend von einer heute allgemein üblichen Bestimmung von Zufallszahlen auf dem Computer, wird hier der Zufall und damit die Unbestimmtheit als Konsequenz der Reduktion der Dimension des unendlich-dimensionalen Phasenraumes irrationaler bzw. transzendenter Zahlen auf einen endlich-dimensionalen Phasenraum sehr kleiner Dimension begriffen. Am Beispiel der iterativen Abbildung der eindimensionalen logistischen Gleichung wird der Zusammenhang von Zufall und Chaos diskutiert.

Wesentliche Eigenschaften gesellschaftlicher Systeme wie ihre Entwicklung und die dabei auftretenden Phasenübergänge werden in stark abstrahierender Weise auf entsprechende Eigenschaften iterierter Funktionensysteme zurückgeführt. In diesem Zusammenhang wird der Begriff des „Wirrwarr“ als eine Verallgemeinerung des Chaosbegriffes eingeführt. Es handelt sich dabei um die Eigenschaft eines sich entwickelnden Systems, das *nicht mehr eine* Trajektorie besitzt, bzw. nicht mehr in eine solche eingebettet werden kann.

An Beispielen aus der Zellbiologie – Zellbewegung – und der Physik/Chemie – Bénard-Problem, katalytische Methanoloxidation – werden die eingeführten Begriffe der Synergetik kurz veranschaulicht, um ihre Anwendbarkeit auf gesellschaftliche Probleme dem Leser zugänglich zu machen.

Im speziellen wird die von Th. Piketty diskutierte U-Form der Einkommensverteilungen seit dem Ende des 19. Jahrhunderts auf kinetische Phasenübergänge in gesellschaftlichen Systemen zurückgeführt. Der Marxsche Klassenbegriff wird mit dem kollektiven Verhalten der Teile eines Systems (Bénard-Problem) in Zusammenhang gebracht, und Kenntnisgewinn und Innovation werden als chaotische Systeme erkenntlich gemacht.

Einführung:

Der Begriff der Unbestimmtheit spielte in der Entwicklung der Quantenmechanik eine zentrale Rolle. Die philosophische Diskussion über diesen Begriff machte sich auch an der Frage fest, ob es sich dabei um eine objektive Unbestimmtheit oder eine auf Unwissenheit beruhende Unschärfe handelt. Entsprechend sprach man von der Unbestimmtheitsrelation oder der Unschärferelation. Die Unbestimmtheitsrelation, die ja aussagt, dass der Kommutator zweier messbarer Größen a und b verschieden von Null ist $[a,b] = ab - ba \neq 0$ bzw. im Falle von Ort und Impuls $[x,p] = i\frac{h}{2\pi}$ [1], allgemeiner bekannt als: $\Delta p\, \Delta q \geq \frac{h}{4\pi}$, ist aber nicht allein eine Eigenschaft von Quantensystemen, sondern beispielsweise auch von elektrotechnischen Systemen, wie Hans Primas betont[2]:

---

[1] https://de.wikipedia.org/wiki/Heisenbergsche_Unschärferelation

[2] H. Primas; Chemistry, Quantum Mechanics and Reductionism-Perspectives in Theoretical Chemistry, Lecture Notes in Chemistry Vol. 24, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York (181) p. 151

„The quantity Δt is a measure of the *effective time duration* and Δv a measure of the *effective bandwidth* for the signal f. It is a simple mathematical exercise to proof that $(\Delta t)(\Delta v) \geq 1/4\pi$. This inequality corresponds exactly to Heisenberg's inequality $(\Delta p)(\Delta q) \geq h/4\pi$, and says that we cannot arbitrarily limit bandwidth and duration of a signal. … The fact that a signal which is confined to a small time interval cannot be confined to a small frequency interval, was used by Sommerfeld (1914) to discuss the coherence length of wave-trains, and by Kopfmüller (1924) for an inequality between the setting time and the band-width of a band-pass filter."

Was ist Zufall? Gedanken zu Zahlen – Ziffern – Phasenräumen

Unbestimmtheit ist ein Begriff, der sich auf ein Ereignis bezieht, das in der Zukunft liegt und dessen Ausgang eben nicht gewiss ist. Unter einem Ereignis wollen wir dabei eine Änderung, bzw. einen Zustandswechsel beim Übergang des gegenwärtigen Zustandes in den zukünftigen Zustand, verstehen. Ein Maß für diese Unbestimmtheit ist die Wahrscheinlichkeit p, mit der das Ereignis eintreten würde, wobei im Fall der Gewißheit die Wahrscheinlichkeit gleich eins ist: $p = 1$, d.h., daß das Ereignis mit Sicherheit eintreten wird. Ist die Wahrscheinlichkeit Null, so ist das Eintreten des Ereignisses unmöglich.

Nehmen wir das Würfeln mit dem idealen Würfel als allfältiges Beispiel für den Zufall. Dann gibt es, abgesehen von einer Aussage über die Wahrscheinlichkeit, keinerlei Vorhersagbarkeit für das Eintreten dieses oder jenes Ereignisses. Betrachten wir eine Folge von Würfen, dann ist aus der Vergangenheit all dieser Würfe in keiner Weise ableitbar, wie der Ausgang des nächsten Wurfes ist. Schon gar nicht lässt sich eine Fortsetzung der Folge der weiteren Würfe aus der Vergangenheit ableiten.

Ganz anders ist es, wenn wir ein chaotisches System betrachten, bei dem eine gewisse Vorhersagbarkeit für die nächsten Ereignisse durchaus aus der Geschichte des Systems abgeleitet werden kann.

Bleiben wir jedoch vorerst bei dem Begriff des Zufalls. Wie kann man überhaupt behaupten, dass ein einzelnes Ereignis zufällig sei? Eine solche Aussage setzt doch voraus, dass es eine Vergangenheit dergestalt gegeben haben muss, das sie sich aus vielen Ereignissen zusammensetzt, über deren Ausgang man bereits Kenntnisse hat. Anders formuliert: man benötigt eine Menge – sinnvollerweise eine unendliche Menge – von Ereignissen in der Vergangenheit, um überhaupt von Zufall sprechen zu können; dies gilt auch für den Begriff der Wahrscheinlichkeit. Der Zufall ist also eine Eigenschaft einer Menge von Ereignissen, die auf ein Einzelereignis projiziert werden. Pointiert ausgedrückt, wird der Zufall als ein kollektives Verhalten aufgefasst; er ist eine Eigenschaft einer Menge derart, dass diese Eigenschaft auf ein hypothetisches Einzelereignis projiziert wird!

In diesem Zusammenhang fällt uns eine Reihe von gesellschaftlichen Mechanismen ein, die einen ähnlichen Charakter besitzen. So zum Beispiel der gesellschaftliche Kenntnisgewinn bzw. die Urteilsfindung einerseits und die Unfehlbarkeit des Papstes (erstes Vatikanisches Konzil 1870)[3] andererseits, das im Zweiten Vatikanischen Konzil (1965) um die „Unfehlbarkeit der Gesamtheit aller Gläubigen"[4] erweitert wurde oder aber der berühmte Slogan „die Partei hat immer recht!". Auch die demokratisch verfasste Gesellschaft, bei der die „Mehrheit" per Wahl bestimmt, „wo es lang geht" (das Volk ist der Souverän), hat ein ähnliches Problem. Nehmen wir zum Beispiel die oft zu hörenden Äußerungen von Parteistrategen zur Wahl von Parteien, die stets behaupten, „der Wähler hätte entschieden", dass gerade diese Koalition gebildet werden soll, dass … usw.. Welcher Wähler? Diesen hypothetischen Wähler gibt es nicht! Jeder wirkliche einzelne Wähler hat aus Sicht der Wahlstatistik in einem Einzelereignis „zufällig" eine ganz bestimmte Partei gewählt!

---

[3] Allgemeine Kirchenversammlung im Vatikan, 4. Sitzung (1870): Lehrentscheid über die Kirche Christi, 4. Kapitel. Das unfehlbare Lehramt des römischen Papstes; vgl. Wikipedia: Päpstliche Unfehlbarkeit

[4] Dogmatische Konstitution über die Kirche Lumen gentium Nr. 12; vgl. Wikipedia: Päpstliche Unfehlbarkeit

All das sind Abbildungen von Eigenschaften großer Mengen von Ereignissen auf kleine Teilsysteme, z.B. Parlamente oder Einzelpersonen.

Man könnte auch sagen, die Projektion, also die Herauslösung, das Herausschneiden des Einzelereignisses aus dieser unendlichen Menge verleiht diesem Ereignis den Charakter des Zufälligen.

Macht eine solche Bestimmung des Zufallsbegriffes überhaupt Sinn?

Betrachten wir zum Beispiel eine irrationale Zahl, dann ist bekanntermaßen die unendliche Folge ihrer Ziffern in keiner möglichen Sequenz periodisch, die Ziffernfolge im landläufigen Sinn also zufällig. Nimmt man irgendeine beliebige Ziffer z_n und eine endliche Anzahl m << n ihrer Vorgängerziffern $z_{n-1}, \cdots, z_m$, so läßt sich die folgende Ziffer z_{n+1} nicht bestimmen, es sei denn, man kennt die Anfangsziffer der irrationalen Zahl und einen iterativen Algorithmus, um alle weiteren Ziffern zu bestimmen, was im Fall der irrationalen Zahlen durchaus möglich sein kann. Von diesem Fall abgesehen, ist also die Bestimmung der $(n+1)$-ten Ziffer z_{n+1} allein aus der n-ten Ziffer z_n nicht ableitbar, also definitionsgemäß zufällig, bzw. innerhalb des gewählten Symbolbereiches der Ziffern unbestimmt.

Was also nur für die Gesamtmenge aller Ziffern der Folge gilt, nämlich ihre Berechenbarkeit, und damit ihre Bestimmtheit, gilt nicht für eine willkürliche Teilfolge oder eine einzelne Ziffer.

Zufall kann in dieser Hinsicht auch als das kollektive Verhalten einer Menge begriffen werden, der erst bei deren Reduktion auf eine ihrer Teilmengen bzw. eines ihrer Elemente entsteht.

Betrachten wir hingegen eine rationale Zahl, so wird jede Ziffernfolge dieser Zahl irgendwann periodisch, und die auf die n-te Ziffer folgende $(n+1)$-te Ziffer in dieser periodischen Folge ist eindeutig aus der n-ten Ziffer bzw. der periodischen Vergangenheit bzw. dem Intervall dieser Periode ableitbar. Diese Ziffernfolge ist nicht mehr zufällig und jede folgende Ziffer ist eindeutig bestimmt. Es gibt also eine endliche Vergangenheit bzw. eine endliche Anzahl von Ziffern, die der Ziffer z_n vorangehen, die es ermöglichen, die nächste Ziffer z_{n+1} mit Bestimmtheit vorherzusagen.

Halten wir fest, es gibt bei den Zahlen zwei Arten von Mengen bzw. Klassen von Ziffernfolgen mit ganz unterschiedlichen Eigenschaften. Greift man in der Ziffernfolge einer irrationalen Zahl eine Ziffer oder Teilfolge heraus, dann sind aus ihr die nächst folgende Ziffer – und noch viel weniger die folgenden Ziffern – nicht ableitbar, es sei denn, diese Teilfolge enthält auch das Anfangsglied der ganzen Folge, und der die Folge erzeugende Algorithmus ist bekannt.

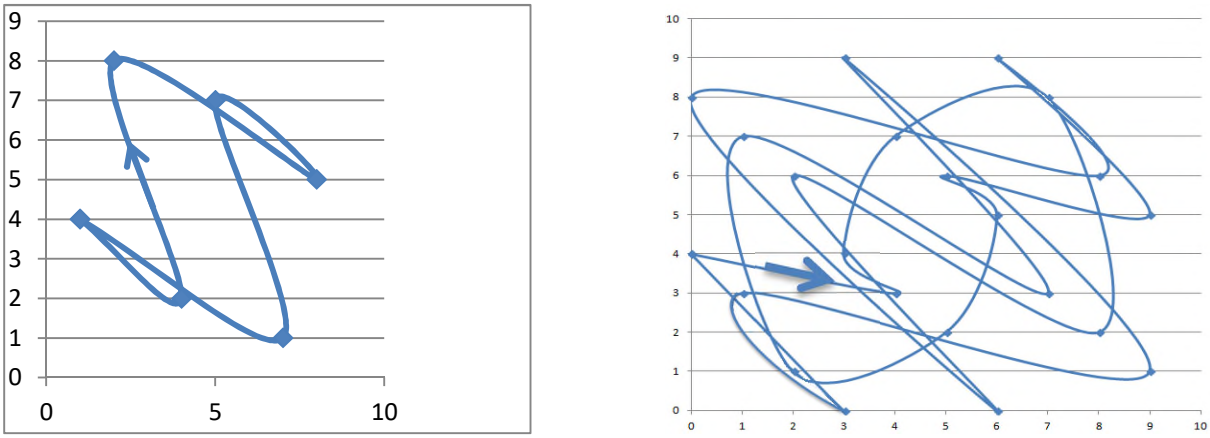
Die Trajektorie einer Zahl

Man kann die Ziffernfolge einer Zahl auch als Trajektorie dieser Zahl bzw. des ihr zugehörigen generischen Algorithmus im diskreten Phasenraum begreifen. Seine Koordinaten werden aus den möglichen Ziffern, der ersten, zweiten usw. Ziffer $z_i \in M, M = (0, 1, 2, \cdots, m)$ der unendlichen Ziffernfolge $(z_i), i \in$ N gebildet. Die Werte dieser Koordinaten sind die zur Darstellung der Zahl verwendeten Ziffern des Symbolsystems M. In diesem unendlichen Phasenraum ist die Zahl – auch eine irrationale Zahl – ein Punkt und damit klar bestimmt. Der Algorithmus ist gewissermaßen die Abbildungsvorschrift dieser iterativen Berechnung der Zahl, und die Zahl ist der Attraktor der iterativen Abbildung in Form eines Fixpunktes.

Greifen wir jedoch aus diesem unendlich dimensionalen Phasenraum einer irrationalen Zahl die Ebene, gebildet aus der n-ten und $(n+1)$-ten Koordinate heraus und projizieren darauf die bisherige Trajektorie, indem wir z_{n+1} als Funktion von z_n iterativ darstellen, dann füllt sie für genügend große Werte von n den ganzen zweidimensionalen Phasenraum aus, wobei jeder Punkt des diskreten Phasenraumes (also die 100 Punkte im Fall des Zehner-Ziffern-Systems; $m = 9$) beliebig häufig besucht wird. Jede Ziffer ist berechenbar, sofern man die Anfangsziffer z_0 und den Algorithmus kennt, aber doch völlig unbestimmt, ohne Kenntnis dieses Anfangswertes – auf jede Ziffer kann jede beliebige Ziffer folgen!

Hingegen läuft bei einer rationalen Zahl, die natürlich auch berechenbar ist, die Trajektorie der Folge der Ziffern z.B. auf einen Fixpunkt wie bei dem Bruch $\frac{1}{9} = 0{,}1111 \cdots$ oder einen Zyklus wie bei $\frac{1}{7} = 0{,}142857\,142857\ \cdots$ hinaus, wobei durchaus noch eine gewisse Unbestimmtheit verbleiben

kann, wie bei $\frac{1}{23} = 0{,}043\,478\,260\,869\,565\,217\,3913\,043\,47\cdots$, wo z.B. auf die Ziffer 4 die Ziffern 3 oder 7 folgen usw.; diese Zahl hat eine Periodenlänge von 22 Ziffern!



a) **b)**

Abb. 1 *Trajektorien der periodischen / zyklischen Folgen der Ziffern der Nachkommerstellen der rationalen Zahlen a) 1/7 und b) 1/23 im diskreten zweidimensionalen Phasenraum. Die Trajektorien bestehen natürlich nur aus den Punkten (blaue Rauten)! Die verbindenden Linien sind nur der Anschaulichkeit der zyklischen Folgen geschuldet. Die Ziffern werden in Richtung der Pfeile durchlaufen.*

Dies gilt auch für die Zahlenfolge $x_{n+1} = (x_n a + 1) mod(p)$, mit der die sogenannten Pseudozufallszahlen erzeugt werden. Diese Zahlen besitzen immer eine periodische Struktur der Ziffernfolge und sind damit eben nicht zufällig. Bei entsprechender, genügend großer Wahl von p kann die Periodendauer extrem lang werden, so daß der ungeduldige Beobachter eine scheinbar zufällige, den diskreten Phasenraum fast gleichförmig ausfüllende Trajektorie (Punktfolge) zu erblicken meint, da er die innere Struktur derselben ihrer Größe wegen kaum zu erkennen vermag.

Im Fall eines unendlich dimensionalen Phasenraumes würde jede Unbestimmtheit entfallen, auch bei der Ziffernfolge einer irrationalen Zahl. Dies würde auch schon bei Kenntnis des Bildungsalgorithmus und aller vorhergehenden Ziffern der Folge einschließlich des Anfangs der Folge der Fall sein. Das entspricht der berühmten Forderung von Laplace. Damit ergibt sich nun eine völlig neue Möglichkeit der Bewertung der Begriffe Zufall und Unbestimmtheit.

Fassen wir zusammen, die Zahl ist ein konstruierender Begriff, dem eine Dynamik der Konstruktion (Algorithmus) der Ziffernfolge zugrunde liegt.

Je nach der zugrunde liegenden Dynamik der Zahl hat der zugehörige Phasenraum der Ziffernfolge eine bestimmte Dimension. Im Phasenraum gilt, dass jeder Punkt der Trajektorie eines Systems dieses System vollständig beschreibt, d.h. seine Zukunft eindeutig bestimmt.

Ist der benötigte Phasenraum unendlich, dann ist auch der Zustand eines unendlich dimensionalen Systems durch einen Punkt in ihm völlig bestimmt. Aber jede Projektion dieses unendlichen Phasenraumes, bzw. jede Reduktion auf einen endlich dimensionalen Teilphasenraum erzeugt statt des ursprünglichen Punktes im unendlich dimensionalen Phasenraum gewissermaßen eine „Wolke“ im reduzierten Teilphasenraum, also Unbestimmtheit und damit den Zufall des Einzelereignisses.

Im Fall der Reduktion des unendlich dimensionalen Phasenraumes auf den zweidimensionalen Phasenraum durch den Schluss von n auf $n + 1$, bzw. von der Gegenwart, dem Jetzt, auf die unmittelbare Zukunft bedeutet dies den totalen Verlust an Voraussagbarkeit, also die völlige Unbestimmtheit bzw. den vollkommenen, vollendeten Zufall.

Ist das System durch einen sehr großen, aber durchaus endlichen Phasenraum gekennzeichnet, dann ist dies für alle praktischen Fälle vergleichbar mit dem unendlich dimensionalen Phasenraum und dessen Reduktion und ihren Folgen, wie oben bereits diskutiert.

Chaos

Nun gibt es iterative Funktionen bzw. Abbildungen, die auf einen Fixpunkt im zweidimensionalen Phasenraum konvergieren, ähnlich wie die Ziffernfolge rationaler Zahlen wie z.B. $\frac{1}{2} = 0{,}5000\cdots$ oder $\frac{1}{3} = 0{,}3333\cdots$, wo die Ziffern 0 und 3 die Fixpunkte bzw. Attraktoren der Ziffernfolge sind. Aber es gibt auch zyklische Attraktoren, denen eine oszillatorische Kinetik entspricht. Bei der rationalen Zahl $\frac{1}{7} = 0{,}142857\ 142857\ \cdots$ haben wir eine solche zyklische, also periodische Ziffernfolge bereits kennengelernt. Für die Erzeugung von Pseudozufallszahlen wird neben der oben erwähnten Funktion auch die logistische Gleichung in ihrer iterierten Form $x_{n+1} = ax_n(1 - x_n)$ im Intervall $0 \leq x_n \leq 1$ verwendet. Bereits in den 1960er Jahren, so Hartmut Kuthan zufolge, benutzten Stanislaw Ulam und John von Neumann die exakt lösbare logistische Gleichung für $a = 4$ als Basis für einen Zufallsgenerator.[5]

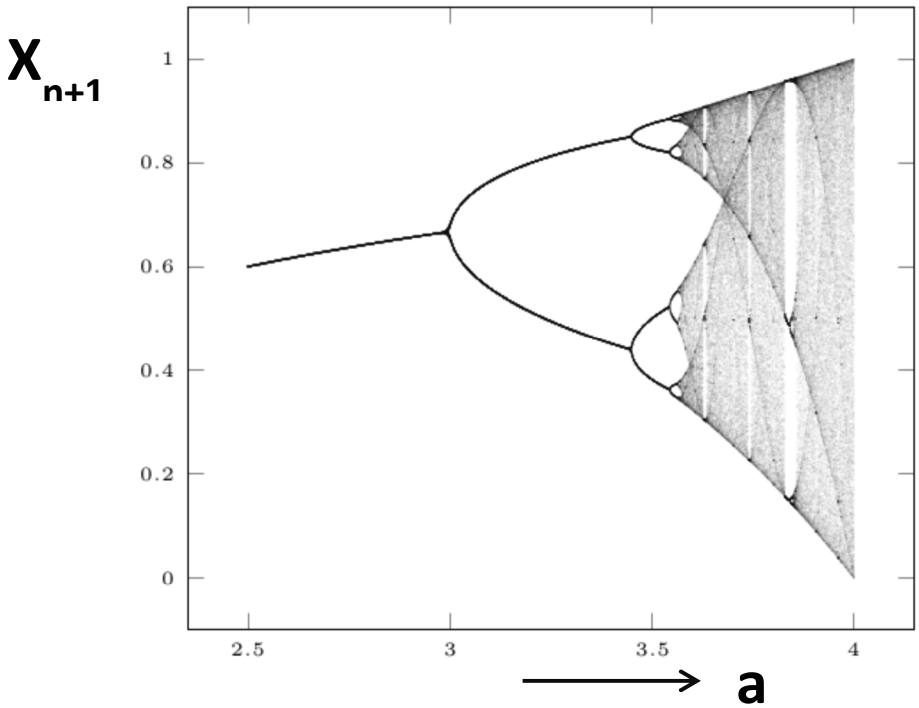


Abb. 2 *Feigenbaum-Diagramm der Logistischen Gleichung (Quelle: Internet [6])*

Trägt man die Folge der Werte x_{n+1} als Funktion von $0 \leq a \leq 4$ auf, dann erhält man das berühmte Feigenbaum-Diagramm. Für Werte von a im Bereich $0 \leq a \leq 3$ wird x_n unabhängig vom Startwert für genügend große Werte von n immer auf sich selbst abgebildet, also $f(x_n) = f(x_{n+1}) = \cdots$ gemäß einem Fixpunktverhalten der Funktion. Für Werte von $3 < a < 3{,}57$ oszilliert die Abbildung

---

[5] H. Kuthan; Das Zufallsprinzip. Vom Ereignis zum Gesetz, Engelsdorfer Verlag , Leipzig (2016) Seite 101 - 104

[6] Internet:
https://www.google.de/search?q=feigenbaumdiagramm&tbm=isch&imgil=lx84KUTAauGAFM%253A%253BgweGaxxeTXJVQM%253Bhttp%25253A%25252F%25252Fwww.ammu.at%25252Farchiv%25252F10%25252F10_4.htm&source=iu&pf=m&fir=lx84KUTAauGAFM%253A%252CgweGaxxeTXJVQM%252C_&usg=__lY25_6mC32uBpGGpBbWEoly_qI4%3D&biw=1680&bih=902&ved=0ahUKEwj47KGq5L3TAhXFWRQKHSa7CfMQyjcIRg&ei=I0z-WLjPHcWzUab2ppgP#imgrc=NzK6Uv1dtVDEbM:

periodisch zwischen zwei, vier oder acht usw. Werten bzw. Häufungspunkten, und für $3{,}57 < a \leq 4$ erhält man u.a. ein chaotisches Verhalten, wobei das Intervall von $0 \leq x_n \leq 1$ durchaus räumlich strukturiert ist. Die Folge der Werte x_{n+1} springt zunächst zwischen den Umgebungen der nun instabil gewordenen Häufungspunkte hin und her.[7]

Für $a = 4$ ist das gesamte Intervall $0 \leq x_{n+1} \leq 1$ von Werten überdeckt, doch ist diese Menge von Punkten selbstähnlich strukturiert, wie übrigens alle Werte x_{n+1} für die jeweiligen ter $3{,}57 \leq a \leq 4$. Sie bilden jeweils einen eindimensionalen fraktalen Punktestaub – eben das ist ein Charakteristikum des eindimensionalen Chaos. Kennt man irgendeinen Punkt der Folge x_{n+1} , so ist zwar eine recht gute Vorhersage der nächsten Werte x_{n+2} , x_{n+3} , $\cdots$ möglich, doch nach mehreren Iterationen werden die weiteren Werte von x_{n+m} völlig unvorhersagbar. Die Bestimm-barkeit der einzelnen Folgewerte von x_{n+1} hängt von der Genauigkeit des Rechners ab, bzw. der Anzahl der Ziffern / Bits, die zur Darstellung einer Zahl auf dem Rechner verwendet werden. Jede Zahl auf einem Rechner wird so zu einer rationalen Zahl **Q** maximaler Länge. Ist die ursprüngliche Anzahl der Ziffern, die zu ihrer Darstellung benötigt wird, größer als die maximale Darstel-lungsmöglichkeit des Rechners (z.B. 32 Bit oder 64 Bit), wird die Zahl abgebrochen oder auf- bzw. abgerundet. Das führt zu einer weiteren, starken Nichtlinearität – ähnlich wie mit der Modulo-Funktion bei der Berechnung von Pseudozufallszahlen. Diese Unbestimmtheit bei der Berechnung von Folgewerten im Fall des Chaos ist von prinzipieller Natur, denn wir würden eine unendliche Ziffernfolge mit unendlich vielen Bits benötigen, ähnlich wie bei den irrationalen Zahlen, um mit Bestimmtheit alle weiteren Glieder der chaotischen Folge der nichtlinearen Iteration berechnen zu können.

Aber ist dadurch unsere Kenntnis des Chaos und seiner Struktur in irgendeiner Weise beschränkt? Nein! Letztendlich springen wir durch diesen „Abbruch“ in der Darstellung der Zahlen nur von einer Trajektorie auf eine sehr nah benachbarte andere Trajektorie, setzen also unseren „Anfangswert“ immer wieder neu, was aber die fraktale Struktur des chaotischen Attraktors, in der wir uns bewegen, keineswegs verändert! Gewissermaßen folgen wir einer so erzeugten „Trajektorie“ nur ein kleines Stück weit, ersetzen sie also durch ein Faserbündel endlich langer Fasern – so macht man ja auch Seile – , die die einzelnen Faserlängen weit übertreffen. Aber wir haben auf diese Weise den Zufall eingeführt.

Für das Chaos gibt es jedoch keine „Gaußsche Glockenkurve“ der Verteilung der Häufigkeiten von Ereignissen des Auftretens der Werte x_{n+1} in bestimmten Intervallen, obwohl es Häufigkeitsstellen gibt, und ähnlich wie bei der Turbulenz können scheinbar ganz unwahrscheinlich anmutende Ereignisse sehr gehäuft auftreten, was historisch gesehen u.a. zu dem Begriff des „Schmetterlingseffektes“ führte.

Es erscheint mir für die weitere Diskussion sinnvoll zu sein, das Chaos verkürzend als fraktal strukturierten Zufall zu begreifen. Diese Strukturierung entspricht aber einer Ordnung, die der Menge der chaotischen Zufallsereignisse innewohnt. Der Vollständigkeit wegen sei abschließend noch erwähnt, dass sich an diesem Gedankengang nichts wesentlich ändert, wenn wir, statt die iterativen logistischen Gleichungen zu verwenden, zu der physikalisch gebräuchlichen Form der Beschreibung des Chaos durch ein gekoppeltes, nichtlineares Differentialgleichungssystem (ODE) im dreidimensionalen, eu-klidischen Raum übergehen. Auch hierbei müssen Zahlen berechnet werden, also auf dem Rechner dargestellt werden, es müssen Integrale berechnet werden, die beileibe nicht die Genauigkeit erfüllen – nämlich unendlich genau zu sein – wie es „notwendig“ wäre, um jeden Wert der „kontinuierlichen Trajektorie“ mit „Bestimmtheit“ zu berechnen, was ja wie zuvor betont völlig unrealistisch ist.

Ich möchte in diesem Zusammenhang noch auf ein im Allgemeinen weniger beachtetes Phänomen zu sprechen kommen. Während im zeitlich kontinuierlichen Fall im Euklidischen Raum $\boldsymbol{E_3}$ Chaos als komplexeste Form der Bewegung erst bei mindestens drei Variablen auftreten kann, ist dies im zeitlich diskreten Fall bereits bei der eindimensionalen Abbildung im euklidischen Raum $\boldsymbol{E_1}$ der Fall,

---

[7] https://de.wikipedia.org/wiki/Logistische_Gleichung

bzw. bei nur einer Variablen. Diese Reduktion der Variablen von drei auf eins bei der Behandlung komplexer Systeme durch den Übergang von der zeitlich kontinuierlichen (ODE) zur zeitlich diskreten Beschreibung (IFS) ist von großem Interesse.

Um möglichen Missverständnissen vorzubeugen, möchten wir betonen, dass man natürlich auch mit gekoppelten, iterierten Funktionensystemen (IFS) Trajektorien als Punktefolgen erzeugen kann, die in eindimensionale Mannigfaltigkeiten einbettbar sind. Die Abb. 3 zeigt ein Beispiel für ein dreidimensionales IFS, das bei Variation der Parameter vom Grenzzyklus ins Chaos überführt werden kann und dabei eine typische Feigenbaumsequenz der Periodenverdopplung bezüglich der Variation des Parameters a durchläuft

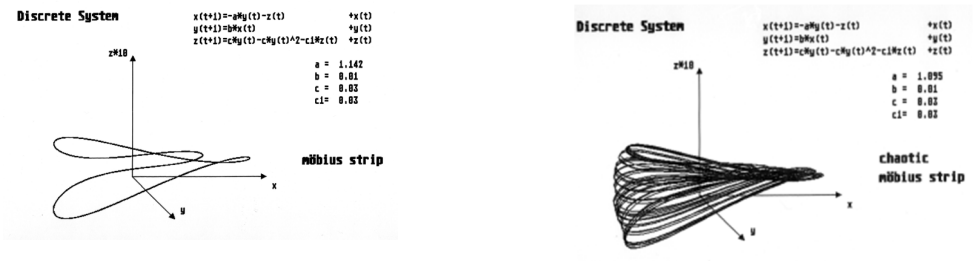


Abb. 3 *Periodenverdopplung vom Grenzzyklus bis zum Chaos eines IFS*

Sich entwickelnde Systeme

Systeme der menschlichen Gesellschaft sind zuvorderst dadurch gekennzeichnet, dass sie sich entwickeln! In der Sprache der Synergetik bedeutet das entweder, dass sich die Parameter des beschreibenden dynamischen Systems zeitabhängig verändern oder/und dass die Zahl der beschreibenden Variablen sich zeitlich verändert. In beiden Fällen handelt es sich dabei um „slow“ Variablen, die sich vergleichsweise nur langsam verändern. Bei diesen Entwicklungen werden im Allgemeinen Phasenübergänge auftreten!

Im zweidimensionalen Euklidischen Raum $\boldsymbol{E_2}$ ist bei der zeitkontinuierlichen Beschreibung der Grenzzyklus die komplexeste Bewegungsform. Ein klassisches Beispiel hierfür ist das System der gekoppelten nichtlinearen Differentialgleichungen:

$$\frac{dx}{dt} = -b_3x^3 + b_2x - y$$

$$\frac{dy}{dt} = a_1x^2 + a_2x - a_3 - y$$

$$x(t+1) = -b_1x^3(t) + b_2x(t) - y(t) + x(t)$$

$$y(t+1) = a_1x^2(t+1) + a_2x(t+1) - a_3 - y(t) + y(t)$$

Transformiert man dieses Gleichungssystem in ein zeitlich diskretes, iteriertes Funktionensystem (IFS), dann führt dies bei bestimmten Parametern dazu, dass das System nicht mehr überall durch eine Trajektorie beschrieben werden kann.

Es tritt hier ein ganz sonderbares, neues Verhalten auf. Das System bleibt berechenbar, es ist beschränkt auf einen Bereich des Phasenraumes; es besitzt einen Attraktor; es ist nicht chaotisch im klassischen Sinn, sondern durchläuft eine Bifurkationssequenz vom „Chaos“ bis zum „Fixpunkt“, ohne dass die Parameter dabei geändert werden!

Die zeitdiskrete Punktfolge (der Attraktor) lässt sich nicht in eine (kontinuierliche) Mannigfaltigkeit einbetten und füllt den Raum dennoch nicht zufällig im klassischen Sinn aus. Wir nennen dieses System deshalb „Wirrwarr“.

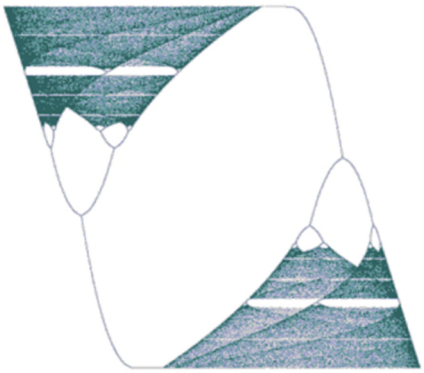


Abb. 4 *Wirrwarr-Attraktor des iterierten Funktionensystems:*

$$x(t+1) = -b_1 x^3(t) + b_2 x(t) - y(t) + x(t)$$
$$y(t+1) = a_1 x^2(t+1) + a_2 x(t+1) - a_3 - y(t) + y(t)$$

Im Bereich des Wirrwarrs „springt“ das System von einer „chaotischen Trajektorie“ zu einer anderen „chaotischen Trajektorie“ – es „entwickelt“ sich, wobei sich das „momentane Chaos“ qualitativ ändert. Auf welche Stelle der jeweils neuen chaotischen Trajektorie das System springt, ist unbestimmt. Die „alte“, wie die „neue“ Trajektorie liegen jedoch nahe beieinander. Das System „springt“ so häufig, dass es scheinbar den ganzen Parameterraum des klassischen Chaos der iterativen logistischen Geleichung durchschreitet, denn das ist die Struktur, die auch im Wirrwarr erhalten bleibt, wenn auch in weiten Bereichen ohne eine Trajektorie.

Phasenübergänge

Die zweite stark hervortretende Eigenschaft gesellschaftlicher Systeme sind soziale Umbrüche, die, wie wir alle wissen, mit enormen Verwerfungen in der Gesellschaft verbunden sind. In der Synergetik werden solche Ereignisse als Phasenübergänge in dynamischen Systemen begriffen. Die Phasen sind dabei z.B. ökonomische, technische oder soziale Strukturen, die sich bei Änderung gewisser Parameter mehr oder weniger abrupt qualitativ, wie z.B. in Revolutionen, also in ihrer dynamischen Struktur ändern. Gewiss handelt es sich hier nicht um Gleichgewichts-Phasenübergänge, aber dennoch gibt es auf der Ebene der Abstraktion viele gemeinsame Bezüge zwischen den kinetischen Phasenübergängen in offenen Systemen und den Gleichgewichts-Phasenübergängen. Insbesondere an den kritischen Punkten dieser Systeme, also an Bifurkationspunkten kann man weitgehend von den stofflichen Eigenschaften der Systeme absehen, da hierbei das universelle Verhalten maßgebend wird.

So nimmt die Stabilität eines Systems bei der Annäherung an einen (kritischen) Bifurkationspunkt ab, was ja bekanntlich bedeutet, dass eine Störung nur sehr langsam abklingt, bzw. dass bereits kleine Störungen zu starken Schwankungen führen können, die auch große Teile des Systems erfassen können.

In der Sprache dynamischer Systeme spricht man auch davon, dass die Geschwindigkeit, mit der man sich dem Bifurkationspunkt nähert bzw. sich von ihm entfernt, zu einem „Verschmieren des scharfen Phasenüberganges führt“, denn ehe das System nach der Veränderung des Bifurkationsparameters wieder relaxiert ist, hat sich dieses bereits verändert (siehe Abb. 5).

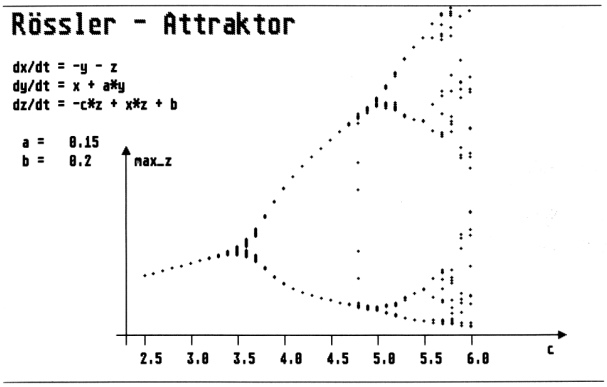


Abb. 5 *Feigenbaum-Diagramm des Rössler-Attraktors. Erst nach 10.000 Schritten wurde die Berechnung des jeweiligen maximalen z-Wertes abgebrochen. In der Nähe der Bifurkationspunkte ist das System noch nicht relaxiert bzw. der Bifurkationspunkt „verschmiert“.*

In der Synergetik spricht man davon, dass bei einem Phasenübergang in der Nähe des Bifurkationspunktes viele „Moden“ das System bestimmen, bis sich eine davon schließlich durchsetzt (Modenseparation).

Ein Beispiel dafür aus der Zellbiologie ist die Bewegung von Pseudopodien der Dictyostelium discoideum Zellen in der Hungerphase (vgl. Abb. 6c und 6d), wo sie längere Zeit über eine gerade Strecke mit periodischer Bewegung ihrer Pseudopodien zurücklegen[8], dann jedoch ins „Torkeln“ geraten, wobei die Analyse (Karhunen - Loeve - Methode) zeigt, dass ihre Bewegung in dieser Situation durch viele sich überlagernde periodische Funktionen beschrieben wird, ehe sie wieder in einer neuen Richtung mit nur einer periodischen Pseudopodienbewegung ihren Weg fortsetzt (vgl. Abb. 6a und 6b), ähnlich einer Lévy-Flug Bewegung.

> *“Individual swimming bacteria are known to bias their random trajectories in search of food and to optimize survival. The motion of bacteria within a swarm, wherein they migrate as a collective group over a solid surface, is fundamentally different as typical bacterial swarms show large-scale swirling and streaming motions involving millions to billions of cells. Here by tracking trajectories of fluorescently labelled individuals within such dense swarms, we find that the bacteria are performing super-diffusion, consistent with Lévy walks. Lévy walks are characterized by trajectories that have straight stretches for extended lengths whose variance is infinite. The evidence of super-diffusion consistent with Lévy walks in bacteria suggests that this strategy may have evolved considerably earlier than previously thought”.*[9]

Dieses Verhalten entspricht einer anomalen, beschleunigten Diffusion bzw. einem Lévy Flug (Lévy-walk),[10] wodurch sie schneller neue Futterquellen aufspüren können.

---

[8] Thomas Killich, Peter J. Plath, Xiang Wei, Heino Bultmann, Ludger Rensing, Michael Vicker, Journal of Cell Science, 106 (1993) 1005-1013

[9] G. Ariel, A. Rabani, S. Benisty, J. D. Partridge, R. M. Harshey, and A. Be'er Nat Commun. 2015; 6: 8396. Published online 2015 Sep 25. doi: 10.1038/ncomms9396

[10] http://www.tau.ac.il/~klafter1/ar1.pdf; Anomalous diffusion spreads its wings by Joseph Klafter and Igor M Sokolov

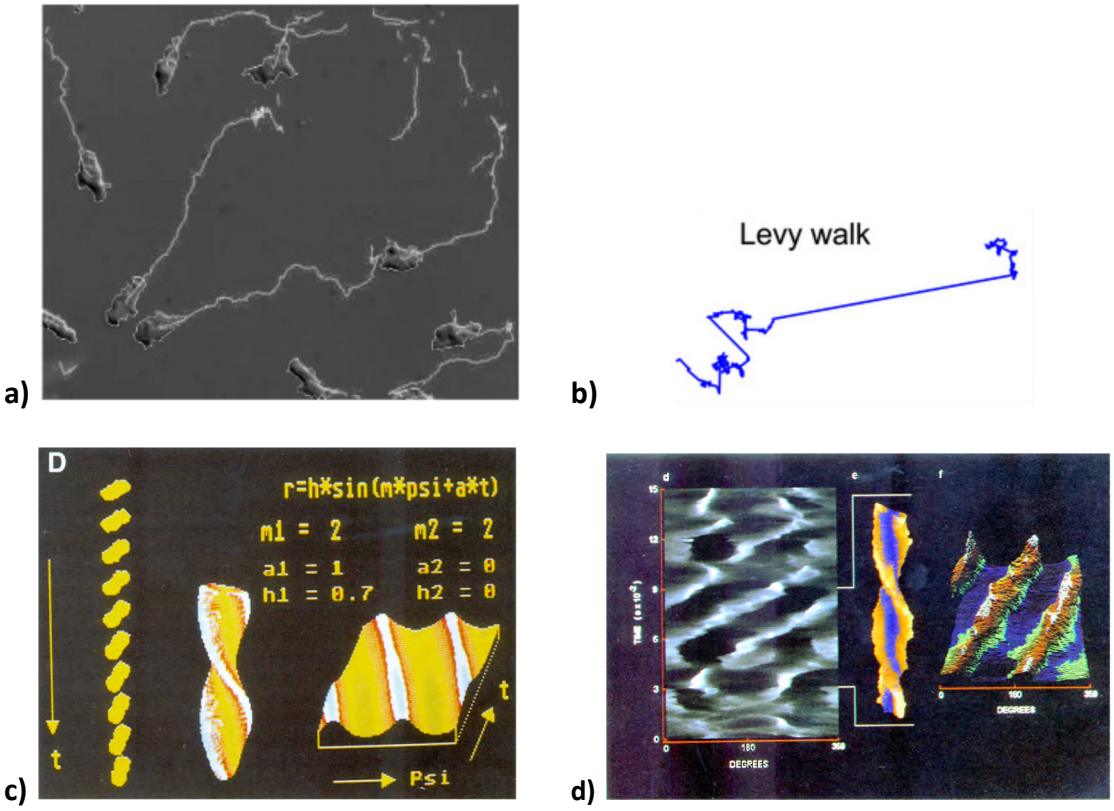


Abb. 6 *Bewegung von Dictyostelium discoideum Zellen a) Verfolgung der Ortsänderung des Schwerpunktes der Zellen; b) Simulation eines Lévy-Flugs, anomale Diffusion; c) Beschreibung der Pseudopodienbewegung der Zellen durch eine umlaufende Welle; d) Zirkulare Abbildung der Bewegung der Pseudopodien einer Zelle über 1500 sec. In Intervallen von 3 sec. während eines Lévy-Fluges.*

Was all diesen Beschreibungen zu Grunde liegt, ist – bei hinreichender Abstraktion – das gemeinsame Verhalten der Systeme beim Phasenübergang/Bifurkationspunkt, so dass sie durch unendlich viele bzw. durch sehr viele Variablen beschrieben werden müssen, dass also ein unendlich dimensionaler bzw. hochdimensionaler Phasenraum durchlaufen wird. Im endlich-dimensionalen bzw. niederdimensionalen Phasenraum besitzen sie dann praktisch keine Trajektorie mehr! Ganz wie in unserem oben beschriebenen Beispiel des iterierten nieder-dimensionalen Wirrwarrs!

In chemischen Systemen muss man bei Zündvorgängen von einer sehr großen Menge möglicher Reaktionsgleichungen ausgehen, denn solche Zündvorgänge entsprechen extremen Phasenübergängen, wobei der Zündpunkt einem kritischen Punkt entspricht.[11]

> *"The most successful numerical computations for the acetaldehyde + oxygen system involve 60 different elementary steps and allow for non-isothermal operation of the CSTR. Many of the steps in this large scheme are included to give a good quantitative match during the full ignition process. If we restrict our ambitions to a qualitative interpretation of the cool flame behaviour and the onset of ignition, a smaller scheme can be abstracted. Table 15.3 lists 25 steps for this purpose."*

[11] P. Gray, St. K. Scott; Chemical Oscillations and Instabilities – Non-linear Chemical Kinetics; Oxford Science Publications; Clarendon Press, Oxford (1990) pp. 435

Soziale Systeme / Das soziale Benard-Problem / Die Klassenfrage

Am Beispiel des Bénard-Systems erklärt Hermann Haken immer wieder eines der Grundprinzipien der Synergetik: das Zusammenwirken von Teilen des Systems unter Bildung makroskopischer Muster (vgl. Abb. 7).

> *„Ist der Temperaturunterschied zwischen unten und oben nur gering, so bewegt sich die Flüssigkeit makroskopisch nicht. Natürlich versucht die Flüssigkeit, die Temperaturunterschiede durch den Transport von Wärme auszugleichen, aber wie wir wissen, ist Wärme eine mikroskopische Bewegung, die wir nicht sehen können. Bei weiterer Erhöhung der der Temperaturdifferenz passiert dann etwas völlig überraschendes. Die Flüssigkeit setzt sich makroskopisch in Bewegung, und keineswegs wild durcheinander, sondern ganz wohlgeordnet.“*[12]

Erhitzt man eine dünne Flüssigkeitsschicht von unten und kühlt sie an ihrer Oberfläche ab, dann erfolgt der Wärmetransport von unten nach oben, bzw. zwischen den Temperaturen $T_u > T_o$ mittels ungeordneter Wärmediffusion, $dQ = -kq\frac{d\vartheta}{dx}dt$ mit $\frac{d\vartheta}{dx} = \frac{T_u - T_o}{x_u - x_o}$ solange $\Delta T = T_u - T_o$ klein genug ist. Überschreitet ΔT jedoch einen Schwellwert, so entsteht aus der zuvor ungeordneten Wärmebewegung eine konvektive Bewegung in Form von Rollmustern, die durch das kooperative Verhalten der Teilchen bzw. „Tröpfchen“ der Flüssigkeit hervorgerufen wird. Es findet also ein Phasenübergang in der Bewegung der Teilchen statt mit der Folge eines effektiveren Wärmetransportes.

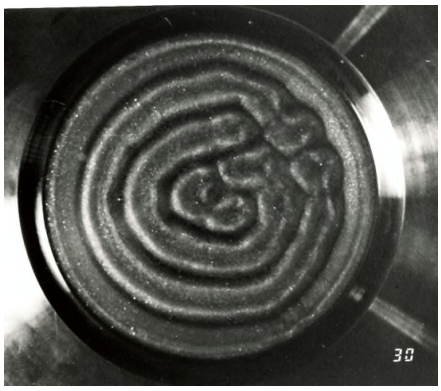


Abb. 7 *Herausbildung von Rollzellen in einem Bénard-Experiment in der Nähe des Phasenübergangspunktes. Die neue Phase – konzentrische Rollzellen – ist noch nicht voll ausgebildet und konkurriert noch mit „hexagonalen Rollzellen“.*

Nun beschreibt Thomas Piketty in seinem Buch „Das Kapital im 21. Jahrhundert“ u.a. das Kapital-Eigentums-Verhältnis in Europa zwischen 1870 und 2010[13] und die Ungleichheit der Einkommen in den USA 1910 bis 2010.

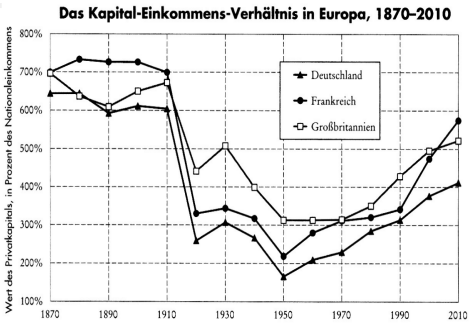
> S. 42 *„Kommen wir zum Kern der Sache. In den Graphiken I,1 und I,2 werden zwei grundlegende Entwicklungen dargestellt, die wir in diesem Buch zu verstehen versuchen und die die potentielle Bedeutung dieser beiden Divergenzprozesse verdeutlichen. Die in diesen Abbildungen angezeigten Entwicklungen haben allesamt die Form einer « U-Kurve », das heißt, daß sie erst abnehmen und dann zunehmen, und man könnte glauben, daß dies auf ähnlichen Gegebenheiten beruht.“*

---

[12] H. Haken; Erfolgsgeheimnisse der Natur – Synergetik: die Lehre vom Zusammenwirken, DVA Deutsche Verlags-Anstalt GmbH, Stuttgart (1981) S. 45

[13] Thoma Piketty, Das Kapital im 21.Jahrhundert, Verlag, C.H. Beck oHG.; München (2014) S. 45 ff.

I.1



I.2

***Abb. 8 /I,1**: „Der Anteil des obersten Dezils am amerikanischen Nationaleinkommen ist von 40-50% in den Jahren 1910 – 1920 auf weniger als 35% in den 1950er Jahren gesunken (es handelt sich um den von Kuznets gemessenen Rückgang." Dann erfolgt wieder ein Anstieg auf 50% (Entnommen: Th. Piketty)*

***Abb. 8 / I,2** „Der Gesamtwert der Privatvermögen entsprach in Europa 1910 dem Nationaleinkommen von 6 – 7 Jahren, 1950 von 2 – 3 Jahren und von 2010 von 4 – 6 Jahren." (Entnommen: Th. Piketty)*

> S. 43 *„Es wird sich zeigen, daß diese spektakuläre Entwicklung weitgehend auf die beispielslose Zunahme der sehr hohen Arbeitseinkommen zurückzuführen ist und, daß sie vor allem die Abkopplung der Vergütung von Führungskräften in Großunternehmen von den übrigen Einkommen widerspiegelt."*
>
> Seite 46 *„Die fundamentale Ungleichheit, die wir in der Formel $r > g$ fassen – wobei r die Kapitalrendite bezeichnet (das heißt den durchschnittlichen Kapitalertrag eines Jahres in Form von Gewinnen, Dividenden, Zinsen, Mieten und anderen Kapitaleinkommen, in Prozent des eingesetzten Kapitals) und g die Wachstumsrate (das heißt das jährliche Wachstum von Einkommen und Produktion) -, wird in diesem Buche eine große Rolle spielen. … Wenn die Kapitalrendite deutlich über der Wachstumsrate liegt - … -, dann bedeutet das automatisch, daß sich die ererbten Vermögen schneller vergrößern als Produktion und Einkommen. … Unter diesen Bedingungen ist es nahezu unvermeidlich, daß die ererbten Vermögen eine wesentlich größere Rolle spielen als die im Laufe eines Arbeitsleben gebildeten, und daß die Kapitalkonzentration ein derart hohes Niveau erreicht, daß sie mit dem Leistungsprinzip und den Grundsätzen sozialer Gerechtigkeit, die die Basis unserer modernen demokratischen Gesellschaft bilden, potentiell nicht mehr vereinbar ist."*
>
> Seite 47 *„Fassen wir zusammen: Der Prozeß der Akkumulation und Verteilung der Vermögen birgt starke Kräfte, die auf Divergenz und zumindest auf eine große Ungleichheit hinwirken. … Meine Schlußfolgerungen sind nicht so apokalyptisch wie jene, die sich aus dem von Marx heraus gearbeiteten Prinzip der unbegrenzten Akkumulation und der permanenten Divergenz ergeben (seine Theorie basiert auf der impliziten Annahme eines langfristigen Nullwachstums der Produktivität)."*

Die von Piketty als Besonderheit hervorgerufene „U-Form" der Verteilungsfunktion entspricht einer Dynamik, die uns aus der heterogenen Katalyse wohlbekannt ist. Die Abb. 9 zeigt, wie bei der katalytischen Methanoloxidation bei konstanten äußeren Bedingungen das katalytische System zwischen zwei völlig verschiedenen Reaktionsweisen mit entsprechender Wärmeproduktion ΔT mit U-förmigem Übergang wechseln kann. Im oberen Temperaturbereich beherrscht die vollständige Oxidation zu Wasser und Kohlendioxid das Geschehen, während im unteren Bereich von ΔT die unvollständige Oxidation zu Ameisensäure bzw. deren Ester das Reaktionsgeschehen bestimmt.[14] Der Wechsel zwischen diesen beiden Reaktionsweisen erfolgt jeweils durch Phasenübergänge, wobei jeweils die zuvor herrschende Reaktionsweise bzw. Reaktionsphase instabil wird.

---

[14] A.Th. Haberditzl, N.I. Jaeger, P.J. Plath; "Langzeitverhalten der bistabilen Oxidation des Methanols an Pd-Trägerkatalysatoren", Z. phys. Chemie, Leipzig 265,3 (1984) 449-463

Moduliert man dieses Verhalten unter der Berücksichtigung des individuellen Verhaltens der aktiven bzw. inaktiven Katalysatorteilchen und ihres kollektiven Verhaltens z.B. durch Anwendung eines Renormierungsverfahrens[15], dann kann man den plötzlichen Abfall der Temperatur bzw. der CO_2 – Produktion als kinetischen Phasenübergang des Gesamtsystems erkenntlich machen.

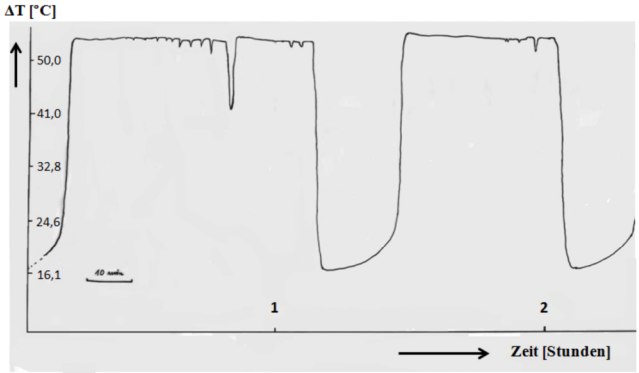


Abb. 9 *U-förmige Dynamik bei der katalytischen Oxidation an einem Palladium Al_2O_3-Trägerkatalysator. (Strömungsgeschwindigkeit 34,99 ml/min, Konzentration des Methanols im Luftstrom 4,27%, Reaktorgrundtemperatur 100,5°C) (Messung von J. Schweckendiek, P. Plath, Aug./Sept. 1983)*

Es sei angemerkt, dass die Wahlsysteme in vielen Staaten, z.B. die Präsidentenwahlen in Frankreich, nach einem ähnlichen Renormierungsverfahren ablaufen.

Schauen wir uns daraufhin die von Piketty hervorgehobenen U-förmigen Übergänge in der Ungleichverteilung der Einkommen an, dann könnte das obere Niveau bedeuten, dass im Wesentlichen die Finanzprozesse (Handel mit Aktien, Derivaten und Erbschaften etc.) die Vermögensbildung bestimmen – diese Prozesse bestimmen dann die großen Investitionen und den Kapitalfluss, während im unteren Bereich die Vermögensbildung weitgehend durch die Gewinne aus der realen Warenproduktion, dem Verkauf der Waren und Dienstleistungen und der Distribution derselben herrührt.

Oliver Nachtwey wirft in seinem Buch „Die Abstiegsgesellschaft – Über das Aufbegehren in der regressiven Moderne“ im Kapitel „Das Aufbegehren“ die Frage auf[16]:

> *„Kehren mit der Abstiegsgesellschaft die soziale Frage und der damit verbundene (Klassen-) Konflikt zurück? Um einen Teil der Antwort vorwegzunehmen: Ja, die soziale Frage kehrt zurück, aber nicht in der Form, in der man sie früher gekannt hat. Der Klassenkampf des 19. und frühen 20. Jahrhunderts sowie das traditionelle Proletariat werden nicht wiederkommen. … Neue kollektive Akteure entstehen erst in größeren, über mehrere Episoden verlaufenden Konflikten, in denen sich gemeinsame Praktiken und Deutungen entwickeln.“*

Er beschreibt dann in aller Ausführlichkeit Formen des Aufbegehrens vor allem in den westeuropäischen Gesellschaften der letzten Jahrzehnte.

Aus der Sicht der Synergetik beschreibt diese Auflistung der örtlich und zeitlich begrenzten Formen des Aufbegehrens starke Fluktuationen, bzw. konkurrierende „Moden“ in der Nähe eines Phasenüberganges, ganz wie im Fall der Herausbildung der Rollzellenmuster in der Bénard-Zelle. Die treibende „Kraft“ könnte dabei der Vermögensunterschied sein, bzw. die Ungleichheit in der Kapitalverteilung. Wenn diese groß genug ist und einen Schwellwert überschreitet, dann treten „revolutio-

---

[15] P.J. Plath, H. Prüfer, „Ein stochastischer zellulärer Automat als Modell einer heterogen katalysierten Reaktion", Z. phys. Chemie, Leipzig 268,2 (1987) 235-249

[16] Oliver Nachtwey; Die Abstiegsgesellschaft – Über das Aufbegehren in der regressiven Moderne“, edition suhrkamp 2682,Suhrkamp Verlag Berlin (2016) S. 183

näre Moden“ auf und werden nicht sofort ausgedämpft wie in Gesellschaftszuständen mit nur geringen Vermögensunterschieden. Auch der Marx‘sche Begriff der Klasse[17] beinhaltet eine Form des kollektiven Verhaltens, das sich bei genügend großen Vermögensunterschieden durchsetzen kann.

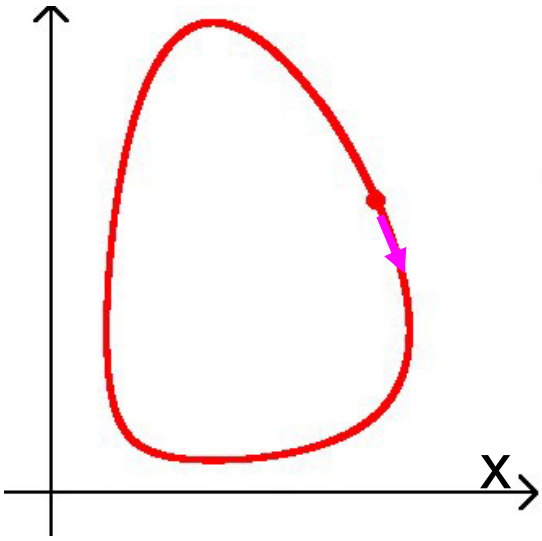
> *„Die Bourgeoisie selbst entwickelt sich erst mit ihren Bedingungen allmählich, spaltet sich nach der Teilung der Arbeit in sich (während sie die Majorität der vorgefundenen besitzlosen und ein Teil der besitzenden Klassen zu einer neuen Klasse, dem Proletariat, entwickelt), in dem Maße, als alles vorgefundene Eigentum in industrielles und kommerzielles Kapital umgewandelt wird. Die einzelnen Individuen bilden nur insofern eine Klasse, als sie einen gemeinsamen Kampf gegen eine andere Klasse zu führen haben; im übrigen stehen sie einander selbst in der Konkurrenz wieder feindlich gegenüber. Auf der anderen Seite verselbstständigt sich die Klasse wieder gegen die Individuen, so daß diese ihre Lebensbedingungen prädestiniert vorfinden, von der Klasse ihrer Lebensstellung und damit ihre persönliche Entwicklung angewiesen bekommen, unter sie subsumiert werden.“*

Klassen entstehen und Klassen vergehen bzw. lösen sich auf, je nach den herrschenden Vermögensunterschieden (und den spezifischen Bedingungen). Sie entsprechen damit den möglichen, entstehenden kollektiven Moden bzw. dem völlig individuellen Verhalten der Elemente des betrachteten Systems in den Phasenübergängen.

Wissensproduktion und Innovation

Als letztes Beispiel für die Dynamik sozialer Systeme möchten wie die gesellschaftliche Produktion von Wissen und die damit möglicherweise verursachten Innovationen streifen.

Die Modelle hierzu beruhen auf den grundlegenden Arbeiten von F. Müller[18] (1972), der ein Lotka-Volterra Gleichungssystem verwendete, um die Problem-Wissens-Dynamik in und zwischen Forschungsgruppen zu beschreiben.



$$\frac{dx}{dt} = pxy - lx$$
$$\frac{dy}{dt} = -pxy + cy$$

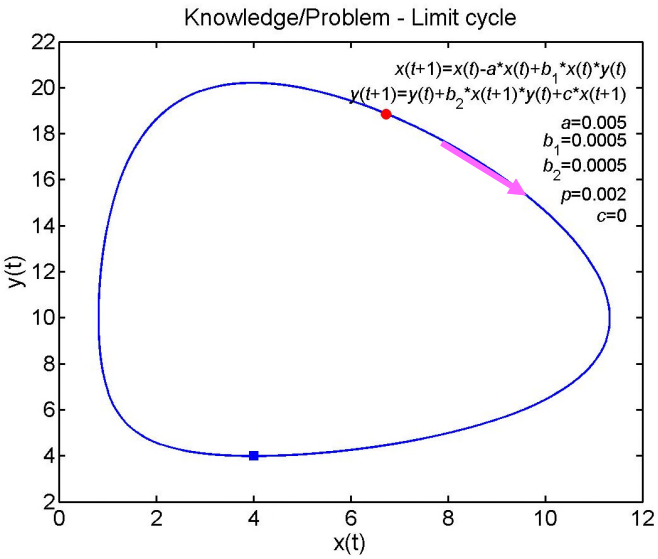
Abb.10 *Eine Trajektorie als Lösung des nebenstehenden Lotka-Volterra Systems von Differentialgleichungen.*

---

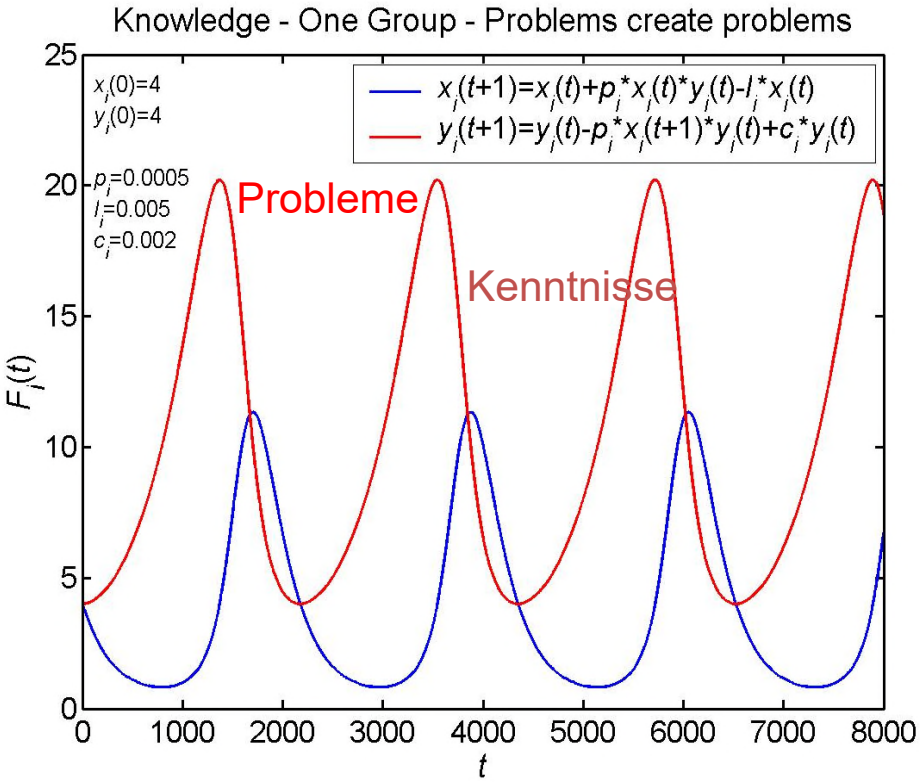
[17] K. Marx, Friedrich Engels; Die Deutsche Ideologie, Dietz Verlag GmbH, Berlin (1960) S.53

[18] F. Müller, Fortschritt der Wissenschaft – mathematisch modelliert; in: Wissenschaft und Fortschritt 22, 4 (1972) 162 - 165

Wir möchten betonen, dass das Lotka-Volterra Differentialgleichungssystem auch als iteratives Funktionensystem (IFS) formuliert werden kann, was besonders dann ein Vorteil ist, wenn man eine komplexe Dynamik mit einem hochdimensionalen Phasenraum durch ein möglichst niederdimensionales Gleichungssystem beschreiben möchte.



a)



b)

c)

$$x(t+1) = x(t) + p\,x(t)\,y(t) - l\,x(t)$$
$$y(t+1) = y(t) - p\,x(t+1)\,y(t) + c\,y(t)$$

Abb. 11 *Das Lotka-Volterra-System als iteriertes gekoppeltes Funktionensystem umgeschrieben. a) Trajektorie, b) die zugehörige Zeitreihe, c) das iterierte Gleichungssystem.*

Um die Dynamik des Wissens innerhalb einer wissenschaftlichen Disziplin zu erfassen, entwickeln wir aus dem ungedämpften Lotka-Volterra-System, das nur eine geringe Komplexität besitzt, ein gedämpftes System, das die Lebenszeit von wissenschaftlichen Gebieten und Schulen beschreibt. Die Dämpfung besteht dabei in der Menge des Wissens, das kontrainduktiv die Entstehung von neu zu lösenden Problemen hemmt.

Im nicht gedämpften System erzeugen wir durch die kreuzweise Kopplung von Problemen $Y(t)$ und Wissen $X(t)$ aus verschiedenen Disziplinen ein Verständnis für die Dynamik der Interdisziplinarität.

Bei unsymmetrischer Kopplung führt das zu wesentlich komplexeren, nämlich chaotischen Strukturen der Entwicklung des Wissens und der Probleme in der Disziplin, die sich der anderen Disziplin gegenüber öffnet. Es kommt dabei zeitweilig zu extrem hohem Kenntnisgewinn dieser Gruppe bzw. Disziplin während die andere Gruppe davon völlig unbeeinflusst auf niedrigem Niveau – periodisch – weiterarbeitet.

$$X(1,t+1) = X(1,t) + p_{11}X(1,t)Y(1,t) + p_{12}X(1,t)Y(2,t) - l_1X(1,t)$$
$$Y(1,t+1) = Y(1,t) - p_{11}X(1,t+1)Y(1,t) + c_1Y(1,t)$$
$$X(2,t+1) = X(2,t) + p_{22}X(2,t)Y(2,t) + p_{21}X(2,t)Y(1,t+1) - l_2X(2,t)$$
$$Y(2,t+1) = Y(2,t) - p_{22}X(2,t+1)Y(2,t) + c_2Y(2,t)$$

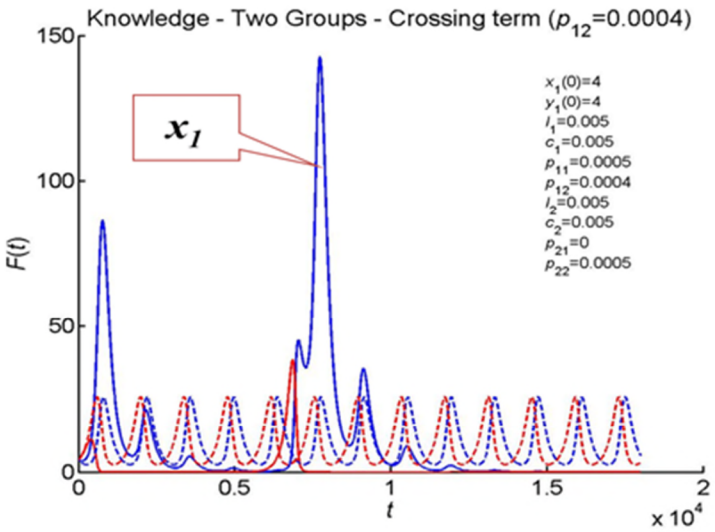


Abb. 12 *Zeitserie der Kenntnisse und Probleme bei unsymmetrischer Interdisziplinarität: Koeffizienten für die Kreuzterme $p_{12} \neq 0$ aber $p_{21} = 0$; d.h. Nur die Gruppe 1 greift Probleme der Gruppe 2 auf. Es kommt zeitweilig zu hohem Kenntnisgewinn der Gruppe 1*

Die Erfahrung hatte uns gelehrt, dass Innovation nicht nur mit dem wissenschaftlichen Erkenntnisgewinn, sondern auch mit dem verfügbaren Kapitaleinsatz und dem Problembewusstsein der über das jeweilige „Casinokapital“ verfügenden Gruppen zusammenhängt.

Selbst wenn wir nur eine Disziplin (ungedämpft) betrachten, die periodisches Verhalten der Wissens-Problem Dynamik zeigt, so ergibt sich eine völlig aperiodische Entwicklung der Innovation. Dabei kann es zu seltenen Ereignissen von Innovationsausbrüchen (bursts) bzw. Innovationsschüben kommen, wenn auch noch die Interdisziplinarität mit berücksichtigt wird.

Interessant ist die Beobachtung, dass nicht jeder durchaus bedeutende, interdisziplinäre Kenntnisgewinn zu einem Innovationsschub führt!

Das hochdimensionale, komplexe System wird von uns mittels gekoppelter iterativer Gleichungen behandelt (IFS).

Adresse der Verfasser:
Peter Plath, Universität Bremen; priv. D-17279 Lychen, Vogelgesangstraße 26;
peter_plath@t-online.de
Ernst-Christoph Haß, Universität Bremen; priv. D-14554 Seddiner See, Hauptstraße 2;
ernst-christoph.hass@web.de