



Hartmut Hecht

Historisches zum Prinzip der kleinsten Wirkung

In der Online-Zeitschrift der Leibniz-Sozietät sind zu Beginn des Jahres 2015 zwei Beiträge erschienen, die sich dem Prinzip der kleinsten Wirkung widmen. Dabei geht es weniger um die physikalische Bedeutung dieses Prinzips als vielmehr darum, dessen theologische bzw. teleologische Mystifikation als unzutreffend nachzuweisen.

Beide Autoren beziehen sich in ihrer Argumentation auch auf die historischen Quellen des in Rede stehenden Prinzips, wobei insbesondere Leibniz als dessen Stammvater angesehen wird. Karl Czasny folgt diesbezüglich einer Mitteilung von Hans-Jürgen Treder, der 1996 schreibt: „Leibnizens (von Maupertuis übernommene) Formulierung im Sinne seiner Theodizee“ lautet, dass „die Natur unter allen möglichen Bedingungen diejenige auswählt, die ihr Ziel mit dem kleinsten Aufwand von Aktion erreicht“¹ Mit dieser Formulierung deutet Treder den Kontext an, in dem sich bei Leibniz Überlegungen hinsichtlich möglicher Veränderungen in der Natur bewegen, und er suggeriert zugleich, dass die von ihm angegebene Formulierung eine, wenn auch vage Aussage in Bezug auf das Wirkungsprinzip einschließt. Nach meiner Kenntnis der Literatur gibt es indessen weder in den Schriften von Leibniz noch in denen Maupertuis' eine Formulierung dieser Art. Maupertuis ist in seinen Ausführungen zum Wirkungsprinzip entschieden konkreter und notiert z.B. in seinem *Essay de Cosmologie*: „Ce principe est que dans toutes les Distributions de mouvement qui se font dans la Nature, la Quantité d'Action (qui est la somme des produits des Masses par les Espaces qu'elles parcourent) étoit toujours la plus petite qu'il fut possible“.²

Und wenn es um Leibniz' Anteil bei der Formulierung des Aktionsprinzips geht, so gilt der von Samuel König in seinem Streit mit Maupertuis um die Priorität des Prinzips der kleinsten Aktion zitierte Brief als die entscheidende Quelle. Nach allem was wir heute wissen, gibt es nur diese eine Stelle in Leibniz' Werk, in der ein Zusammenhang zwischen der Aktionsgröße und einem Extremalprinzip hergestellt wird. In diesem Brief ist eine Formulierung, die der von Treder angeführten vergleichbar wäre, nicht zu finden. Überhaupt ist die Echtheit dieses Briefes sehr umstritten. Samuel König konnte seinerzeit das Original nicht vorweisen, und bereits in den Debatten, die um die Mitte des 18. Jahrhunderts an der Berliner Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres dazu geführt wurden, hat Euler die Vermutung geäußert, dass der Brief eine Fälschung sei. Zu demselben Resultat kommt auch Herbert Breger nach einer subtilen Analyse im Jahre 1998.³ Und selbst wenn es sich um einen Leibniz-Brief handeln sollte, wäre man wohl nicht berechtigt, Leibniz die Entdeckung dieses Prinzips zuzusprechen, denn in der Physik muss, so seine Überzeugung, alles mechanisch erklärt werden, die Prinzipien der Physik aber, das hat er immer wieder betont, sind metaphysische Prinzipien. Leibniz hätte das Prinzip der kleinsten Aktion als ein metaphysisches Prinzip ansehen müssen, und das wäre mit seiner Metaphysik wohl kaum zu vereinbaren.

In dieser Allgemeinheit, d.h. als ein metaphysisches Prinzip, hat nicht Leibniz, sondern der nach ihm bedeutendste Präsident der Berliner Akademie, Maupertuis, das Prinzip ausgesprochen. Er schränkte dessen Geltung nicht auf die Natur ein und glaubte, sich als Vollender der Physikentwick-

¹ H.-J. Treder, Die beste aller Welten. Leibniz' Physik der Prinzipie, in: Sitzungsberichte der Leibniz-Sozietät 13(1996)5, S. 68.

² P.L.M. de Maupertuis, *Essay de Cosmologie*, in: *Les Oeuvres*, Dresden 1752, Preface, ohne Seitenangabe.

³ H. Breger, Über den von Samuel König veröffentlichten Brief zum Prinzip der kleinsten Wirkung, in: H. Hecht (Hrsg.), *Pierre Louis Moreau de Maupertuis. Eine Bilanz nach 300 Jahren*, Berlin 1999, S. 379.

lung sehen zu dürfen, weil er sich sicher war, gefunden zu haben, wonach Descartes, Leibniz und Newton gesucht hatten, ein übergreifendes und für alle Körper gültiges Prinzip.

Wie kommt es dann aber, dass im Zusammenhang mit diesem Prinzip immer wieder der Name Leibniz fällt? Das liegt nun tatsächlich an einer grundlegenden metaphysischen Annahme, auf die auch Karl Czasny und Adalbert Feltz hinweisen. Denn für Leibniz ist unsere Welt aus einer Wahl hervorgegangen, und zwar als die beste aller möglichen Welten, so dass bei ihm Optimierungsvorstellungen als grundlegend für die Welt- und Naturbeschreibung anzusehen sind. Das trifft insbesondere auf Finalursachen zu, in denen sich dieser Sachverhalt auf spezifische Weise ausdrückt.

Das Prinzip der kleinsten Aktionsmenge, wie Maupertuis sagt (*quantité d'action*), beruht auf solchen Final- oder Zweckursachen. Auch Leibniz kritisierte bekanntlich die Cartesianer dafür, dass sie zu vorschnell die Zweckursachen aus der Physik verabschiedet hätten, „während sie uns doch außer der Bewunderung der göttlichen Weisheit das schönste Prinzip bieten, um auch die Eigenschaften solcher Dinge zu entdecken, deren innere Natur uns noch nicht so klar bekannt ist, daß wir die nahelegendsten Wirkursachen [*causa efficiens*] verwenden und die Mechanismen [*machinae*] erklären können, die der Schöpfer angewendet hat, um jene Wirkungen hervorzubringen, und um seine Zwecke zu behaupten.“⁴

Das sieht nun doch sehr nach dem Walten der *invisible hand* aus und damit einer kurzschlüssigen Verbindung zwischen Aktionsprinzip und Gottesbeweis. Dennoch besteht kein Zweifel, dass weder Leibniz noch Maupertuis mit ihren Optimierungsüberlegungen einen solchen Beweis führen wollten. Für den Metaphysiker Leibniz versteht sich das von selbst. Sein Gottesbeweis, der eine Variante des ontologischen Gottesbeweises ist, beruht auf dem dafür notwendigen Nachweis, dass Gott möglich ist. Und Maupertuis schreibt in einem Brief vom 17. Mai 1750 an La Condamine: „*Ces Mess. veulent absolument prendre ce discours [gemeint ist der *Essay de Cosmologie*] pour vue demonstration de l'Existence de Dieu que je veux substituer à toutes les autres, et ce ne point cela. Je ne pretens ni abolir toutes les autres, ni donner la mienne meme comme une demonstration.*“⁵ Klare Worte, und Maupertuis führt dann weiter aus, dass Gottesbeweise Sache der Theologie seien, während die Philosophen ohne Furcht und Billigung – der Theologie ist wohl gemeint – die Geltung dieser Beweise zu untersuchen hätten.

Leibniz ebenso wie Maupertuis bestehen also wie Karl Czasny und Adalbert Feltz auf einer klaren Unterscheidung von Theologie und Physik. Die Vermischung dieser Gegenstände und damit der vermeintliche Beweis der Existenz Gottes durch einen physikalischen Sachverhalt steht nicht am Beginn der Formulierung des Prinzips der kleinsten Aktion, sondern erweist sich als spätere ad-hoc-Interpretation im Rahmen der Physikotheologie. Für die beiden Wortmeldungen in der Online-Zeitschrift der Leibniz-Sozietät ist das Problem damit abgeschlossen. Und sie begründen ihre Einsicht mit dem Hinweis auf den tautologischen Charakter des Aktions- oder, wie es später heißt, Wirkungsprinzips, der alle Spekulationen über Ziele und Zwecke in der Natur ausschließt.

Für die Protagonisten des 18. Jahrhunderts aber fängt das Problem damit erst an. Euler hat, wie sowohl Karl Czasny als auch Adalbert Feltz betonen, den Zusammenhang zwischen dem Aktionsprinzip und der später so genannten Euler-Lagrangeschen Gleichung expliziert. Euler hat aber auch, und zwar nachdem er die ersten Resultate bezüglich des genannten Zusammenhangs vorliegen hatte, Maupertuis mitgeteilt, dass, um diesen Zusammenhang zu verstehen, eine übergreifende Wissenschaft (*grand science*) erforderlich sei, eine Wissenschaft, in der die allgemeinen Prinzipien der Naturerkenntnis formuliert werden müssten. Diese Wissenschaft so Euler, würde weitgehend noch fehlen,⁶ und er erwartete von ihr, dass sie den Zusammenhang von Kausal- und Finalursachen aufklären würde. Von einer Reduktion aller Naturerkenntnis auf Kausalursachen kann also bei Euler keine Rede

⁴ G.W. Leibniz, Ein einziges Prinzip der Optik, Katoptrik und Dioptrik, in: Ders., Schöpferische Vernunft. Schriften aus den Jahren 1668-1686, hg. von Wolf v. Engelhardt, Münster, Köln, 1955, S. 291.

⁵ P.L.M. de Maupertuis, Brief an La Condamine vom 17. Mai 1750, Ville de Saint-Malo, Service éducatif des Archives Departementales d'Ille-et-Vilaine, Fonds Maupertuis, S. 91.

⁶ L. Euler, Brief an Maupertuis vom 10. Dezember 1745, in: Ders., Opera omnia, Ser. 4 A, Vol. 6, S. 57.

sein.⁷ Man kann dies als den Zeitverhältnissen geschuldet ansehen. Überzeugender ist es, wie ich meine, wenn man versucht, den Grund für diese im 18. Jahrhundert verbreitete Überzeugung einzusehen. Ich werde im Folgenden einige Überlegungen dazu skizzieren, für die ich eine Arbeit von Leibniz, das *Tentamen Anagoricum* diskutieren werde, in der die Notwendigkeit von Kausal- und Finalursachen in der Physik am Beispiel der geometrischen Optik demonstriert wird.

Leibniz beginnt mit einer Feststellung, die an Deutlichkeit nichts zu wünschen übrig lässt. Descartes, sagt er, kann das Brechungsgesetz niemals auf dem Wege gefunden haben, den er angab, d.h. allein unter Verwendung von Kausalursachen. Ergo muss er es entweder auf einem anderen Wege gefunden haben, oder aber er hatte es anderswo her. Die Unmöglichkeit seiner mechanischen Erklärung war ja auch der Grund, weshalb bereits in der Antike eine *Lex parsimoniae* zur Begründung der bekannten Phänomene von Reflexion und Brechung des Lichtes eingeführt wurde. Hier setzt nun Leibniz an, und zwar auf dem Niveau der wissenschaftlichen Diskussion seiner Zeit.

Was ihn interessiert, ist die Tatsache, dass in der Strahlenoptik die Reflexion des Lichtes in Abhängigkeit von den jeweils benutzten Spiegeln durch unterschiedliche Prinzipien beschrieben wird. Verwendet man einen Konkavspiegel, so erfolgt die Reflexion an dem Punkt, an dem der Lichtweg der längste aller möglichen Wege ist. Im Falle des ebenen Spiegels und des Konvexspiegels handelt es sich um den kürzesten aller möglichen Wege. Die Prinzipien des kürzesten bzw. längsten Lichtwegs setzen, wie man leicht sieht, die Kenntnis der Länge des Lichtwegs voraus. Sie gelten daher nicht für ein Verfahren, mit dessen Hilfe man die Lichtausbreitung als punktwisen Übergang von einem geometrischen Punkt zum nächsten beschreiben würde. Um den vom Licht eingeschlagenen Weg zu finden, werden in dem hier unterstellten Verfahren vielmehr zwei Punkte, die als Strahlungsquelle bzw. Empfänger des Lichtsignals identifizierbar sind, fest gewählt. Und im Anschluss daran fragt man nach der Lage desjenigen Punktes, an dem die Reflexion erfolgt. Die Länge des Lichtwegs ergibt sich daher nicht aus einer Messung nach erfolgter Lichtausbreitung, sondern durch Variation des Reflexionspunktes auf der jeweiligen Spiegeloberfläche.

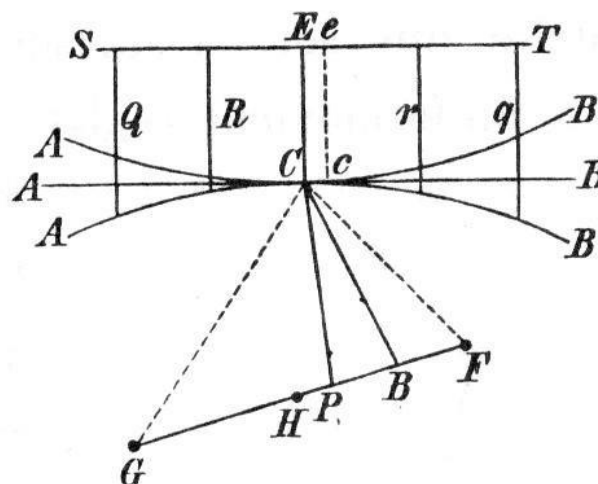


Abb. 1

Um diesen Punkt zu bestimmen, fingiert Leibniz einen Strahlenverlauf, für den durch die Kurven AB ein konvexer, ein konkaver und ein ebener Spiegel die Ausbreitungsbedingungen darstellen. Zeichnet man in diese Abbildung nun die Abszisse ST ein und fällt man von ihr aus das Lot auf die drei Kurven AB , so ist klar, dass zum Lot q ein Zwilling Q , zum Lot r ein Zwilling R gehört usw. Spielt man nun, diesem Procedere folgend, die möglichen Zwillingspaarbildungen in Gedanken weiter durch, so wird

⁷ L. Euler, *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti*. Additamentum I, in: Ders. *Opera omnia*, Ser. 1, Vol. 24, S. 231.

man feststellen, dass es einen und nur einen Punkt gibt, an dem die Zwillinge zusammenfallen. In Abb. 1 handelt es sich um den Punkt C und dessen Zwilling c. Es ist folglich genau ein Punkt gegenüber allen anderen ausgezeichnet und zwar allein durch Symmetrieüberlegungen, d.h. durch die Ordnungsbeziehungen der Ordinaten. Das ist der Punkt, an dem die Reflexion erfolgt. Ungeachtet aller Messaussagen ist damit klar, dass es einen Weg gibt, der unabhängig davon, ob es sich um den längsten oder den kürzesten Weg handelt, gegenüber allen anderen Wegen ausgezeichnet ist. Diesen Weg nennt Leibniz den einfachsten oder auch den bestimmtesten (*le plus déterminé*) aller möglichen Wege.⁸

Dass eine solche Analyse möglich ist, liegt für ihn an der Verfasstheit der Welt, in der wir als bester aller möglichen Welten leben. Einer Welt, die sich hinsichtlich ihrer Vollkommenheit von allen anderen unterscheidet. Vollkommen heißt, dass in ihr nichts zu verbessern ist, alles mithin vollständig auf einander abgestimmt ist. Und dies zeigt sich überall, selbst im geringsten Detail. Insbesondere wird es in den grundlegenden Ordnungsbeziehungen erfahrbar. Und eben dies wird bei Leibniz durch die Begriffe *le plus déterminé* oder *maxime determinatum*, das Bestimmteste oder am meisten Bestimmte zum Ausdruck gebracht.

Wir können also in unseren naturwissenschaftlichen Theorien und gesetzmäßigen Zusammenhängen erfahren, was Leibniz als grundlegend für die Welt annimmt, dass sie nämlich auf einer Wahl beruht, die gemäß dem Kriterium des Besten erfolgt. Und das ist gemeint, wenn er, wie in dem oben angeführten Zitat davon spricht, dass wir in unseren Entdeckungen, wenn wir es nur wollen, einen Hinweis auf die göttliche Weisheit finden können. Doch das ist eine zusätzliche Dimension, keine Aussage von naturwissenschaftlicher Bedeutung. Die metaphysische Dimension beruht auf einer Aussage über die grundlegenden Ordnungszusammenhänge in der Welt, die physikalische auf Messungen.

Damit liegt die Leibnizsche Lösung, wie denn die Geltung der Gesetze der Strahlenoptik zu begründen sei, klar zu Tage. Sie besteht in der Kombination zweier Erklärungsstrategien, die vorher isoliert betrachtet wurden und aus diesem Grund dem Problem nicht gerecht werden konnten. In der Antike musste der Strahlengang an konkaven Hohlspiegeln außer Betracht bleiben, da er sich nicht mit der *Lex parsimoniae* vereinbaren ließ. Und Descartes konnte, weil er nur Kausalursachen in der Physik zuließ, das Brechungsgesetz nicht begründen. Indem nun Leibniz Finalprinzipien zulässt, die sich in besonderen Ordnungsbeziehungen manifestieren, hebt er die Beschränkungen seiner Vorgänger auf. Dies geschieht, indem er Gesichtspunkte der Ordnung und der Größe aufeinander bezieht. Das Prinzip der Ordnung legitimiert die Geltung zweier Prinzipien für die Reflexion des Lichtes. Es macht daher quantitative Aussagen erst zur Gewissheit. Ohne dieses Prinzip wären die Gesetze der Strahlenoptik nicht hinreichend bestimmt, weil man sie von den Versuchsbedingungen abhängig machen könnte. Leibniz spricht im *Tentamen Anagogicum* von zwei Methoden, die sich wechselseitig bedingen, der Methode „*de Formis Optimis*“ und der Methode „*de maximis et minimis quantitativibus*“⁹. Das ist nichts anderes als die Unterscheidung von Kausal- und Finalursachen.

Man sieht, dass sich Leibniz mit der Berücksichtigung von Finalursachen die Möglichkeit schafft, über bloße Größenaussagen hinaus, Ordnungsbeziehungen zu einem physikalischen Gegenstand zu machen, und das war nicht selbstverständlich, wie der Briefwechsel zwischen Leibniz und Clarke zeigt. Doch damit nicht genug, denn diese Ordnungsbeziehungen besitzen ja besonderen Charakter. Sie formulieren als *maxime determinatum* Stabilitätsbedingungen unserer Welt, und garantieren damit überhaupt erst die Möglichkeit, in ihr Naturwissenschaft zu treiben. Leibniz' Gott kann nämlich, nachdem er die beste Welt einmal gewählt hat, in ihren Lauf nicht mehr eingreifen. Das ist die Voraussetzung für den Leibnizschen Ansatz, Physik allein auf Erhaltungsgrößen zu begründen, und damit ist die Einsicht verbunden, dass in den Finalursachen Bedingungen formuliert werden, die Physik als messende Wissenschaft erst möglich machen, jedenfalls bei Leibniz. Man darf sie freilich nicht

⁸ G.W. Leibniz, *Tentamen Anagogicum*. *Essay Anagogique dans la recherche des causes*, in: Ders., *Die philosophischen Schriften*, hg. von C.I. Gerhardt, Bd. 7, S. 270.

⁹ Ebd., S. 272.

im Sinne eines kausalen Modells à la Voltaire interpretieren und meinen, die Nasen seien für die Brillen da.

Adresse des Verfassers: esox_21@gmx.de