



Adalbert Feltz

Anmerkungen zur Abhandlung von Karl Czasny

1. Das von G. W. Leibniz (1646-1716) formulierte Prinzip der kleinsten Wirkung konnte von L. Euler (1707-1783) und J.-L. de Lagrange (1736-1813) durch Formulierung einer nach ihnen benannten Gleichung mit den Newton'schen Bewegungsgleichungen der klassischen Mechanik verknüpft werden. Das gelang durch Definition und Einbeziehung der physikalischen Größe Wirkung $W = \text{Energie} \times \text{Zeit}$:

Das zeitliche Integral W über die Differenz zwischen kinetischer und potentieller Energie auf der Flugbahn eines Masseiteilchens m im Gravitationsfeld von x_1, t_1 nach x_2 zur Zeit t_2 hat einen Minimalwert, so dass $\delta W = 0$, und für diesen Fall ergeben sich mit Hilfe der Euler-Lagrange-Gleichung, die die Definition einer Wirkung enthält, die Newton'schen Bewegungsgesetze. Diese entsprechen demnach dem Prinzip der minimalen oder besser gesagt stationären Wirkung. Jede Abweichung von einer solchen stationären Flugbahn minimaler (stationärer) Wirkung (durch einen Zusatzimpuls, Abweichung vom Gravitationsgesetz, etc.) ergibt $\delta W > 0$.

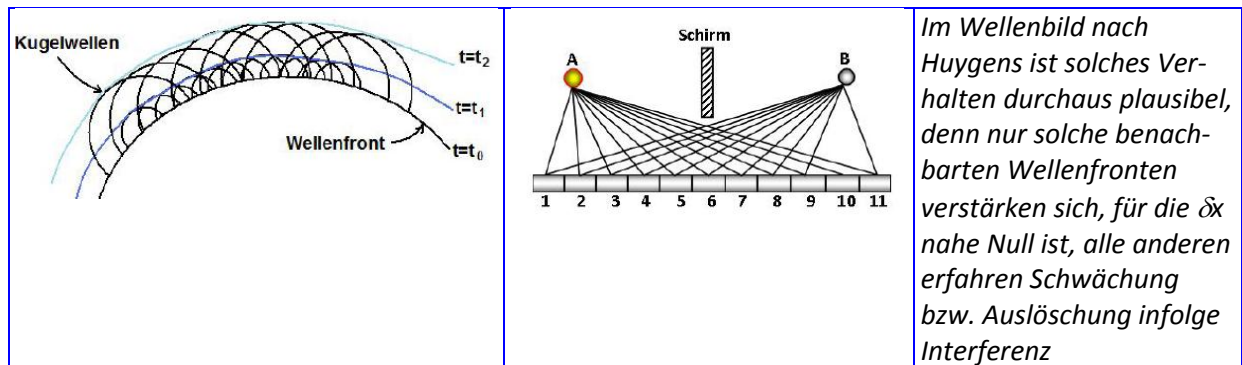
Letzteres ist nach unserem heutigen Wissen in der Tat eine Tautologie: Man fügt eine Wirkung von außen hinzu und stellt dann fest, dass mehr Wirkung da ist, der Bahnverlauf gegenüber dem Verlauf ohne diesen Zusatz eine größere Wirkung hat – das ist ein Zirkelschluss – und selbstverständlich hat der Bahnverlauf ohne jede äußere Einwirkung die kleinere und damit minimale Wirkung, was aber, so sehen wir das heute, eigentlich keiner besonderen Hervorhebung bedarf.

Mit der Definition Wirkung W , die sich als stationäre Größe erweist, $\delta W = 0$, ergibt sich ein durchaus Sinn gebender Zusammenhang zwischen immer wieder beobachteter Flugbahn (Observable) und Bewegungsgesetz, das gleichfalls durch Beobachtung erfahrbar ist (Observable). Analog verknüpft in $E = h \cdot \nu$ eine Wirkungsgröße, das Planck'sche Wirkungsquantum h (als Naturkonstante quasi stationär), sinnvoll die Observablen Energie E und Frequenz ν , ähnlich wie das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit (Naturkonstante) in der Einstein'schen Gleichung $E = c^2 \cdot m$ die Observablen Energie und Masse.

Hans-Jürgen Treder [1] umreißt in seinem wissenschaftshistorischen Vortrag vor der Leibniz-Sozietät 1996 das Streben der Physiker nach einem tieferen Naturverständnis der Mechanik in ihrer Zeit während und nach Newton. Ohne Kenntnis der Energieerhaltungssätze, vor allem des Zweiten Hauptsatzes, ohne Wissen um die atomare Struktur der stofflichen Materie und dem alchimistischen Denken vielfach noch zutiefst verhaftet, ohne Kenntnis der Thermodynamik, wurde der zeitlich effektive Ablauf von Bewegungsvorgängen, angetrieben von der Erhöhung der Entropie und Minimierung der freien Energie (potentiellen Energie) nur intuitiv erahnt. Das ließ für den Gläubigen die Interpretation einer „lenkenden Hand der Zweckbestimmung“ zu. Man erkannte die Effektivität im Vergleich mit Abweichungen und somit „die beste aller Welten“. Man wunderte sich, dass die Newton'schen Gesetze im Bild einer stationären Wirkung bzw. eines effektiven Bahnverlaufs mit $\delta W = 0$ interpretierbar sind.

Der wesentliche Punkt kann in der Verallgemeinerung gesehen werden, wonach die kleinste Wirkung einem Extremalwert entspricht, einem Potentialminimum oder Gleichgewichtszustand, für den jede kleine Variation der Bahn δx oder der Flugzeit δt nahe Null erfüllt ist und man daher auch treffend von stationärer Wirkung spricht.

2. Das Fermatsche Prinzip (Fermat, 1607-1665) in der Optik als Analogon zum Prinzip der kleinsten Wirkung in der Mechanik, wonach sich das Licht so zwischen zwei Raumpunkten bewegt, daß seine Laufzeit bei kleinen Variationen des Weges stationär ist, z. B. bei der Reflexion an einem Spiegel oder beim Übertritt in ein Medium (Brechung) den Weg in möglichst kurzer Zeit zurücklegt: Nach der Newton'schen Korpuskulartheorie in der Tat überraschend, denn woher „weiß das Licht bei x_1 wo sich der Zielpunkt x_2 befindet“, den es auf dem kürzesten optischen Weg anläuft, um in möglichst kurzer Zeit anzukommen?



Das Hamilton'sche Prinzip nach W. Hamilton (1805-1865) aus dem Jahr 1834 formuliert eine Verallgemeinerung, wonach *physikalische Felder und Teilchen für eine bestimmte Größe, die Wirkung, einen extremalen (stationären) Wert annehmen.*

Das Gaußsche Prinzip des kleinsten Zwangs nach C.-F. Gauß (1777-1855) aus dem Jahr 1829 besagt, dass *ein mechanisches System sich so bewegt, dass der Zwang Z zu jedem Zeitpunkt minimiert wird, und wieder gilt $Z = \min$, und $\delta Z = 0$.*

3. Der Chemiker sieht sich mit diesem Fragenkreis im Zusammenhang mit dem Prinzip vom kleinsten Zwang nach le Chatelier (1850-1936) und Ferdinand Braun (1850-1918) konfrontiert, die 1884 bzw. 1888 formulierten:

„Übt man auf ein chemisches System im Gleichgewicht einen Zwang aus, so reagiert es so, dass die Wirkung des Zwanges minimal wird“ oder genauer gesagt **„Übt man auf ein System, das sich im chemischen Gleichgewicht befindet, einen Zwang durch Änderung der äußeren Bedingungen aus, so stellt sich infolge dieser Störung des Gleichgewichts ein neues Gleichgewicht, dem Zwang ausweichend, ein“.**

Es läuft eine durch eine negative freie Enthalpie $-\Delta G$ (=Triebkraft = Affinität) getriebene chemische Reaktion ab, ein Fluß J , und $-\Delta G$ ist dabei die Summe des chemischen Potentials der Reaktanten. Der Fluß stellt im abgeschlossenen System einen irreversiblen Prozess dar, der zur Entropiemehrung beiträgt $(\Delta S/\Delta t) > 0$, folglich ist im Gleichgewicht maximaler Entropie $(\Delta S/\Delta t) = 0$. Die Entropie ist ein Maß für die Irreversibilität und damit für den zielgerichteten Ablauf von Prozessen in der Natur, die im geschlossenen System einer maximalen Unordnung zustreben.

Im Falle einer geringen Störung gilt hinreichend genau eine lineare Fluß-Kraft-Beziehung (Nichtgleichgewichtszustand unweit vom Gleichgewichtszustand), der nach Onsager (1931) das Prinzip einer kleinsten Energiedissipation zugrunde gelegt werden kann (Verlauf nahezu reversibel), was die Formulierung einer thermodynamischen Lagrangefunktion auch für diesen Bereich ablaufender Bewegungsvorgänge ermöglicht [2].

Größere Abweichungen vom Gleichgewicht generieren auf dem Weg zum Gleichgewicht die bekannten dissipativen Ordnungsstrukturen.

Welche allgemeineren Schlüsse lassen sich aus einer solchen Zusammenstellung ableiten?

1. Die unterschiedlich akzentuierten Prinzipien haben etwas gemeinsam. Sie stellen den zeitlich gerichteten Charakter von Prozessen (Vorgängen, Bewegungsabläufen) mit einer linearen Ursache-Wirkungs-Beziehung in der Natur fest, und diese erweisen sich als stationär, weil sie mit einer extremalen (minimalen, mitunter auch maximalen) Wirkung ablaufen.
2. Bei spontan ablaufenden Prozessen mit Übergang von einem Zustand oder einer Position x_1 nach x_2 in der Zeit (t_2-t_1) ist der Vorgang auf eine Minimierung der potentiellen Energie gerichtet, und das gilt auch für jeden noch so kleinen Teilabschnitt. So wie Wasser sich beim Abfließen von einer unebenen Anhöhe den Pfad niedrigster potentieller Energie sucht, ohne jemals einen Umweg etwa nach oben zu machen, folgen die Bewegungsabläufe einer Trajektorie minimalen Potentials und sind damit effizient. **Das ist für uns trivial. Traf das aber auch auf die Zeit vor 1842 zu, der Ausformulierung und danach weitgehenden Akzeptanz des Energieerhaltungssatzes? Die Idee vom *Pertuum mobile* hielt sich lange. Sowohl Leibniz als Fermat und sogar noch Hamilton und Gauß spürten vermutlich, dass da ein Prinzip der Effizienz wirkt, ohne es bereits quantifizieren zu können.**

Erst mit der Entdeckung des Zweiten Hauptsatzes und dem Entropiebegriff S durch R.J.E. Clausius (1822-1888) und der Gibbs-Helmholtz-Gleichung $\Delta G = \Delta H - T\Delta S$ war doch zum Beispiel für isotherm/isobar verlaufende Prozesse (z. B. Diffusion, $\Delta H = 0$) ein Zusammenhang gegeben, der, da ΔS als Differenz zwischen End- und Ausgangszustand stets positiv, zu einem Wert für die Triebkraft $-\Delta G$ führt, die im Gleichgewicht den Wert Null annimmt, weil der Unterschied zwischen Maximalwert des Systems S_{Ende} und S_{Anfang} verschwindet ($\Delta S = 0$)

3. Warum Feynman vom effizienten Pfad, für den das Integral, das die Wirkung ausdrückt, am kleinsten ist, als von einem Wunder spricht, ist nicht einzusehen. War er durch seine Formulierung der Quantenmechanik mittels Pfadintegralmethode befangen, die bei der Bewegung eines Teilchens von Punkt A nach Punkt B alle möglichen Pfade berücksichtigt? Ebenso ruft die Auffassung von M. Planck Verwunderung hervor, wenn er den zielgerichteten Ablauf der Naturprozesse mit einer Zweckbestimmung jenseits des menschlichen Erkenntnisapparats in Zusammenhang bringt. Er kannte doch den Zweiten Hauptsatz und die Entropiefunktion, war aber doch ein gläubiger Mensch, der ggf. seinen Respekt vor der Natur, die eine Antwort nach dem „Woher“ und „Wohin“ unserem Erkenntnisapparat verweigert, auf diese Weise zum Ausdruck bringen wollte.
4. **Es gibt nach den hier wirkenden Naturgesetzen kein Argument, das die Annahme einer lenkenden Kraft (Gott) hinter dem Prinzip der stationären Wirkung in seinen verschiedenen Ausprägungen rechtfertigt. Es ist daher verdienstvoll und notwendig, der Vereinnahmung derartiger naturwissenschaftlicher Sachverhalte (Erkenntnisse) durch esoterische Spekulationen (Kreationismus) entgegenzutreten.**
5. Die Feststellung, dass Bewegungsabläufe in der Natur entsprechend geltender physikalischer Gesetze extremal vor sich gehen,
 - Lichtausbreitung zwischen zwei festen Punkten bei Reflexion und Brechung in minimaler Zeit (Fermat'sches Prinzip),
 - mechanische Bewegung im Potentialfeld zwischen zwei Punkten mit einem minimalen Wert des Integrals über die Differenz zwischen kinetischer und potentieller Energie im Intervall der Laufzeit und man diesen Wert Wirkung nennt (**Leibniz'sches Prinzip**) und
 - chemische Prozesse im Rahmen der linearen irreversiblen Thermodynamik mit minimaler Energiedissipation (**Onsager'sches Prinzip**)

hat den Rang einer objektiven Erkenntnis und stellt m. E. keineswegs eine durch zweckdienliche Konstruktion des Begriffs Wirkung bedingte Selbsttäuschung dar. Diese unsere Erfahrung bedeutet eigentlich, dass Bewegungsabläufe in dem hier betrachteten Rahmen nahe am Gleichgewicht

stattfinden, einer linearen Ursache-Wirkungsbeziehung in hinreichender Approximation gehorchen, womit Effizienz einhergeht. **Daran ist nichts mystisch.**

Umso wichtiger ist der Hinweis auf die Absurdität einer Mystifizierung, der Karl Czasny in seiner Abhandlung entgegentritt.

Literatur

- [1] H.-J. Treder, Sitzungsberichte der Leibniz-Sozietät 13(1996)5
- [2] Norbert Otah, Einsteins trojanisches Pferd: Eine thermodynamische Deutung der Quantentheorie, Springer-Verlag 2011, Seite 15

Adresse des Verfassers: adalbert.feltz@aon.at