Leibniz Online, Jahrgang 2014
Zeitschrift der Leibniz-Sozietät e. V.
ISSN 1863-3285
http://www.leibnizsozietaet.de/wp-content/uploads/2014/04/lelgemann.pdf

Dieter Lelgemann

Das heliozentrische Weltbild in der Antike

Vortrag auf dem Wissenschaftlichen Kolloquium zu Ehren von Helmut Moritz am 15. November 2013

Abstrakt

Es ist eine immer noch offene Frage der Wissenschaftsgeschichte, inwieweit bereits im Altertum von den „Mathematici" eine geometrisch-mechanische Methodik zur heliozentrischen Hypothese entwickelt wurde und welche Messdaten bestimmt wurden hinsichtlich einer wissenschaftlichen Entscheidung, ob die geozentrische oder die heliozentrische Hypothese der Realität entspricht.
Die Verknüpfung von Informationen und numerischen Messdaten sowie ihre sachgerechte Analyse kann keine Zweifel hinterlassen: Sogar eine Methodik wurde bereits in der Antike wurde entwickelt basierend auf der heliozentrischen Hypothese für die Analyse astronomischer Messdaten und damit herausgefunden, dass nur diese der Realität entsprechen kann.

Abstract

It is a still open question of the history of science, how far a proper geometrical-mechanical method was developed by the „mathematici" for the heliocentric hypothesis and which measurement data have been gained for a scientific decision, whether the geocentric or the heliocentric hypothesis corresponds to reality.
The connection of historical information and numerical measurement data and their appropriate analysis lets no doubts: Even a method was developed at ancient time for the application of the heliocentric hypothesis to analyze astronomical observation data finding out only these can correspond to reality.

1. Einleitung

Eine bis heute umstrittene Frage der Wissenschaftsgeschichte betrifft die Entwicklung und insbesondere eine methodische Ausarbeitung der heliozentrischen Hypothese. Diese wird meist verknüpft mit dem „Mathematicus" Aristarchos von Samos (~310~230 v. Chr.), über dessen Werk nur wenige Informationen vorliegen. Hinsichtlich ihrer Ausarbeitung gilt zu beachten, dass die griechischen „Mathematici" die Bewegungen der Himmelskörper nicht durch das Einwirken von Göttern, sondern durch mechanische Prinzipien erklären wollten.

Der bekannte Wissenschaftler van der Waerden vertrat die Meinung, dass die heliozentrische Hypothese bereits im Altertum eine größere Verbreitung gefunden hatte, als in der Neuzeit angenommen wird. Tatsächlich berichtet Ptolemaios in der Mathematike Syntaxis (Almagest) von einer (von ihm als unsinnig abgelehnten) Methodik, die die „übrigen Astronomen zur Zeit des Hipparch" verwendet hätten.

Zu diesen äußert sich Neugebauer nur lapidar: *Offensichtlich kann man nur durch eine **sorgfältige Analyse technischer Details** hoffen, ein korrektes Bild der Astronomie des Hipparch und seiner Zeit zu erlangen. Ihn „Vater der Astronomie" zu nennen, löst das Problem nicht.*

Der ebenso bekannte Wissenschaftshistoriker Neugebauer vertrat – wie nunmehr wohl die meisten Wissenschaftshistoriker – die konträre Meinung und bemerkte dazu abschließend (Neugebauer 1975, S. 698): *„Ohne die Ansammlung einer umfassenden Fülle empirischer Daten und ohne eine seriöse Methodik zu ihrer Analyse war die heliozentrische Idee nur ein nutzloses Spiel mit Worten."*

In dieser Hinsicht gilt es vor allem, die methodischen Entwicklungen zu untersuchen; denn eine umfassende Fülle empirischer Daten wurde jedenfalls im Altertum ermittelt, aber ohne Kenntnis der Methodik bleibt unklar, welche für die heliozentrische Hypothese von Bedeutung waren. Ptolemaios, der diese Daten als ungenau und daher nutzlos bewertete, bemerkt: *„Die mehr zusammenhängenden Beobachtungen der Alten betreffen die Stillstände und heliakischen Auf- und Untergänge."*

Ptolemaios stützte sich offenbar auf die physikalischen Vorstellungen des Aristoteles, basierte aber im Gegensatz zu diesem wohl erstmalig seine Bahnkonstrukte auf Exzenter/Epizykel, denn er bemerkt, Hipparch habe *„zu seiner Theorie der fünf Wandelsterne in den auf uns gekommenen Kommentaren überhaupt gar nicht erst den Grund gelegt."*

Zur Methodik der übrigen Astronomen zur Zeit des Hipparch bemerkte er: *„Die übrigen Astronomen führten ihre Beweise auf dem Wege <u>geometrischer Konstruktionen</u> unter Annahme ein und derselben Anomalie* (bezüglich der Sonne) *und Rückläufigkeitsstrecken."* Das würde sich genau dann ergeben, wenn sich die Planeten in Kreisen um die Sonne bewegen.

Er fügt ferner an, die übrigen Astronomen hätten zur Aufstellung von „Tafeln für ewige Zeiten" dieses einfache Basismodell ergänzt durch

- *„Annahme von <u>Exzentern</u> oder mit der Ekliptik konzentrischen* (Deferent) *Kreisen, welche <u>Epizyklen</u> in Umlauf versetzen oder wohl gar unter <u>Kombination</u> beider Kreisarten"*

und derart zwei Anomalien eingeführt

- *„eine auf die Ekliptik bezogene Anomalie, eine im Verhältnis zur Sonne eintretende Anomalie."*

Zu den Rückläufigkeitsphänomenen bemerkt er: *„Ehe sie an die Untersuchung dieser Erscheinung herantreten, schicken sowohl die anderen Mathematiker als auch* ***Apollonios*** *einen Lehrsatz voraus, je nachdem die Anomalie zur Sonne, die hierbei allein für maßgebend gehalten wird, nach der epizyklischen oder nach der exzentrischen Methode zum Ausdruck gelangt."*

Ersichtlich wird hierdurch, dass auch Apollonios nach der Basismethode der übrigen Astronomen gearbeitet hat.

Ptolemaios lehnt die Methoden der übrigen Astronomen strikt ab; es kann sich daher nur um heliozentrische Methoden handeln, die von den Alten entwickelt und von den übrigen Astronomen zur Zeit des Hipparch verwendet wurden

Auf welche mechanischen Prinzipien stützten sich die „Mathematici", das ist die grundlegende Frage, die es zu beantworten gilt. Weitere Fragen treten dazu auf:

- Wer waren diese „Mathematici"?
- Wie sah das Kombinations-Konstrukt der „Mathematici" aus?
- Mittels welcher Methoden bestimmten die „Mathematici" den Erdumfang und damit den Erddurchmesser?
- Mittels welcher Konstrukte bestimmten die „Mathematici" die Astronomische Einheit, also die Entfernung Erde/Sonne?

2. Die sieben „Mathematici" des Vitruvius

Insbesondere von Bedeutung für eine die **mechanischen Prinzipien beachtende** Entwicklung der Himmelsmechanik sind die sieben Wissenschaftler, die der römische Architekt und Bauingenieur Vitruvius (1. Jh. V. Chr.) in seinem Werk „de Architectura" als „Mathematici" rühmt. Neben dem (unbekannten) Skopias von Syrakus gibt er an:

Philolaos von Tarent (~400 v. Chr.)	Archytas von Tarent (~400 v. Chr.)	Aristarchos von Samos (~310 ~ 230 v. Chr.)
Archimedes von Syrakus (~285-212 v. Chr.)	Apollonios von Perge (~262 ~ 190 v. Chr.)	Erathostenes von Kyrene (~ 284 ~ 202 v. Chr.)

Zu ihnen sowie den Naturgesetzen und der Mechanik bemerkte er:

„Sie haben der Nachwelt viele mechanische Werke und Uhren hinterlassen, die durch Berechnungen und aufgrund der Naturgesetze erfunden und entwickelt wurden.“

„Alle mechanischen Einrichtungen aber sind von der Schöpferkraft der Natur vorgegeben; sie sind von ihr als Lehrerin und der Lehrmeisterin durch die Umdrehungen im Weltall gelehrt.“

Offenbar verknüpften diese „Mathematici“ geometrische Konstrukte mit mechanischen Bewegungsvorgängen.

Archytas von Tarent wird bis heute gerühmt als Begründer der theoretischen Mechanik durch die Beschreibung mechanischer Geräte und Bewegungen mittels mathematischer Prinzipien.

Er lieferte wichtige Erkenntnisse über Musiktheorie und stellte Tonintervalle durch Zahlenverhältnisse dar, erkannte bereits den Schall als Luftbewegung. Die phantastische Akustik in den antiken Amphitheatern zeugt heute noch von dem hohen Stand der akustischen Kenntnisse der griechischen Architekten.

Aristarchos von Samos galt in der Antike als der Verfechter der heliozentrischen Hypothese für dieUmdrehung der Planeten.

Archimedes von Syrakus war im Altertum berühmt als Erfinder genialer mechanischer Konstrukte, mittels derer sich die Griechen zwei Jahre lang gegen das römische Militär verteidigten. Er benutzte die Drehwaage als mechanisches Konstrukt zur Bestimmung von Massenverhältnissen.

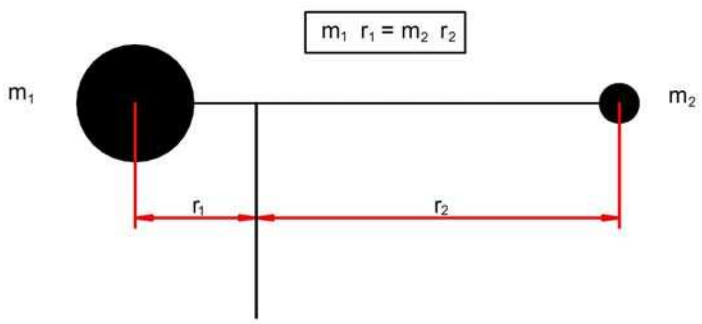

Abb. 1: Prinzip der Archimedischen Drehwaage

Archimedes wusste, dass sich zwei Massen m_1 und m_2 im Gleichgewicht befinden können, nämlich entsprechend ihren Entfernungen von einer Drehachse. Brachten ihn dazu mechanische Gleichgewichtsideen über Sonne und Planeten?

Der Princeps Mathematicum Carl Friedrich Gauß rühmte jedenfalls Archimedes und Newton als die zwei Illustrissimus (Hervorragende) der Mathematik.

Erathostenes war im Altertum berühmt wegen seiner Karte der Oikumene, seiner Bestimmung der Schiefe der Ekliptik bezogen auf den Äquator zu $\varepsilon \approx 24°$ sowie wegen seiner Bestimmung des Erdumfangs zu 252.000 Stadien und damit seiner Bestimmung des Erddurchmessers zu 80.000 Stadien.

Nicht aufgeführt unter den „Mathematici“ hat Vitruvius den Euklid (~300 v. Chr.) von Alexandria. Tatsächlich bietet die Logik keine Möglichkeit, mathematische Behauptungen aufzufinden, die bewiesen werden sollen. Und zudem: Was ich konstruieren kann, das brauche ich nicht zu beweisen. Insofern bietet die Logik tatsächlich nur eine Prüfungsmethode der Mathematik.

3. Zur Meßkunst des Altertums

Platon hatte die strikte Forderung aufgestellt: Vor der Astronomie ist die Stereometrie zu studieren und damit die Möglichkeiten, die Größen von Erde, Mond und Sonne sowie die Entfernungen der Planeten von der Sonne bzw. der Erde zu bestimmen.

Dazu bedarf es der Verknüpfung terrestrischer Streckenmessungen mit astronomischen Winkelmessungen, wozu die Winkelfunktionen benötigt werden. Kannten die Griechen den Sinus nicht, wie oft behauptet wird, oder nannten sie diesen einfach Sehne, wie Ptolemaios in der Sehnentafel = Sinustafel in der Mathematike Syntaxis?

Tatsächlich kannten die Griechen alle Winkelfunktionen, seit Thales (~625 ~ 547 v. Chr.) den Thaleskreis erfunden hatte (und dafür den Göttern einen Stier opferte), weil dieser deren geometrische Veranschaulichung zulässt (Abb. 2). Ersichtlich werden auch goniometrische Identitäten wie $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.

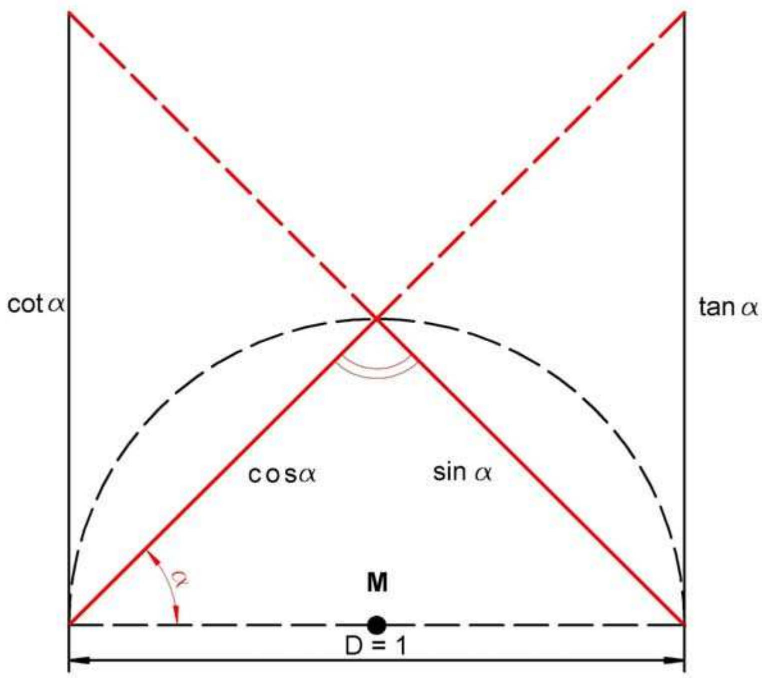

Abb. 2 Thaleskreis D = 1 und die Winkelfunktionen

Ausgehend vom Thaleskreis wurden später von Archimedes die wichtigsten goniometrischen Identitäten rein geometrisch abgeleitet (Lelgemann 2011, S. 103ff), mutmaßlich zur Erstellung einer Sehnentafel = Sinustafel, die zu dieser Zeit für genaue astronomische Daten dringend benötigt wurde.

Für genaue astronomische Winkelmessungen zu den Fixsternen und den Planeten mussten Messkreise hergestellt werden, wie beispielsweise für den von Proklos und Ptolemaios beschriebenen Meridiankreis (Lelgemann 2011, S. 173ff) oder auch für die Dioptra des Alexandriners Heron (1. Jh. v. Chr.), einem mit dem heutigen Theodolit vergleichbaren Winkelmessinstrument, bei dem die Winkel mittels einer Schraube gemessen wurden.

Dazu konnte mittels Lineal und Zirkel ein Kreis regelmäßig unterteilt werden in 12 Teile = 30° bzw. in 10 Teile = 30°. Beides ergibt sich durch ein regelmäßiges 12-Eck bzw. ein 10-Eck als Sehnen dieser

Winkel. Die Differenz ergibt einen Winkel von 6°, im Altertum **Hexakontade** genannt, deren Sehne ein regelmäßiges 60-Eck ergibt.

Die Sehne s eine 10-Ecks erhielten die Griechen mit Hilfe des in Abb. 3 dargestellten einfachen geometrischen Konstrukts, wobei als Radius r=1 zu setzen ist.

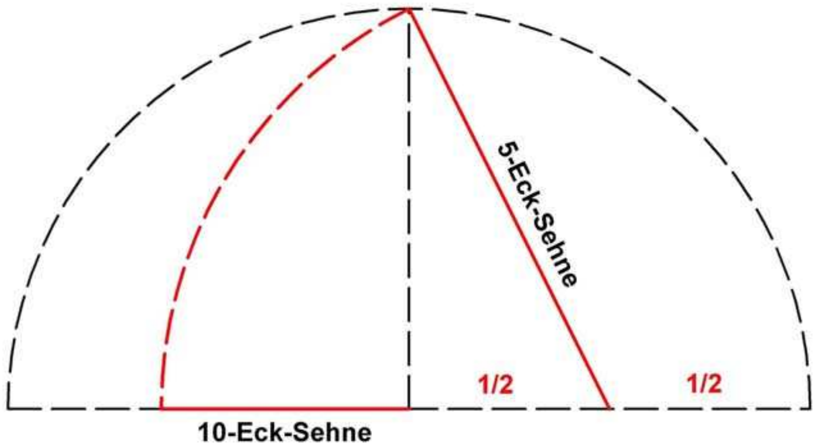

Abb. 3: Ermittlung der Sehne s eines regelmäßigen Zehnecks

Strabon berichtet, dass bereits Erathostenes Hexakontaden benutzte. Durch weitere Teilung der Hexakontaden entsteht die Altgrad-Maßeinheit. Diese ist erstmalig verbürgt in der Abhandlung „Anaphorikos“ des alexandrinischen Astronomen Hypsikles (~175 v. Chr.) über die Auf- und Untergangszeiten der Tierkreiszeichen sowie der Grade der Ekliptik am Horizont.

Wurde ein Messkreis mit einem Radius von r = 3,5m hergestellt, beträgt für einen Winkel von 1´ die Bogenlänge $b = 2\,\pi \cdot 3.500 / (360 \cdot 60) = 1$mm.

Als Grundlage zur Bestimmung von astronomischen Entfernungsangaben war zunächst eine Bestimmung des Erdumfangs und damit des Erddurchmessers erforderlich. Dazu mussten gemessen werden:

- terrestrisch die metrische Länge (in Stadien) des Breitenunterschieds $\Delta\varphi$ zwischen zwei Punkten A (= Alexandria) und S (=Syene),
- astronomisch die Breiten $\varphi(A)$ und $\varphi(S)$ beider Punkte A und S.

Terrestrisch gemessen werden konnte der Breitenunterschied (vom Ptolemäischen Militär) mittels eines Traversenzugs nach der von den Römern „Cardo-Decumanus“ genannten Methode (Abb. 4; lat. Cardomundi = Nordpol, lat. decumanus = älter). Die von Erathostenes gemessenen Werte sind in der Abb. 4 angegeben.

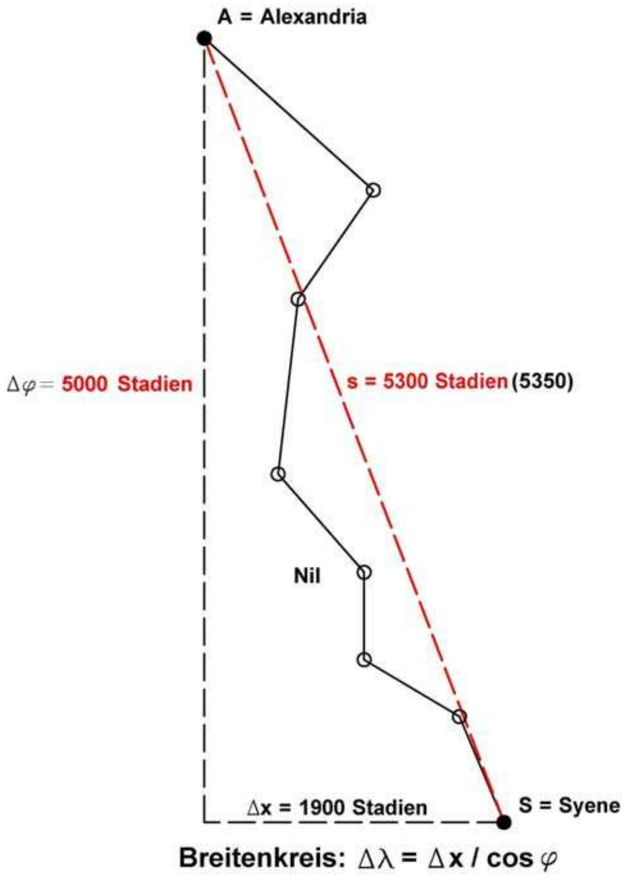

Abb. 4: Traversenzug zwischen Alexandria und Syene

Astronomisch wurden geographische Breiten von den Griechen bestimmt mittels drei verschiedener Methoden:

- Dauer des längsten Tages (Hipparch),
- Zenitsonne (Makedonischer Admiral Philo),
- Skiotherikos Gnomon (Pytheas von Massilia, Erathostenes).

Hipparch war offensichtlich entgangen, dass die Breitenmessung mittels der Dauer des längsten Tages einen systematischen Fehler von $f(\varphi) \sim + 2°$ erzeugt; diese Methode war allenfalls zur astronomischen Messung von Breitenunterschieden $\Delta\varphi$ geeignet.

Die Messung mittels der Zenitsonne (Brunnen des Erathostenes), geogr. Breite φ = Deklination der Sonne, war nur möglich zwischen dem Wendekreis des Krebses und des Steinbocks, also südlich von Syene und südlich der Indusmündung.

Mittels der Messung der Zeit, wenn die Sonne im Zenit steht, kann zunächst berechnet werden die ekliptikale Länge $\Lambda(s)$ der Sonne sowie anschließend mit der ermittelten Schiefe ε der Ekliptik die Deklination δ mittels $\sin \delta = \sin \Lambda(s) \cdot \sin \varepsilon$.

Das Skiotherikos Gnomon (schattenfangendes Gnomon, wissenschaftliche Sonnenuhr, mutmaßlich erfunden von Thales und seinem Freund Anaximander), ermöglicht die Messung der in der folgenden Tabelle angegebenen Winkel im nautischen Dreieck der Sonne.

Horizontale Montierung	Parallaktische Montierung
Zenitdistanz z, Azimut α	Deklination δ, Stundenwinkel τ

Wohl erstmalig benutzt zur geographischen Breitenbestimmung mittels der Relation $\varphi = z + \delta$ hat es mutmaßlich der Kapitän Pytheas aus Marseille und damit die geographische Breite von Marseille erstaunlich genau gemessen. Ferner wird in der Literatur berichtet, Erathostenes habe damit bei seiner Rückkehr von Athen die geographischen Breiten in Rhodos und Alexandria gemessen.

Die spärlichen literarischen Informationen über das Skiotherikos Gnomon wurden dazu genutzt, es zu rekonstruieren, nachzubauen und damit zu messen (Lelgemann, et al, 2005). Als äußerst beeindruckend erwies sich die Genauigkeit der Einzelmessungen:

- ±5´für Winkel, ±20 sec für die Zeit

5. Planetenbahnen: Exzenter, Epizykel, Kombination

Erfunden wurden das Exzenter- und das Epizykelkonstrukt um 400 v. Chr. von den Mathematikoi – Pythagoreern zur Beschreibung der Bewegungen der Sonne und der Planeten.

Um die Planetenbewegungen zu beschreiben, sind das sicherlich die einfachsten geometrisch- kinematischen Modelle dann, wenn die Planetenbahnen Kreise um die Sonne bilden, während diese nicht im Kreismittelpunkt steht.

Für alle Planeten nimmt die ekliptikale Länge Λ stets zu. Schaut man daher von oben auf die Ekliptik, führen alle Planeten eine rechtsläufige Drehung aus, wie bereits von den griechischen Astronomen festgestellt wurde.

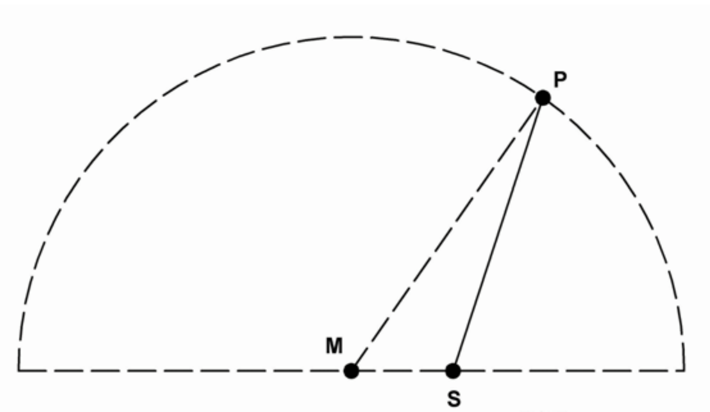

Abb. 5a: Exzenterkonstrukt Sonne S und Planet P

Das Epizykelkonzept wiederum konnte aus der Sicht eines Beobachters auf der Erde zur anschaulichen Beschreibung des Umlaufs der inneren Planeten Venus und Mars dienen (Abb. 5b).

Von der Erde aus gesehen führte die Sonne dabei eine linksläufige Bewegung aus, d. h. die Drehungen bei einem Epizykelkonstrukt sind also stets gegenläufig

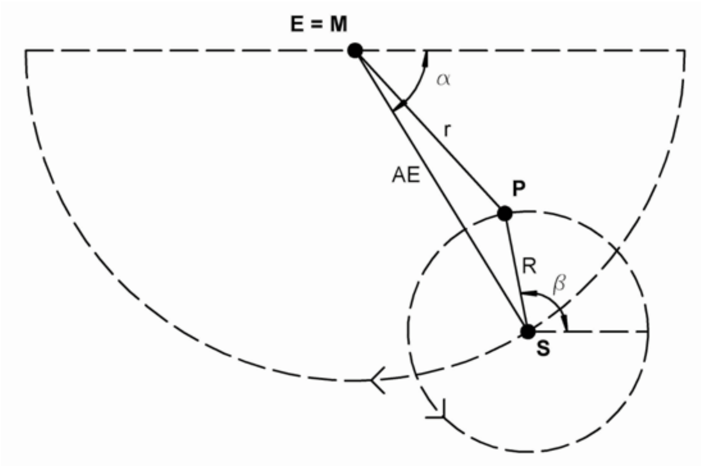

Abb. 5b: Epizykelkonstrukt: Ekliptikebene und dagegen geneigte Planetenbahn (α = Winkel in der Ekliptikebene, β = Winkel bezogen auf die Sonne)

Genauere Messungen müssen schnell nachgewiesen haben, dass die Planeten keine kreisförmigen Bewegungen ausführen. Daraufhin wurde eine Kombination aus beiden Konstrukten entwickelt.

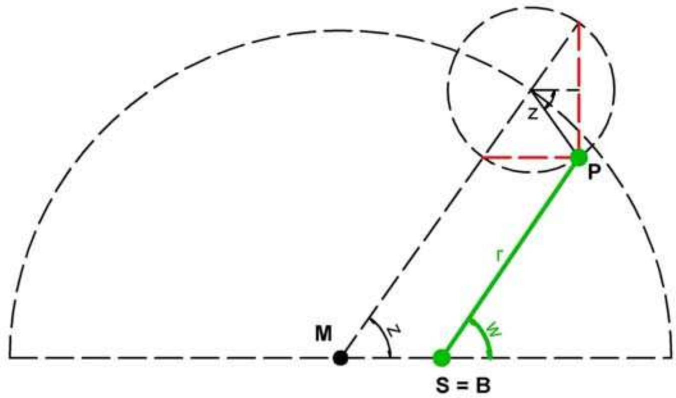

Abb. 5c: Kombination: Bahnellipse

Wie dargestellt in Abbildung 5c wurden bei dieser Kombination von Exzenter und Epizykel zunächst die beiden Winkel α und β gleichgesetzt, α = β = z.

Hierbei gab dann (Abb. 5c)

- der Winkel z die „auf die Ekliptik bezogene Anomalie“,
- der Winkel w die „zur Sonne eintretende Anomalie“.

Tatsächlich bringt diese Kombination hervor ein für die Himmelsmechanik höchst bedeutsames Konstrukt, eine Ellipse mit den Halbachsen

$$a = (R + r) \text{ und } b = (R - r)$$

und den Parametergleichungen einer Ellipse

$$x = R \cos z + r \cos z = a \cos z, \; y = R \sin z – r \sin z = b \sin z.$$

Beide Anomalien, z und w, ändern sich allerdings nicht gleichförmig mit der Zeit. Inwieweit die antiken „Mathematici" die Forderung einer gleichförmigen Geschwindigkeit behandelten, später wieder durch Kepler aufgegriffen durch Einführung der geometrisch nicht anschaulich darstellbaren Mittleren Anomalie M,

$$M = z – (E/(R + r) \sin z, \; dM/dt = n = const.$$

darüber gibt es keine Literaturhinweise.
Jedenfalls war damit eine seriöse Methodik zur Analyse empirischer Daten bereits im Altertum entwickelt, die heliozentrische Idee keinesfalls nur ein nutzloses Spiel mit Worten.

6. Vom „Feuer in der Mitte" zur Astronomischen Einheit

Die heliozentrische Hypothese sowie die Himmelsmechanik sind entstanden in Süditalien zur Zeit des Archytas. Wie wir von Platon und Aristoteles wissen, hatten die Mathematikoi-Pythagoreer folgendes System von vier mathematischen Wissenschaftdisziplinen entwickelt,

- Geometrie und Astronomie,
- Arithmetik und Harmonik.

Hierbei sollte sich die Astronomie auf geometrisch-mechanische Konstrukte stützen, später noch verstärkt durch Platon, der die strikte Forderung aufstellte:

- Die Stereometrie ist vor der Astronomie zu studieren.

Auch die Größen der Himmelskörper und ihre zeitvariablen Entfernungen waren durch stereometrische Konstrukte zu bestimmen.

Deutlich äußerte sich Archimedes dazu am Schluss seiner Abhandlung „Psammites": *„Ich glaube, König Gelon, dass das den vielen Leuten unglaubhaft erscheinen wird, die keinen Anteil an den mathematischen Wissenschaften haben. Keinesfalls aber den Gebildeten, die nachgedacht haben über die*

- *Distanzen und Größen*
  der Erde, der Sonne, des Mondes (wie Aristarchos) *und des ganzen Universums."*

Nur in einer Diskussion über eine unbewegliche oder bewegliche Erde, also über die geozentrische oder heliozentrische Hypothese, kann seine berühmte Bemerkung gefallen sein:

„Gebt mir einen festen Punkt, wo ich stehen kann,
und ich werde die Erde in Bewegung setzen."

Die Literatur-Informationen aus dem Altertum lassen eine durchaus schlüssige Vorstellung über die Entwicklung des heliozentrischen Weltbilds basierend auf mechanischen Prinzipien und mathematischen Konstrukten zu.

Geminus: *„Es liegt nämlich der gesamten Astronomie die Annahme zugrunde,*

- *dass die Sonne, der Mond und die fünf Planeten sich bewegen*
- *mit gleichförmiger Geschwindigkeit*
- *auf kreisförmigen Bahnen*
- *in einer der Bewegung des Weltalls entgegengesetzten Richtung.*

Die Pythagoreer waren die Ersten, die an derartige Untersuchungen herantraten und für die Sonne, den Mond und die fünf Planeten kreisförmige und gleichförmige Bewegungen annahmen."
Nur durch möglichst genaue Messdaten konnten diese Modellannahmen überprüft werden.

Bereits in Athen wurden die heliozentrische und die von Aristoteles favorisierte geozentrische Hypothese intensiv diskutiert.

Aristoteles: *„Es bleibt nun übrig, von der Erde zu sprechen,*

- *wo sie liegt,*
- *ob sie ruht oder sich bewegt*
- *und welches ihre Gestalt ist.*

Über ihre Lage haben nicht alle dieselbe Ansicht. Die meisten lassen sie in der Mitte liegen (geozentrische Hypothese)*, nämlich alle, die das gesamte Weltall als begrenzt ansehen. Im Gegensatz dazu steht die Lehre der Pythagoreer in Italien. Sie sagen, dass in der Mitte ein Feuer sei. Die Erde aber sei eines der Gestirne und würde sich im Kreise um die Sonne drehen."*

Wenn die Gestirne Körper wie die Erde waren, dann mussten sich ihre Bewegungen mittels mechanischer Prinzipien erklären lassen. Bewegte sich die Erde nicht, dann mussten alle Fixsterne auf einer Kugel liegen, die sich um die Erde drehte, das Weltall durch diese Kugel begrenzt sein.

Andererseits konnten die Drehungen der Fixsterne aber auch erklärt werden durch eine Eigenrotation der Erde, wobei die Fixsterne beliebig weit entfernt sein konnten.

Aetios: *„Der Pythagoreer Ekphantos und Herakleides von Pontos* (ein Schüler Platons) *lassen die Erde sich bewegen, nicht mit einer fortschreitenden Bewegung, sondern wie ein Rad, das sich um eine* (Erdrotations-) *Achse dreht, von Westen nach Osten um den eigenen Mittelpunkt."*

Durch Beobachtung der regelmäßigen Änderungen des Mondschattens war es relativ einfach festzustellen, dass sich sicherlich der Mond um die Erde drehte. Und die Idee eines (stets unsichtbaren) Feuers in der Mitte und einer (stets unsichtbaren) Gegenerde sollte bereits dem rational denkenden Archytas als äußerst kuriose Phantastereien erschienen sein.

Nicht zuletzt zur Vorbereitung genauer Messungen hatten die antiken Astronomen die Richtung festzustellen, an der zum vorgesehenen Messzeitpunkt der Planet sich zumindest näherungsweise befinden sollte; seine stellare Position musste vorausberechnet werden. Zur Vorausberechnung benutzten sie Exzenter- und Epizykelkonstrukte.

Proklos: *„Schon die berühmten Pythagoreer gaben, wie wir aus der Geschichte wissen, den auf Exzenter und Epizyklen beruhenden Hypothesen den Vorzug, weil sie einfacher sind als die anderen."*

Theon von Smyrna: *„Wie es scheint, meinte auch Platon, dass die Epizykeltheorie am meisten leistet und dass es nicht Sphären (wie Aristoteles annahm), sondern Kreise sind, welche die Planeten tragen.*"

Mittels Tafeln für ewige Zeiten, zu deren Aufstellung von den übrigen Astronomen zur Zeit des Hipparch die im vorigen Abschnitt beschriebene Kombinations-Methode benutzt wurde, konnten die Richtungen zu den Planeten vorausberechnet werden. Es war sicherlich ein herausragender „Mathematicus", der sich intensiv mit Astronomie beschäftigte, wie Apollonios von Perge, der dieses Kombinationskonstrukt entwickelt hatte.

Einfach festzustellen war es für die Astronomen, dass der Monddurchmesser MD wesentlich kleiner sein musste als der Erddurchmesser ED = 2 ⅔ MD. Bei einer Mondfinsternis beobachteten sie, wie lange es dauerte, bis der Mond durch den Erdschatten gelangt war.

Letztendlich entwickelte Aristarchos ein geometrisches Konstrukt (Noack, B., 1992), um mittels präziser Halbmond-Beobachtungen Größe und Entfernung von Sonne und Mond zu berechnen. Die Auswertung konkreter Beobachtungen musste allerdings dem Erathostenes rasch gezeigt haben, dass dieses Verfahren hinsichtlich der Bestimmung der Entfernung und damit der Größe der Sonne extrem instabil war.

7. Ptolemaios

Ptolemaios selbst nannte sein bekanntes Lehrbuch über Astronomie, später Almagest genannt, Mathematike Syntaxis (Mathematische Zusammenstellung). Bei der Lektüre dieses Lehrbuchs wird sehr rasch deutlich, dass er sich wie vor ihm wohl Hipparch auf die physikalischen Vorstellungen des Aristoteles gestützt hat.

Dass es ein reines Lehrbuch war, ergibt sich aus folgender Tatsache. Alle von ihm angegebenen „Messdaten“, mittels derer er die Modellparameter berechnete, stimmen bis auf die Bogenminute perfekt überein mit seinen geozentrischen Modellansätzen. Das ist gewöhnlich dann der Fall, wenn es sich, wie bei Lehrbüchern üblich, um Simulationsdaten handelt. Um die Simulationsdaten zu berechnen, musste er allerdings die Modellparameter bereits gekannt haben, das sind

Bahninklination i zur Ekliptik Ekliptikale Länge Ω des Bahnknotens
Ekliptikale Länge ω des Perikels der Planetenbahn Exzentrizität E der Planetenbahn Deferentradius R und Epizykelradius r

Ein Vergleich seiner numerischen Angaben mit modernen Informationen ergibt:

- Seine „Messdaten“ weichen von der Realität oft gravierend ab, worauf insbesondere der amerikanische Wissenschaftler R. R. Newton bereits 1977 in seinem Buch „The crime of Claudius Ptolemy“ hingewiesen hat.
- Seine Modellparameter, insbesondere für die äußeren Planeten, stimmen hingegen mit modernen Daten bestens überein.

Das lässt nur einen sinnvollen Schluss zu: Um seine Simulationsdaten berechnen zu können muss Ptolemaios seine numerischen Werte für die Modellparameter von den „Alten“, wie er sie nennt, übernommen haben. Wie sich durch seine einleitende Anmerkung erweist, stützte er sich jedenfalls auf Ergebnisse der „Alten“: *Um aber die Darstellung in gewissen Grenzen zu halten, werden wir die von den Alten mit voller Sicherheit gewonnenen Ergebnisse nur referierend behandeln, dagegen die überhaupt noch nicht oder wenigstens nicht praktisch genug in Angriff genommenen Probleme nach Kräften einer sorgfältig ergänzenden Behandlung unterziehen.“*

Leider macht Ptolemaios nirgendwo eine Angabe darüber, welche Probleme bzw. Informationen von den „Alten“ bereits mit voller Sicherheit gelöst bzw. gewonnen wurden; er sagt auch nicht, wer diese „Alten“ waren. Zu den von ihm übernommenen Informationen müssen jedenfalls auch die numerischen Werte für die Bahnparameter gehört haben. Eine sachgerechte Analyse dieser Werte mag Hinweise darauf geben, zu welcher Epoche diese ermittelt wurden, mutmaßlich von den „übrigen Astronomen zur Zeit des Hipparch“.

In der Mathematike Syntaxis gibt Ptolemaios nur die Entfernungen von der Erde zu Mond und Sonne an, zu den Planeten erst später in seiner Abhandlung Planetarische Hypothesen (Neugebauer 1975, S. 919).

Dort wird die maximale Distanz des Mondes von 64 Erdradien als minimale Distanz für Merkur festgesetzt, die maximale Distanz für Merkur von 166 Erdradien als minimale Distanz für die Venus.

Die maximale Distanz für die Venus von 1.079 Erdradien war nur geringfügig kleiner als die Minimaldistanz von 1.160 Erdradien der Sonne.

Die Minimaldistanzen von 64 bzw. 116 Erdradien für Merkur bzw. Venus müssen resultieren in topozentrischen Parallaxen von $\alpha = 57'$bzw. $\alpha = 22'$.

Hätte Ptolemaios diese topozentrischen Parallaxen gemessen, müsste ihm sofort aufgefallen sein, dass diese unmöglich der Realität entsprechen können. Insbesondere die Entfernungen zu den inneren Planeten gaben also Auskunft, dass zumindest diese um die Sonne fliegen müssen.

8. Astronomische Messdaten des Erathostenes

Erathostenes hatte nicht nur den Durchmesser der Erde DE und der Sonne SD sowie die Astronomische Einheit AE in Stadien angegeben, sondern auch geographische Breiten φ und Längen λ, wobei umzuformen ist 1° = 252.000/360 Stadien = 700 Stadien.

Zur Beurteilung seiner numerischen Angaben ist es zunächst notwendig, zu erörtern, welche der verschiedenen Stadion-Maßeinheiten er verwendet hat. Definiert wurden Stadien durch das Verhältnis 1 Stadion = 600 Fuß. In der Antike wurden ca. 30 Fuß-Maßeinheiten verwendet (Lelgemann 2010, S. 73ff). Entsprechend viele Stadion-Maßeinheiten können also definiert werden. Bei der Frage, welches Stadion Erathostenes verwendete, ist man daher auf antike Informationen angewiesen.

Die einzige Information darüber lieferte der römische Admiral Plinius: *Ein Schoinos beträgt nach der-Zählung des Erathostenes 40 Stadien, andere geben dem Schoinos 32 Stadien."*

Heron bemerkt darüber hinaus:
„Der Schoinos hat 4 (ägyptische) *Meilen, 30 Stadien."*

Werden diese Angaben zusammengefasst, ergibt sich als Bedingungsgleichung

1 Schoinos = 30 Stadien I = 32 Stadien II = 40 Stadien III,

wobei zunächst keine dieser vier Maßeinheiten bekannt ist.

Werden alle möglichen Kombinationen von den bekannten antiken Fußmaßen gebildet, ergibt sich erfreulicherweise nur eine einzige Lösung für diese Gleichung:

1 Schoinos = 30 · 600 Pous Ptolemaikos = 32 · 600 Pous Philetairikos = 40 · 600 Pous Gudea

6.349 m = 30 · 211,6 m = 32 · 198,4 m = 40 · 158,73m.

Gemäß Plinius hat Erathostenes verwendet 1 Stadion = 600 Gudeafuß = 158,73 m, wobei der Gudeafuß auf dessen Statue im Louvre GF = 264,55 mm beträgt.

Gemäß ihren Angaben über die inneren Mauern Babylons hatten bereits vor Erathostenes die griechischen Geographen Hekataios und Herodot dieses Stadion verwendet (Lehmann-Haupt, 1958 Realenzyklopädie, III, S. 193ff).

Gemäß antiken Literaturangaben hatte Erathostenes angegeben:

- Erdumfang = 252.000 Stadien (vielfache Literaturangaben)
- Sonnendurchmesser = 100 ED (unbekannter Verfasser)
- Astronomische Einheit = (800 + 4) Mill. Stadien

(Literaturangaben zur AE von Lydus, Pseudo-Plutarch, Eusebios von Kaiserea; Ptolemaios Scholiast; Skobaios, Pseudo-Galenos)

Die davon abweichenden Angaben des Ptolemaios Scholiast ((800 + 3) Mill.) sowie von Skobaios und Pseudo-Galenos (4.080.000) sind auf Schreibfehler zurückzuführen, wie eine sorgfältige Schreibfehleranalyse ergab (Lelgemann 2010, Anhang).
Damit erhält man mit ED = 80.000 Stadien als Maßeinheit für die Astronomische Einheit

AE = (10.000 + 50) ED (real: 11.765 ED)

SD = 100 ED (real: 109 ED)

Mit welcher Methode konnte Erathostenes die Astronomische Einheit und mittels dieser den Sonnendurchmesser derartig genau bestimmen, das ist nunmehr die Frage.

9. Methode des Erathostenes zur Bestimmung der Astronomischen Einheit

Neben der instabilen Halbmond-Methode des Aristarchos konnte dazu die Venus als hellster Stern am Abendhimmel in Betracht gezogen werden. Deren Winkeldurchmesser wurde im Altertum zu $\alpha = 1'$ angegeben, was der Realität verblüffend genau entspricht.

Die Annahme, der Durchmesser des Planeten Venus ist gleich dem Durchmesser des Planeten Erde, ergibt einen parallaktischen Winkel von $\alpha = 1'$.

Damit konnte Erathostenes zunächst den minimalen Abstand VE von Venus und Erde bestimmen zu

$$2 \sin(\alpha/2)\, VE = ED, \qquad VE = 3.440\ ED\ (=43{,}8\ \text{Mill. Km}).$$

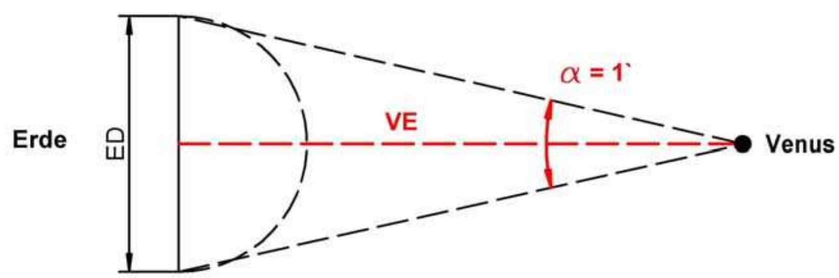

Abb. 6: Parallaktischer Winkel der Venus

Heute wissen wir, dass die Annahme durchaus gerechtfertigt war, den Durchmesser des Planeten Venus gleich dem Durchmesser des benachbarten Planeten Erde anzusetzen (ED = 12.756 km, VD = 12.104 km).

Erathostenes konnte anschließend mittels Messung der maximalen Elongation μ der Venus die Astronomische Einheit bestimmen (Abb. 7)

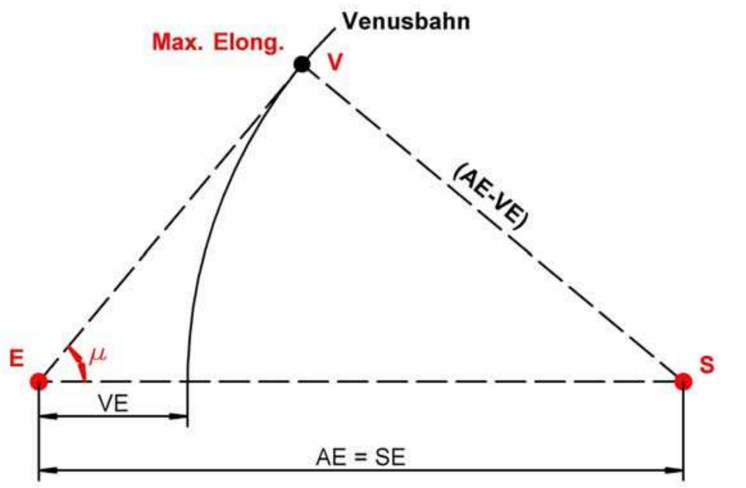

Abb. 7: Maximale Elongation der Venus

Die maximalen Elongationen der Venus liegen zwischen $43° < \mu < 47°$. Mit $\mu = 45°$ ergibt sich die Astronomische Einheit AE zu AE = 11.750 ED = 149,5 Mill. km. Hat Erathostenes diesen Wert, entsprechend der Genauigkeit von $\alpha = 1`$, abgerundet auf nur eine Stelle zu 10.000 ED?

Gibt es eine bessere Erklärung, wie Erathostenes mittels geometrischer Konstrukte zu seiner fast unglaublich genauen Bestimmung der Astronomischen Einheit gelangen konnte?

10. Schlussbemerkungen

Die antiken Wissenschaftler wollten die Bewegungen der Gestirne nicht auf das Einwirken von Göttern, sondern auf mechanische Prinzipien zurückführen.

Raste die **riesige** Sonne mit **wahnwitziger** Geschwindigkeit einmal am Tag um die **winzige** Erde? Oder flog die **winzige** Erde mit **moderater** Geschwindigkeit einmal im Jahr um die **riesige** Sonne?

Aus mechanischer Sicht konnte es an der heliozentrischen Hypothese wenig Zweifel geben.

Im „finsteren“ Mittelalter, im Rahmen der katholischen Kirche begann die moderne Entwicklung der Himmelsmechanik durch den Franziskanermönch Wilhelm von Ockham (~1285 ~ 1347), der die physikalischen Vorstellungen des Aristoteles kritisch hinterfragte und dazu 115 Fragen stellte.

Der Bischof Nikolaus von Oresmes (1320 - 1382) versetzte unmittelbar darauf die Erde wieder in Eigenrotation; dieser Meinung schloß sich der Bischof Nikolaus von Kues (1408 - 1464) an.

Der Domherr Nikolaus Kopernikus (~ 1473 - 1543) entwickelte daraufhin ein kinematisches heliozentrisches Konstrukt nicht zuletzt zur Unterstützung der Kalenderreform des Papstes Gregor.

Johannes Kepler (1571 - 1630) führt etwas später aufgrund der hochgenauen Messdaten des Tycho Brahe (1546 - 1601) für den Mars die Ellipsenbahnen wieder ein sowie eine gleichförmige Winkelgeschwindigkeit durch die Mittlere Anomalie M.

Cassini (1625 - 1712) bestimmte dann wieder die Astronomische Einheit.

Isaac Newton (1643 - 1727) machte die Abstände $r_1(t)$ und $r_2(t)$ der Archimedischen Drehwaage zeitvariabel, führte eine Drehachse durch den Massenschwerpunkt von Sonne und Planet ein und kam so zu den Newtonschen Gesetzen und seinem „Gesetz der universellen Gravitation“.

Bessel gelang es um 1840, erstmalig eine Fixsternparallaxe zu messen, wie sie sich infolge der halbjährlichen Rotation der Erde um die Sonne ergeben muss.

Festzustellen bleibt, dass die moderne Wiederentdeckung des heliozentrischen Weltbilds einen ähnlichen Verlauf nahm wie die antike Entwicklung, diese zu Recht gewürdigt durch den italienischen Astronomen Schiaparelli:

„Wenn heutzutage wir, die späten Enkel jener berühmten Meister, aus ihren Entdeckungen und Irrtümern Gewinn ziehen und zum Gipfel des von ihnen gegründeten Gebäudes emporsteigend mit unserem Blick einen weiteren Horizont umfassen können, so wäre es törichter Hochmut, deshalb zu glauben, dass wir eine weitertragende und schärfere Sehkraft als sie hätten. Unser ganzes Verdienst besteht darin, dass wir später zur Welt gekommen sind."

Literatur

LELGEMANN, D., KNOBLOCH, E., FULS, A., KLEINEBERG, A.: Zum antiken astro-geodätischen Messinstrument Skiotherikós Gnomon. Zeitschrift für Vermessungswesen, 4, S.238 - 247 , Wißner, Augsburg 2005

LELGEMANN, D.: Die Erfindung der Messkunst. WBG, Darmstadt 2011

MANITIUS, R.: Ptolemäus. Handbuch der Astronomie / Mathematike Syntaxis. Teubner, Leipzig 1963

NEUGEBAUER, O.: History of Ancient Mathematical Astronomy. 3 Vols, Berlin, Heidelberg, New York 1975

NEWTON, R. R.: The Crime of Claudius Ptolemy. John Hopkins University Press, Baltimore / London 1977

NOACK, B.: Aristarch von Samos. Untersuchungen zur Überlieferungsgeschichte der Schrift Περί Μεγεθών Και Αποστημάτων Χελιου Και Σεληνης. Serta Graeca, Wiesbaden 1992

VITRUV: de Architectura. Übersetzung C. Fensterbusch, Primus, Darmstadt 1996

Adresse des Verfassers: dieter.lelgemann@mailbox.tu-berlin.de