



Vortragsreihe **„Menschliche Informationsverarbeitung – interdisziplinäre Elementaranalyse und diagnostische Anwendung“** **zu Ehren von Friedhart Klix**

Vortrag und Diskussion in der Klasse Naturwissenschaften am 8. November 2012

Aus Anlass des 80. Geburtstages von Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Friedhart Klix (1927-2004) hat die Klasse für Naturwissenschaften der Leibniz-Sozietät der Wissenschaften zu Berlin 2007 mit dieser Vortragsreihe begonnen. Dazu ist jährlich ein Vortrag vorgesehen.

Das wissenschaftliche Werk des Psychologen Friedhart Klix spannt einen Bogen von der Analyse elementarer Prozesse der menschlichen Informationsverarbeitung bis hin zur Untersuchung komplexer Prozesse des Sprachverstehens. Mit seinen Forschungen schuf er bleibende Brücken zwischen der Psychologie und anderen Disziplinen, insbesondere der Mathematik, Physik, Biologie und Philosophie.

Friedhart Klix war langjähriger Direktor des Instituts für Psychologie der Humboldt-Universität zu Berlin und gehörte bis zu seiner Emeritierung im Jahre 1992 der Universität an. Er war Mitglied der Schwedischen Akademie der Wissenschaften, der Academia Europaea in London, der Finnischen Akademie der Wissenschaften, der Amerikanischen Akademie in New York, der Deutschen Akademie der Naturforscher Leopoldina, der Deutschen Akademie der Wissenschaften, der Akademie der Wissenschaften der DDR und der Leibniz-Sozietät. Von 1980 bis 1984 war er Präsident der Internationalen Gesellschaft für Psychologie.

Fünfter Vortrag der von Erdmute Sommerfeld und Werner Krause begründeten Reihe (gehalten am 8.11. 2012): Prof. Dr. Frank Heinrich (Braunschweig): *„Fehler“ in Problembearbeitungsprozessen als mögliche Ansatzpunkte zur Fortentwicklung der Problemlösefähigkeit im Bereich Mathematik*

Einführung durch den Sekretar der Klasse Naturwissenschaften ***Lutz-Günther Fleischer***

Dank der kollegialen wissenschaftlichen Unterstützung unserer Mitglieder Werner Krause und Erdmute Sommerfeld, kann ich Sie mit diesem gemeinsamen Beitrag vor dem heutigen Vortrag von Prof. Frank Heinrich einfürend noch auf einige bemerkenswerte Zusammenhänge aufmerksam machen.

Im Jahre 2004 erschien der Band 12 der Abhandlungen der Leibniz-Sozietät zum Thema *„Psychologie im Kontext der Naturwissenschaften“*. Der Band enthielt die Beiträge anlässlich des *Ehrenkolloquiums* zum 75. Geburtstag von Friedhart Klix. Im Wesentlichen kamen damals seine Schüler zu Wort.

Um die Fortentwicklung des Gedankengutes der Klix-Schule aufzuzeigen, haben Erdmute Sommerfeld und Werner Krause die Reihe *„Menschliche Informationsverarbeitung – interdisziplinäre Elementaranalyse und diagnostische Anwendung“* zu Ehren von Friedhart Klix eingerichtet, in der die Nachfolgeneration auftreten sollte.

Einen, in diesen Intentionen liegenden, überdies ausgeprägt inter- und transdisziplinären Beitrag leistete auch die 12th Leibniz Conference of Advanced Science ‚Kognitionstechnologien 2011 – Theorie und Praxis‘. Ihre Anliegen und Ergebnisse sind unter diesen Stichworten

auf den Websites des Leibniz-Institutes für interdisziplinäre Studien e.V. (LIFIS) und – mit einigen Beiträgen von Schülern, Freunden und Kollegen von F. Klix – in der Internet-Zeitschrift LIFIS-ONLINE dokumentiert.

Ich freue mich ganz besonders, dass wir mit dem heutigen 5. Vortrag in dieser Reihe Prof. Frank Heinrich von der TU Braunschweig gewinnen konnten. Mit ihm begrüßen wir einen profunden *Kenner der Mathematikdidaktik und der menschlichen Problemlösefähigkeit*.

Gestatten Sie zur Einbettung noch ein paar inhaltliche Anmerkungen.

Friedhart Klix selbst hatte sich in dem bereits erwähnten Kolloquium mit einem Beitrag „*Information in Evolution und Geschichte*“ beteiligt und dabei ein Kapitel eingefügt: „*Quo vadis Psychologie?*“. Darin ist der Bogen weit gespannt, nicht nur bezüglich der Struktur der Psychologie zwischen den Polen einer möglichen weiteren Zersplitterung oder einer neuen Vereinheitlichung, sondern auch inhaltlich, wo er von der Genstruktur bis zum Phänotyp reicht. Zwei Komplexe sollten – seiner Meinung folgend – mehr und mehr zum zentralen Forschungsgegenstand der Psychologie werden:

- *die menschliche Sprache und*
- *das komplexe Lernen.*

Der zweite Forschungsgegenstand Lernen steht hier und heute zur Debatte.

Vieles – vor allem weiter Erhellendes – ist in den vergangenen 50 Jahren dazu vorgelegt worden:

Auf elementarer Ebene festigte sich die Erkenntnis, dass es beim langfristigen Lernen zu Strukturveränderungen im neuronalen Netz kommt.

- Nervenendungen doggen an Nervenstränge neu an (Kandel, Nobelpreis 2000).
- Eiweißkörper werden im Golgi-System der Nervenzelle synthetisiert, die von einem gegebenen Informationsfluss anhängen (Matthies, 1998). Die erzeugten Proteine werden an die Zelloberfläche transportiert und dort als Rezeptoren ansprechbar. Das gilt nicht nur für Einzelzellen – wie Klix (2004) ausführt – vielmehr bilden die Nervenzellen Querverbindungen aus und formieren sich als neuronale Vernetzungen. Es könnten dabei Erkennungsprozeduren möglich werden, die dem Wiedererkennen von Gegenständen in der Makroebene entsprechen.
- „Was die *individuelle Entwicklung* anlangt“, schreibt Friedhart Klix, „so haben sich völlig neue Perspektiven angekündigt. Noch vor 50-60 Jahren galt es als eine wissenschaftlich fundierte Gewissheit, dass die Existenz von Nervenzellen mit der Geburt abgeschlossen ist und dass, im Unterschied zu anderen Organen eines Säuglingskörpers, diese Zellen bei Verlust nicht ersetzt werden. Spätestens seit den Versuchen von Notteboom (1980) ist das als falsch erkannt. Über die Bildung von Stammzellen im Neuralrohr konnte gezeigt werden, dass dort multifunktionell brauchbare Tochterzellen neu gebildet werden. Damit ist ein wesentlicher *Kreuzungspunkt zwischen individueller oder kollektiver Erfahrungsbildung und langfristig wirksamen, erlernten Verhaltensdispositionen gefunden*. Das wird nicht auf einfache bedingt-reflektorische Verhaltensumlenkungen beschränkt bleiben. Vielmehr dürften sich auch sozial gestaltete Umwelten oder deren Einflüsse, von Erziehungstechniken oder Verhaltenstraining geformt, auf den körperlich geistigen Habitus eines heranwachsenden Menschen auswirken. Und wenn man diese Befunde zusammen sieht mit dem vorher Gesagten über lernabhängige Synapsenbildung – wer weiß, ob dann schon das wirklich letzte Wort über die Nichtvererbung erworbener Eigenschaften gesprochen ist.“

Weiter ist beim *Aufzählen so elementarer Befunde zu erwähnen*:

- die Aufklärung mathematischer Hochbegabung vor dem Hintergrund der Multimodalitätshypothese. Frank Heinrich war daran maßgeblich beteiligt. Die Ergebnisse sind in diesem Kreis vorgetragen worden (Krause, Werner, Leibniz-Online, 2006).

- Der Nachweis einer nichtlinearen Beziehung zwischen externem Prozess (Reaktionszeitverlauf) und internem Prozess (synchrone Aktivität frontoparietaler Kopplung kortikaler Areale) beim deduktiven Lernen (Sommerfeld, 2001), oder
- Die Modellierung und Erklärung von Prozessen des induktiven Lernens (Krause, Bodo, 2002).

Soweit einige Befunde auf elementarer Ebene.

Im *hoch Komplexen* hat der Arbeitskreis Erziehungswissenschaften von Kollegen Kirchhöfer und Frau Kollegin Uhlig Ergebnisse zur Bildung, zur Bildungsreform und zur Gestaltung von schulischem Lernen vorgelegt.

Die *mittlere Ebene*, das *individuelle Lernen* und dessen didaktische Begleitung vor dem Hintergrund von Problemlöseerfahrungen, ist weit weniger Gegenstand von Untersuchungen gewesen.

Apropos individuelles Lernen. Ich selbst habe – in anderer Funktion – nachhaltig aus den Gesprächen und Publikationen von Friedhart Klix gelernt. Bedarf es eines repräsentativen Beispiels, dann hebe ich wohl erwogen, sein bereits 1980 im Deutschen Verlag der Wissenschaften Berlin ediertes Buch „*Erwachendes Denken*“ hervor.

Friedhart Klix exponiert darin – allgemeinverständlich und zugleich wissenschaftlich vorzüglich begründet – sowohl bei der Beschreibung der Erscheinungsweisen, Strukturen und Funktionen des evolutiven Phänomens Denken in den Zeitläufen als auch bei der Aufklärung der Ursachen in dem originären Wirkungsgefüge und bei der Darstellung fundamentaler Sachverhalte, mustergültig das Wie, Warum, Woher und Wozu. Bei alledem war er sich des, mit derartigen interdisziplinären Herausforderungen verbundenen, *Wagnisses* bewusst. Mit seinen ermunternden Worten ausgedrückt: „So hohes Wagnis hat aber auch den Reiz des Abenteuers an sich; eines Abenteuers, das man bei Aufenthalt in den Niemandsland der Wissenschaftsgebiete erleben kann – wohl wissend, daß zugleich von verschiedenen Seiten ‚angegriffen‘, das eingenommene Terrain ‚bestritten‘ werden kann. Dies allerdings auch in der Gewißheit, daß die Verteidigungskraft der eigenen Argumente und der verfügbaren Daten längst nicht erschöpft ist“

Genau dies steht heute im Mittelpunkt unserer Aufmerksamkeit. Wir sehen dem mit großem Interesse entgegen.

Unserer Veranstaltung wünsche den ihr gebührenden Erfolg.

Frank Heinrich

„Fehler“ in Problembearbeitungsprozessen als mögliche Ansatzpunkte zur Fortentwicklung der Problemlösefähigkeit im Bereich Mathematik

Zur Einführung

Die Fortentwicklung (Förderung) der Fähigkeit, mathematische Probleme zu lösen, zählt seit längerem als wichtiges und weithin anerkanntes Ziel von Mathematikunterricht. Diese Zielstellung ist seit TIMSS wieder stärker in den Vordergrund mathematikdidaktischer Diskussionen geraten.

Überlegungen wie die Problemlösefähigkeit (besser als bisher) gefördert werden kann, können an verschiedenen Stellen ansetzen. Ein grundlegender Ansatzpunkt besteht im Erkennen von und im Umgehen mit Fehlern und Defiziten von Lernenden beim Bearbeiten mathematischer Probleme.

Diese Thematik wird im Weiteren unter zwei miteinander verbundenen Aspekten behandelt. Zum einen werden durch empirische Erkundungsstudien herausgearbeitete Verhaltensweisen von Problembearbeitern, die das Finden einer Lösung be- oder verhindern, vorgestellt und diskutiert. Insbesondere geht es dabei um strategische Fehler bzw. Defizite. Lehrende können dadurch Anregungen erhalten, welchen lösungshinderlichen Verhaltensweisen (durch Mathematikunterricht) entgegenzuwirken wäre.

Zum anderen werden Befunde vorgelegt, wie es Problembearbeitern gelingt, eigene Fehler und Defizite selbst zu erkennen und ggf. zu beheben. Es wird berichtet, welche (Art) Fehler Versuchspersonen während ihrer Arbeit an mathematischen Problemen selbst entdeckten und welche Fehler sie zusätzlich in retrospektiven Auseinandersetzungen mit dem Getanen bemerkt haben. Entsprechende Ergebnisse können Hinweise auf die Art und auf das erforderliche Maß an Lehrerhilfe im Hinblick auf einen produktiven Umgang mit Fehlern im Kontext des Problemlösens erbringen.

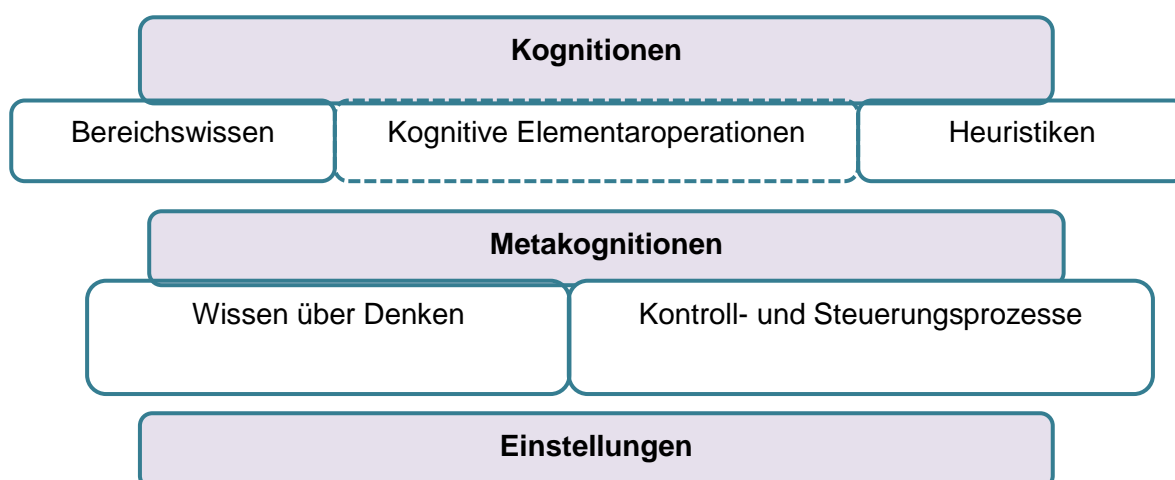
Ansatzpunkte und Maßnahmen zur Förderung der Problemlösefähigkeit

Unter einem Problem wird im Allgemeinen eine (auf ein Individuum) bezogene Anforderung verstanden, deren Lösung zum Zeitpunkt der Bearbeitung mit Schwierigkeiten verbunden ist. Diese Sichtweise hat sich auch im Bereich der Mathematikdidaktik etabliert. So versteht DÜRSCHLAG (1983) unter einem mathematischen Problem eine Situation, die den Schüler vor eine mathematisch-wesentliche Schwierigkeit stellt, für die er kein einfaches Lösungsverfahren (Schema, Plan, Regel, Formel) kennt, und zu deren Bewältigung Einfälle und kreatives Verhalten erforderlich sind. Ähnlich äußert sich ZIMMERMANN (1991), für den ein Problem dadurch bestimmt ist, dass dem damit befassten Schüler nicht sofort ein Weg zu dessen Lösung klar ist, dass es also eine gewisse (auch personenspezifische) Barriere gibt.

Entsprechend wird unter Problemlösen der Prozess der Überführung eines Ausgangszustandes in einen Zielzustand verstanden, wobei bestehende Schwierigkeiten / Barrieren zu überwinden sind.

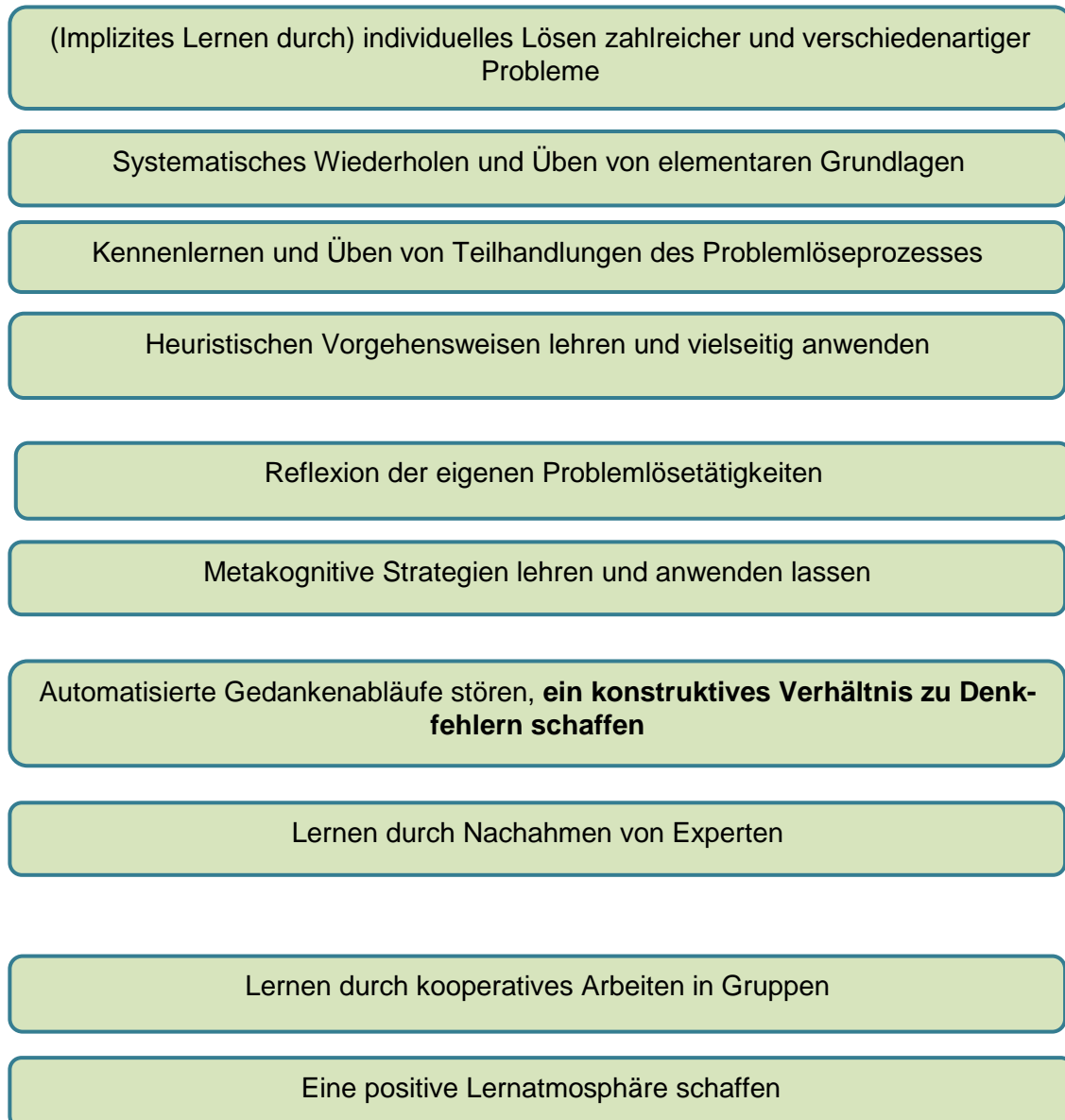
In der Mathematikdidaktik wird Problemlösen unter zwei zentralen Aspekten behandelt. Zum einen geht es darum, dass Schülerinnen und Schüler lernen, Probleme zu lösen (Zielaspekt). Zum anderen wird Problemlösen als eine wichtige Lernmethode zur Erreichung von (Lern)Zielen angesehen (Methodenaspekt). Beide Aspekte stehen im Zusammenhang. Im Weiteren wird es hier jedoch um den Zielaspekt gehen. In diesem Kontext steht die Beantwortung der folgenden Fragen im Mittelpunkt:

- (1) *Was soll [„in erwünschter Weise“] gefördert werden? Wo ist der Hebel anzusetzen?*
Hier geht es um Inhalte und Komponenten, die Verlauf und Ergebnis von Problembearbeitungsprozessen bestimmen.
- (2) *Wie soll gefördert werden?* Diese Frage verweist auf Fördermaßnahmen bzw. -methoden.



Zu (1): In der wissenschaftlichen Literatur (z.B. SCHOENFELD 1985, GEERING 1995) werden insbesondere die folgenden Komponenten genannt, auf die sich Maßnahmen zur Fortentwicklung der Problemlösefähigkeit beziehen können:

Zu (2): Während weitgehender Konsens besteht, auf welche Komponenten Fördermaßnahmen zu richten sind, findet man in der wissenschaftlichen Literatur zahlreiche und verschiedene Vorschläge für Maßnahmen, von denen man weiß oder zu wissen glaubt, dass sie zur Fortentwicklung der Problemlösefähigkeit geeignet sind. Die folgende Zusammenstellung gibt häufig genannte Methoden wieder (vgl. z.B. DÖRNER 1976, KILPATRICK 1985, BRUDER 1992, ZECH 1996, TIETZE u.a. 2000).



In der Übersicht ist ein Aspekt in Fettdruck hervorgehoben, bei dem es um Fehler geht, was fortan im Zentrum der weiteren Ausführungen steht.

Fehlerarten beim Bearbeiten mathematischer Probleme

Der Begriff Fehler wird in der wissenschaftlichen Literatur nicht einheitlich charakterisiert. Häufig wird darunter Falsches, Nichtrichtiges, Irrtum, Fehlverhalten oder Unkorrektes ver-

standen. Für das hiesige Anliegen ist diese Sichtweise zunächst ausreichend. Im Weiteren wollen wir uns mit Fehlern beim Bearbeiten mathematischer Probleme befassen.

Gelingt keine Lösung für ein Problem, stellt sich die Frage nach dem Warum. Fehler können die Ursache sein. Dabei macht es Sinn, verschiedene Arten von Fehlern zu unterscheiden, die freilich auch in Kombination auftreten können. GEERING (1995) gibt drei Arten an: Fertigungsfehler, Wissensfehler und Strategiefehler. Diese Begriffe werden im Weiteren zum Teil etwas anders verwendet als es GEERING (ebenda) tut.

Formt beispielsweise ein Individuum während der Arbeit an einem mathematischen Problem den Ausdruck $x \cdot (x+y)$ in $x+xy$ um, oder rechnet $12 \cdot 9=106$, obwohl es dies besser wissen sollte, kann man von Fertigungsfehlern sprechen. Von einem Wissensfehler sei gesprochen, wenn der Problembearbeiter ihm eigentlich bekannte Wissensselemente nicht oder nicht korrekt einsetzt. Man stelle sich diesbezüglich z. B. vor, dass es um die Berechnung der Höhe in einem nicht rechtwinkligen Dreieck geht und man mit dem Höhensatz (aus der Satzgruppe des Pythagoras) arbeitet.

Sind hingegen ungeeignete Lösungsansätze bzw. Lösungsstrategien oder logische Fehler für das Ausbleiben einer Lösung (mit)verantwortlich, sei von „Strategiefehlern“ gesprochen. Es sind damit defizitäre oder zumindest problematische Verhaltensweisen im strategischen Vorgehen von Problembearbeitern gemeint, also solche Verhaltensweisen, die die Lösungssuche behindern oder hemmen. Dabei handelt es sich in der Regel um keine klassischen Fehler. Sie sind bezogen auf Evaluatoren im hohen Maße von deren subjektiven Annahmen abhängig.

Über derartige Strategiedefizite wissen wir insgesamt noch recht wenig. Das kann u.a. darin begründet sein, dass ein Herausarbeiten solcher Defizite sehr aufwändige und gründliche Detailanalysen von Problembearbeitungsprozessen erforderlich macht. Das ist eine empfindliche Forschungslücke, da Verlauf und Ergebnis von Problembearbeitungsprozessen wesentlich von der Qualität strategischen Arbeitens bestimmt werden. Wenn es gelingt, mehr über Strategiefehler beim Bearbeiten mathematischer Probleme in Erfahrung zu bringen, können daraus möglicherweise Anregungen für eine gezielte didaktische Einflussnahme zur Förderung der Problemlösefähigkeit erwachsen. Vor diesem Hintergrund wurden vom Autor dieses Beitrags Erkundungsstudien durchgeführt, über die im Weiteren auszugsweise berichtet wird.

Empirische Erkundungen zu Fehlern und zur Fehlererkennung beim Bearbeiten mathematischer Probleme

Mit Schülerinnen und Schülern aus der Sekundarstufe II sowie mit Mathematiklehramtstudierenden wurden in den vergangenen Jahren empirische Erkundungsstudien unter Laborbedingungen durchgeführt. Dabei handelte es sich um explizit untrainierte Personen in puncto Heuristik, um eher mathematisch leistungsfähige Personen aus der jeweiligen Population gemäß Lehrerurteil und zugleich um extrinsisch motivierte Probanden. Als Probleme fanden geometrische Beweisprobleme Verwendung, von denen exemplarisch zwei vorgestellt werden. Die den Probanden zur Verfügung stehende Bearbeitungszeit betrug pro Problem ca. eine Zeitsunde. Die Problemlösebemühungen der Probanden wurden videografiert.

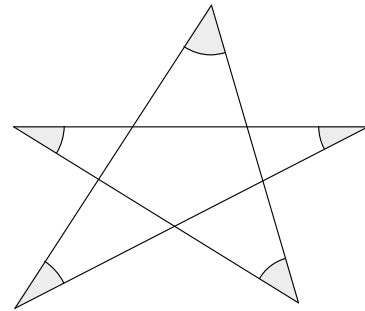
Ziel der Erkundungsstudien war es vor allem, erste Antworten auf folgende Fragen zu finden

- (1) Welche (Art) Fehler be- oder verhindern das Finden einer Lösung?
- (2) Welche (Art) eigener Fehler werden von Lernenden in welchem Ausmaß selbst erkannt, (a) im realen Handlungsvollzug und (b) retrospektiv?

Aus der Beantwortung dieser Fragen wurden Hinweise erwartet, wie der Fehleraspekt im Rahmen von Bemühungen zur Förderung der Problemlösefähigkeit produktiv einbezogen

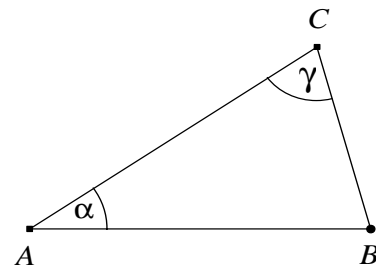
Problem I

Die Abbildung zeigt einen so genannten Fünfstern. Die grau eingezeichneten Winkel sind die Innenwinkel des Fünfsterns. Beweisen Sie, dass die Summe der Innenwinkel 180° beträgt.



Problem II nach JAINTA (1997):

In einem Dreieck ABC gelte: $\gamma = 2\alpha$. Zeigen Sie: Zwischen den drei Seitenlängen a , b und c besteht die Beziehung $c^2 = a \cdot (a + b)$.



werden kann.

Speziell kann die Beantwortung von (1) Anregungen geben, welchen lösungshinderlichen Verhaltensweisen Mathematikunterricht insbesondere entgegenzuwirken hätte. Dies kann als ein möglicher Zugang zur Verbesserung von Problemlöseverhalten aufgefasst werden. Dieses Ziel wird aber wohl nur dann geeignet zu realisieren sein, wenn Lehrende für diese Problematik sensibilisiert sind, also hinreichend Wissen über Fehler beim Bearbeiten mathematischer Probleme erworben haben. Anders ausgedrückt ist ein solches Wissen für Lehrpersonen eine wichtige Voraussetzung, um begründet und zielgerichtet entsprechende Förder- bzw. Hilfsmaßnahmen zu planen (vgl. z.B. auch BECKER 1987, WINTER 1999).

Schülerinnen und Schüler sollen sogenanntes negatives Wissen (OSER u.a. 1999) im Hinblick auf das Lösen mathematischer Probleme erwerben. Im Kerne geht es dabei um Folgendes: Was darf / sollte beim Lösen mathematischer Probleme nicht getan werden? - also um Wissen über mögliche Fehler und lösungshemmende Verhaltensweisen. Mit dem Erwerb solchen Wissens ist folgende Erwartung verbunden: Wer weiß, was er in einer bestimmten Situation nicht tun darf oder tun sollte, kann bestimmte Verhaltensweisen / Fehler vermeiden, d.h. der Wiederholung derer kann dadurch vorgebeugt werden. Mit anderen Worten: Zu wissen wo Gefahren lauern, hilft zuweilen schon, sich ihnen gegenüber vorsichtig zu verhalten (BECKER 1987). Zudem wird erwartet, dass das Wissen um das Richtige, um korrekte bzw. geeignete Verhaltensweisen, verstärkt wird.

Der Aufbau von negativem Wissen erfolgt u.a. über einen konstruktiven Umgang mit Fehlern (vgl. z.B. HEINZE 2010). Dazu gehört, dass Lernende den Fehler erkennen, ihn analysieren können und Möglichkeiten haben, ihn zu korrigieren (vgl. z.B. OSER u.a. 1999, PREDIGER & WITTMANN 2009). Es bedarf Lernangebote, die diese Tätigkeiten anregen und fördern. Dabei ist es möglich, dass sich Lernende sowohl mit eigenen als auch mit fremden Fehlern auseinandersetzen. Die Beschäftigung mit eigenen Fehlern kann entweder nur durch die betreffende Person selbst, also eigenständig erfolgen oder unter Beteiligung weiterer Personen wie Lehrer(in) oder Mitschüler. Hier geht es um die eigenständige Beschäftigung mit eigenen Fehlern.

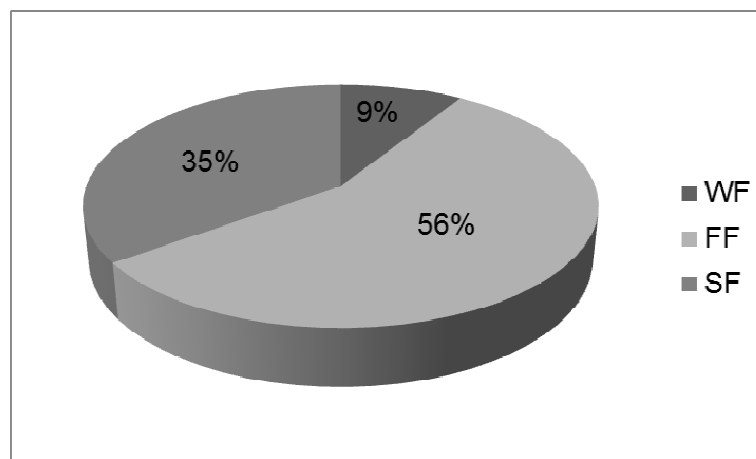
Es ist ein pädagogischer Grundsatz, dass didaktische Maßnahmen dort ansetzen sollen, wo sich Lernende in ihrer Entwicklung gerade befinden. Im Hinblick auf die Ausbildung negativen Wissens im Kontext der Förderung der Problemlösefähigkeit ist es daher wichtig zu erkunden, was Lernende im Erkennen eigener Fehler selbstständig leisten können. Entsprechende Befunde erbringen Hinweise, an welchen Stellen und in welcher Weise weitere (leh-

rerseitig inszenierte) Ausbildungsmaßnahmen ansetzen können und welcher Art diese sein sollten. Das ist der Hintergrund von Fragerichtung (2).

Empirisch identifizierte (Strategie-)Fehler beim Bearbeiten mathematischer Probleme

Die Arbeiten zur Fehlerfeststellung und Fehleranalyse erfolgten in einem (Experten-)Team nach der Methode der konsensuellen Validierung (MAIER 1991). Die Analyse der Rohmaterialien (Video- und Audioaufzeichnungen von den Problembearbeitungen) und der Folgedokumente (entsprechende Transkripte) geschah in mehreren Bearbeitungsstufen. Zuerst wurde der Bearbeitungsgang nachgezeichnet und in Episoden zerlegt. Anschließend ging es um Identifizieren und Charakterisieren von „lösungsrelevanten“ Fehlern und von Situationen, in denen sich die Probanden mit (möglichen) Fehlern befassten.

Wir legen der hiesigen Auswertung im Sinne eines Zwischenberichtes eine empirische Basis von 23 Problembearbeitungsprozessen (5 Studierende, 18 SEK II – Schülerinnen und Schüler aus der Region Braunschweig) zugrunde. In diesen Sitzungen konnten insgesamt 148 Fehler identifiziert werden, die sich prozentual wie folgt auf die oben genannten Fehlertypen (WF – Wissensfehler, FF – Fertigungsfehler, SF – Strategiefehler) verteilen. Einschränkend wollen wir festhalten, dass es dabei nicht immer eindeutig war, zwischen Wissens- und Strategiefehlern zu unterscheiden.



Auf die besondere Bedeutung von Strategiefehlern wurde bereits an früherer Stelle hingewiesen. Wir wollen im Weiteren bestimmte Typen dieser Fehlerart kurz vorstellen und greifen dabei zugleich auf frühere Arbeiten des Autors (HEINRICH 2010, 2012) zurück.

- *Komponenten aus fehlerhaften früheren Lösungsanläufen werden ungeprüft weiter verwendet*

Elemente eines nicht zielführenden Lösungsanlaufes, von dem Bearbeiter wissen, dass er Fehler enthält, werden ohne Überprüfung in anderen Lösungsanläufen weiter benutzt.

- *Lösungsbedingungen werden bei der Lösungssuche nicht oder nicht ausreichend berücksichtigt*

Lösungsbemühungen erfolgen ohne (gebührende) Berücksichtigung gegebener Bedingungen.

- *Die Lösungssuche erfolgt nicht methodenbewusst*

Es wird mit einer heuristischen Strategie „formal“ gearbeitet; d.h., ohne zu wissen, was diese zu leisten vermag; wann und wo sie sinnvoll genutzt werden kann; wodurch sie sich auszeichnet und von „welcher Art“ die Lösung sein muss.

- *Zwischenergebnisse werden nicht gespeichert*

Zwischenergebnisse, die bei der weiteren Lösungssuche benötigt werden, sind nicht mehr verfügbar. Sie wurden entweder nicht (schriftlich) fixiert oder gelöscht.

- *Eigenschaften eines mathematischen Sachverhaltes werden unzureichend bzw. unvollständig ausgeschöpft.*

Ein mathematischer Sachverhalt wird vor dem Hintergrund des Suchens nach einer Problemlösung unter genau einem Aspekt behandelt, wengleich weitere Betrachtungsweisen (und damit Arbeitsrichtungen) naheliegend sind.

- *Probierende Lösungsverfahren werden als „zu unmathematisch“ verworfen*

Wengleich probierende Lösungszugänge Aussicht auf Erfolg versprechen, werden erst einmal „mathematischere“ Zugänge (z.B. Algorithmen) gewählt).

- *(Trüchtige) Lösungsideen werden nicht oder nur unzureichend fortentwickelt*

Vor allem „Nichtroutine“Ideen [Bewertung durch Interpret] werden nur als Gedanken-splitter eingebracht, eine Fortentwicklung der Idee wird nicht vorgenommen.

- *Vorerfahrung wird formal, unkritisch oder unreflektiert übertragen*

Problemlöser übertragen frühere Erfahrungen auf neuartige Kontexte, ohne die Angemessenheit und Korrektheit des Schlusses zu berücksichtigen.

- *Betrachtungen erfolgen nur an Sonderfällen*

Zur Lösungsfindung notwendige Betrachtungen werden nur an Sonderfällen ausgeführt, jedoch im Weiteren als allgemeingültig benutzt.

- *Zur Überprüfung bisheriger Arbeitsergebnisse werden unangemessene oder unkorrekte Kontrollstrategien verwendet*

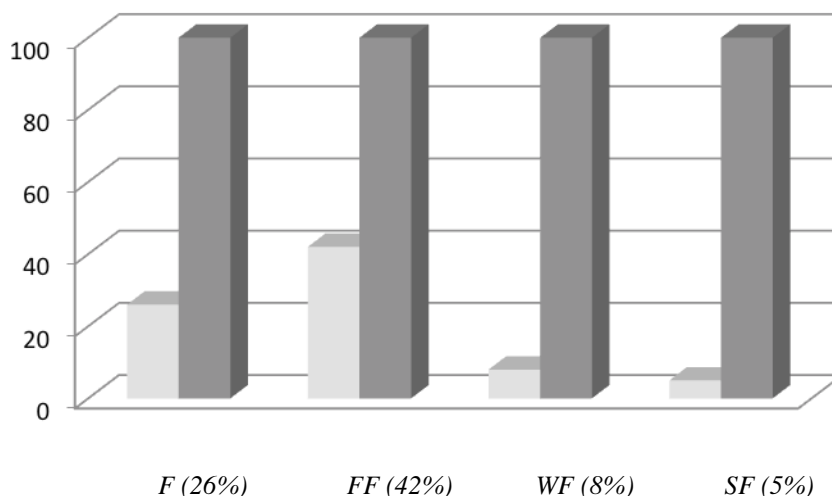
Hierbei geht es nicht um Fertigungsfehler im Rahmen von Kontrollverfahren, sondern um logische Fehler im Rahmen von Kontrollhandlungen und Überprüfungen von Getanem.

- *Die Lösungssuche wird asymmetrisch organisiert*

Probanden gestalten die Lösungssuche im Hinblick auf bestimmte Aspekte (Qualitäten) des Problembearbeitungsprozesses deutlich einseitig, selbst bei lange andauernder Erfolglosigkeit. Die Aspekte können ganz verschiedene Ebenen betreffen und stehen eher für ein globales Defizit.

Zur Erkennung eigener Fehler

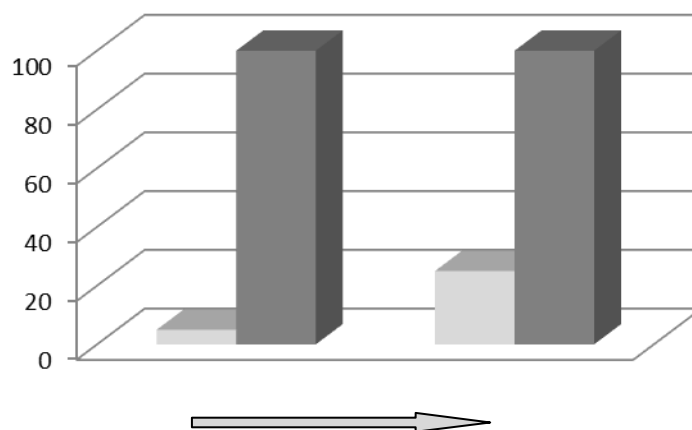
In der folgenden Darstellung ist zu erkennen, dass im realen Handlungsvollzug die an der oben genannten Studie beteiligten Versuchspersonen vor allem Fertigungsfehler (FF) aus eigener Kraft aufspürten. Wissens- (WF) und insbesondere Strategiefehler (SF) wurden hingegen kaum eigenständig erkannt. F steht dabei für die gesamten (erkannten) Fehler.



Die jeweils linke Säule weist den prozentualen Anteil der erkannten Fehler(art) aus, der zudem waagrecht in Klammern als Zahlenwert angegeben ist. Im Weiteren wollen wir uns den

selbst erkannten Strategiefehlern zuwenden. Für den eher geringen Anteil (5%) sind verschiedene Erklärungen möglich. Unter anderem kann man vermuten, dass es den Probanden während der angestregten Arbeit am Problem kaum möglich war, ihre Aufmerksamkeit zugleich noch prüfend auf das strategische Vorgehen zu richten.

Eine Auseinandersetzung mit dem Getanen aus einer gewissen Distanz heraus könnte dazu führen, dass mehr ungeeignete strategische Vorgehensweisen identifiziert werden als während der Arbeit am Problem, da der Druck eine Lösung zu finden, entfällt und der schon abgeschlossene Bearbeitungsprozess nunmehr mit anderen Augen gesehen werden kann. Von dieser Annahme geleitet, kam es bei der Durchführung der Studie zu folgender Maßnahme. Unmittelbar nach Beendigung der Problemlösebemühungen sieht sich der jeweilige Proband die Videoaufzeichnung von seiner Arbeit am Problem an und ist dabei angehalten zu sagen, was ihm beim Betrachten durch den Kopf geht. Mit dieser Maßnahme war die Hoffnung verbunden, dass die Probanden aus eigener Kraft weitere strategische Defizite bemerken würden.



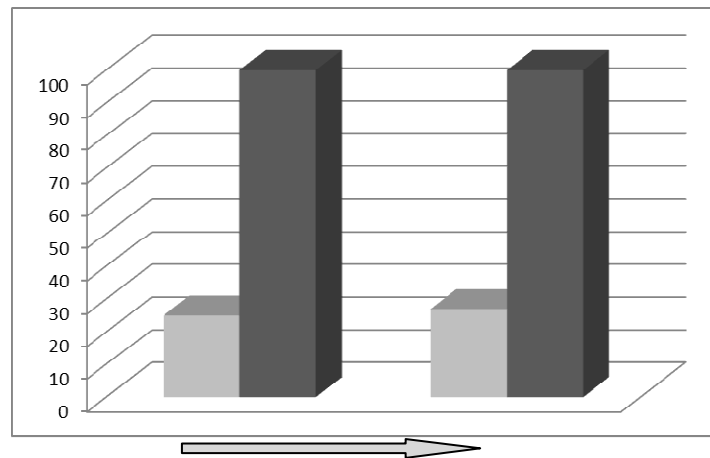
Die links stehende Säulenreihe in dieser Abbildung weist noch einmal den prozentualen Anteil der im realen Handlungsvollzug selbst erkannten Strategiefehler aus. Der rechts stehenden Säulenreihe ist zu entnehmen, wie hoch der Anteil dieser selbst erkannten Fehler nach der retrospektiven Auseinandersetzung insgesamt ausfiel. Probanden haben erwartungsgemäß weitere strategische Defizite bemerkt, und zwar deutlich mehr als im realen Handlungsvollzug.

Wir waren ferner daran interessiert zu erfahren, ob weitere strategische Defizite von den Probanden selbst erkannt würden, wenn sie zu einem noch späteren Zeitpunkt (eine Woche später) erneut mit dem Videomitschnitt ihres Bearbeitungsgangs konfrontiert werden. Sie hatten keine Kenntnis darüber, was sie erwartete.

Es ist in der folgenden Abbildung zu sehen, dass der Zuwachs an zusätzlich erkannten Strategiefehlern (hellgraue Säulen) minimal ausfällt (+2%). Eine zweite, zeitlich versetzte retrospektive Auseinandersetzung mit dem Getanen hat also bislang keinen spürbaren Zuwachs hinsichtlich der produktiven Auseinandersetzung mit Strategiefehlern erbracht. Zu beachten ist in diesem Zusammenhang auch die Anmerkung einer Versuchsperson: „*Ich kam mir heute vor wie vorgeführt. Es hat nicht sonderlich Freude gemacht, wieder (nicht) zu sehen, was man nicht geschafft hat.*“ Zum gegenwärtigen Zeitpunkt wäre eine solche zweite Reflexion als Maßnahme zum Lernen aus Fehlern und damit zur Förderung der Problemlösefähigkeit abzulehnen.

Festzustellen war aber auch, dass weder im realen Handlungsvollzug noch in den retrospektiven Auseinandersetzungen diejenigen defizitären Verhaltensweisen im strategischen Bereich, die vom Expertenteam als besonders bedeutsam herausgestellt wurden, von den Probanden nicht oder nur ansatzweise selbst erkannt worden sind. Das betraf insbesondere die folgenden strategischen Defizite (s.o.): Asymmetrien bei der Lösungssuche, Betrachtungen

(Beweise) nur an Sonderfällen, fehlendes Methodenwissen über heuristische Suchstrategien, Nichtberücksichtigung oder unzureichende Berücksichtigung von Bedingungen und ungeeignete oder unvollständige Kontrollstrategien.



Darüber hinaus haben Versuchspersonen hin und wieder (angebliche) Fehler ihres Lösungsvorgehens angesprochen, die aber keine waren bzw. sind.

Sollten die vorläufigen Befunde in einem größeren Rahmen Bestätigung erfahren, kann gefolgert werden, dass eine in der beschriebenen Weise angeregte retrospektive Auseinandersetzung mit dem Getanen unmittelbar nach Beendigung der Problemlösebemühungen zumindest ansatzweise Potenzial birgt, aus eigener Kraft auf strategische Defizite aufmerksam zu werden. Da aber gerade relevante Strategiefehler kaum als solche selbst erkannt worden sind, bedarf es zusätzlicher Lernangebote, die darauf gerichtet sind, Lernende diese Strategiefehler mit ihren möglichen Auswirkungen auf den Bearbeitungsgang erleben zu lassen. Und natürlich muss es im Rahmen entsprechender Angebote auch darum gehen, Fehlvorstellungen über mögliche lösungshinderliche Verhaltensweisen auszuräumen.

Eine Maßnahme zur Ansteuerung dieser Ziele ist eine videobasierte Expertensitzung. Dabei gibt ein Experte der bzw. dem Lernenden beim gemeinsamen Betrachten der Videoaufzeichnung ihres / seines Bearbeitungsganges Erläuterungen zum Lösungsverhalten und Ratschläge zu dessen Verbesserung. Eine solche Expertensitzung wurde (aus organisatorischen Gründen nur) mit fünf Studierenden durchgeführt und erbrachte durchweg positive Rückmeldungen seitens der Versuchspersonen. Es wurde von ihnen zum Ausdruck gebracht, dass man auf diese Weise hilfreiche Rückmeldungen erhält, u.a. zu Handlungen, die man zukünftig vermeiden sollte.

Literatur

- Becker, G. (1987): Die Bedeutung von Lern- und Denkmodellen der Kognitionspsychologie für den Mathematikunterricht – aufgezeigt an Beispielen aus dem Algebra – Unterricht der gymnasialen Mittelstufe. In: *Der Mathematikunterricht (MU)*, 33, 1, S. 5 – 20.
- Bruder, R. (1992): Problemlösen lernen – aber wie? In: *mathematik lehren*, 52, S. 6 – 12.
- Dörner, D. (1976): *Problemlösen als Informationsverarbeitung*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Dürschlag, S. (1983): Problemlösen und Kreativität im Mathematikunterricht. In: *Der Mathematikunterricht (MU)*, Heft 3, S. 46 – 70.
- Geering, P. (1995): Aus Fehlern lernen im Mathematikunterricht. In: E. Beck, T. Guldimann & M. Zutavern (Hrsg.): *Eigenständig lernen*. Kollegium 2, S. 59 – 70, St. Gallen: UVG Konstanz.

- Heinrich, F. (2010): „Strategiefehler“ beim Bearbeiten mathematischer Probleme. In: MU – Der Mathematikunterricht (MU), Jahrgang 56, Heft 3, S. 33 – 43.
- Heinrich, F. (2012): Fehler in eigenen Problembearbeitungsprozessen erkennen. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2012, S. 357 – 360. Münster, WTM.
- Heinze, A. (2010): Muss man das Lernen aus Fehlern lernen? PPP-Dokument anlässlich eines Vortrags auf der Landesfachtagung Mathematik in Plön.
- Jainta, P. (1997): Die Problemecke. In: Alpha, 2. Velten: Becker, S. 22 ff.
- Kilpatrick, J. (1985): A Retrospective Account of the Past 25 Years on Teaching Mathematical Problem Solving. In: Silver, E. A. (Ed.): Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research perspectives. Hillsdale: ErlbaumAssoc., p. 1 – 15.
- Maier, H. (1991): Interpretative Forschung im Bereich der Mathematikdidaktik. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1991 (S. 97 – 107). Bad Salzdetfurth: Franzbecker.
- Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In: W. Althof (Hrsg.): Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern, S. 11 – 41. Opladen: Leske + Budrich.
- Prediger, S. & Wittmann, G. (2009): Aus Fehlern lernen – (wie) ist das möglich? In: PM, Heft 27, S. 1 – 8.
- Schoenfeld, A. H. (1985): Mathematical Problem Solving. Orlando: Academic Press.
- Tietze, U. u.a. (2000): Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II. Band 1: Fachdidaktische Grundfragen - Didaktik der Analysis. 2. Auflage. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg.
- Winter, H. (1999): Perspektiven eines kreativen Mathematikunterrichts in der allgemeinbildenden Schule – das Wechselspiel von Gestalt und Zahl als heuristische Leitidee. In: Zimmermann, B. u.a. (Hrsg.): Kreatives Denken und Innovationen in mathematischen Wissenschaften. Tagungsband im Rahmen der Reihe Jenaer Schriften zur Mathematik und Informatik, Math/Inf/99/29. Universität Jena, S. 213 – 225.
- Zech, F. (1996): Grundkurs Mathematikdidaktik, 8., völlig neu bearbeitete Auflage. Weinheim und Basel: Beltz.
- Zimmermann, B. (1991): Problemorientierter Mathematikunterricht. Bad Salzdetfurth: Franzbecker.

Anmerkungen

- In diesem Beitrag sind Teile der Artikel von HEINRICH (2010, 2012) übernommen.
- Die Zeichnungen zu den Problemen I und II sind von STEFFEN JUSKOWIAK angefertigt.
- Aus Gründen der Einfachheit kommt an manchen Textstellen nur die männliche Bezeichnungsform vor.

Adresse des Verfassers:

Prof. Dr. Frank Heinrich, TU Braunschweig, Institut für Didaktik der Mathematik und Elementarmathematik,
Bienroder Weg 97, 38106 Braunschweig
f.heinrich@tu-bs.de

Diskussionsbemerkung von Werner Krause

Zunächst möchte ich Sie in der Fragestellung und der gewählten Forschungsstrategie bekräftigen: Gagné und Smith (1962) haben den Einfluss der Verbalisierung gegenüber Nicht-Verbalisierung auf die Problemlöseleistung in Abhängigkeit von der Problemschwierigkeit mit den Parametern „Verbalisierung in jedem Schritt“ und „Lösungsprinzip am Ende benennen“ gezeigt. Der zweite Parameter ist nicht wirksam, der erste dagegen sehr. Offen blieb damals die Frage, worauf der Einfluss beruht. Die Kategorisierung von Strategiefehlern ist ein erfolgsversprechender Versuch, diesen Einfluss weiter aufzuklären. Mit Bezug zu Gagné und Smith könnte die Problemlöseleistung in Abhängigkeit von der Problemschwierigkeit mit den Strategiefehlern als Parameter dargestellt werden. So könnte der Unterschied zur bloßen Verbalisierung deutlich werden. Allerdings scheint es mir notwendig zu sein, – und damit möchte ich einen Vorschlag von Erdmute Sommerfeld unterstützen – die Strategiefehler bis hin zu möglichen Satzformulierungen zu operationalisieren.

Aus Untersuchungen über die Wirksamkeit zu Innovationsstrategien (z.B. Altshuler) ist bekannt, dass die Benennung von Fehlern verbunden mit der Transformation in Handlungsanweisungen bzw. Strategien (z.B. Zuspitzung des Widerspruches) zu neuen Lösungen beim Entwerfen technischer Gebilde führt. Von daher sollte auch bei Ihrer Problemstellung eine Lösungsverbesserung zu erwarten sein.

Vom Methodischen her sollte einiges bedacht werden. Sie betrachten mit der Selbstreflexion den *Monolog*. Wilfried Gundlach hat gezeigt und auch in der Diskussion zu Ihrem Vortrag daran erinnert, dass die Kommunikation im *Dialog* mit einer wesentlich größeren Leistungsverbesserung im Problemlösen einhergeht. Es wäre also zu bedenken, ob die Versuchsreihe der Selbstreflexion nicht noch durch eine Versuchsreihe mit Kommunikation im Dialog ergänzt werden kann.

Da es sich um geometrische Aufgaben handelt, ist zu vermuten, dass die Visualisierungsfähigkeit einer Versuchsperson eine Rolle beim Lösen der Aufgabe spielen kann. Große individuelle Unterschiede in der Stichprobe könnten möglicherweise die gesuchten Effekte verwischen. Um die Stichprobe im Nachhinein zu schichten, wäre die Erfassung der Visualisierung etwa mit Testverfahren zur mentalen Rotation erforderlich. Ähnliches gilt für die Kurzzeitgedächtnisspanne.

Schließlich könnte man den Bogen ganz weit spannen und weitere Maßnahmen zur Förderung der Problemlöseleistung ins Auge fassen wie z.B. die Gestaltung der Lernumgebung (z.B. die Innovationsstrategie nach Spieß) oder die Prüfung des aus der Sportmedizin bekannten „ideomotorischen Trainings“ für diese Fragestellung.

Auf die Ergebnisse Ihrer Untersuchungen sind wir sehr gespannt. Das betrifft nicht nur das Auftreten der verschiedenen Strategiefehler, sondern auch die Frage nach der Generalisierung beim Übergang zu anderen Aufgabenklassen.

Literatur

Gagné, R.M., & Smith, E.C. (1962). A study of the effect of verbalization on problem solving. *Journal of Experimental Psychology*, 63, 12-18.

Adresse des Verfassers: urwe.krause@t-online.de

Diskussionsbeitrag von Erdmute Sommerfeld

Ihre Untersuchungen haben das Ziel, einen Beitrag zu leisten zur Beantwortung der Fragen „Wie ist unser Wissen über Fehler?“ und „Wie ist der Umgang mit den eigenen Fehlern?“. Beide Komplexe möchte ich mit der Frage nach *Vereinfachungen* im Lösungsprozess in Verbindung bringen. Dabei geht es zum einen um wissenschaftlich nicht berechnete und zum

anderen um wissenschaftlich berechnete Vereinfachungen, wie sie in Hörz (2010) charakterisiert und analysiert werden.

1. „Fehlerarten“ und „wissenschaftlich nicht berechnete Vereinfachungen“

Wie sehen in Ihren Untersuchungen die Operationalisierungen von Wissensfehlern und Strategiefehlern aus, und äußern sich Wissensfehler bzw. Strategiefehler der Probanden in ganz bestimmten Arten unzulässiger Vereinfachungen? Möglicherweise lassen sich diesbezüglich z.B. bei den von Ihnen charakterisierten und empirisch identifizierten Strategiefehlern der folgenden Art entsprechende Aussagen machen: „Eigenschaften eines mathematischen Sachverhaltes werden unzureichend bzw. unvollständig ausgeschöpft.“, „Lösungsbedingungen werden bei der Lösungssuche nicht oder nicht ausreichend berücksichtigt.“ oder auch Varianten von „Die Lösungssuche wird asymmetrisch organisiert.“. Lassen sich dabei Abhängigkeiten von Problemparametern oder Personenparametern nachweisen?

In seinem Buch „Die Logik des Mißlingens“ analysiert Dietrich Dörner für komplexe Probleme Einflussfaktoren dafür, dass unzulässige Vereinfachungen gemacht werden, und er diskutiert Möglichkeiten, solche Einflussfaktoren als Fehlerquellen weitestgehend auszuschalten (Dörner, 1992). Inwieweit kann davon für die Untersuchung mathematischer Probleme und möglicherweise auch für die Fortentwicklung der Problemlösefähigkeit in der Mathematik profitiert werden?

2. „Umgang mit eigenen Fehlern“ und „wissenschaftlich berechnete Vereinfachungen“

Interessant wäre die Frage danach, ob bzw. unter welchen Bedingungen die Erkennung eigener Fehler Auslöser für wissenschaftlich berechnete lösungsfördernde Vereinfachungen ist, z.B. Vereinfachungen durch Selektion von Information, Verkürzung von Operationen zu Makrooperationen, Verdichtung von Merkmalen und darauf basierende Klassifizierungen und hierarchische Strukturbildungen, wie sie z.B. in Klix (1992), Krause et al. (1987), Krause (2000), Sommerfeld (1994) inhaltlich und formal definiert und experimentell nachgewiesen worden sind. Können – bezogen auf die untersuchte Problemklasse – spezifische lösungsfördernde Vereinfachungen nachgewiesen werden? Ist daran gedacht, kognitive Ökonomieprinzipien zu trainieren? Mit Bezug zu den entsprechenden Strategiefehlern könnte das vielleicht bereits in einer videobasierten Expertensitzung, wie sie sich in Ihren Untersuchungen als sehr erfolgreich erwiesen hat, hilfreich sein.

Literatur

Dörner, D. (1992) *Die Logik des Mißlingens*. Reinbek: Rowohlt-Verlag.

Hörz, H. (2010) Philosophischer Reduktionismus oder wissenschaftlich berechnete Reduktionen? Zu den erkenntnistheoretischen Grundlagen des Prinzips Einfachheit. *Sitzungsberichte der Leibniz-Sozietät der Wissenschaften zu Berlin, Bd. 108*. Berlin: trafo Verlag, 11-36.

Klix, F. (1992) *Die Natur des Verstandes*. Göttingen, Toronto: Hogrefe.

Krause, W., Seifert, R. und Sommerfeld, E. (1987) Ausbildung und Transformation kognitiver Strukturen im Problemlösen. *Forschungsbericht ZKI-Informationen 2/87*. Berlin: Akademie der Wissenschaften der DDR.

Krause, W. (2000) *Denken und Gedächtnis aus naturwissenschaftlicher Sicht*. Göttingen, Toronto: Hogrefe.

Sommerfeld, E. (1994) *Kognitive Strukturen*. Münster, New York: Waxmann.

Adresse der Verfasserin: Erdmute.Sommerfeld@t-online.de

Diskussionsbeitrag von Fritz Wysotzki

In der Künstlichen Intelligenz/Informatik existieren seit Jahrzehnten mathematisch fundierte Problemlösungsalgorithmen, z.B. Tiefensuche, Breitensuche und vor allem der A*-Algorithmus, der wie das Reinforcementlernen bei der Zielsuche mit Bewertungen durchlaufener Zustände arbeitet. Für diese Algorithmen gibt es bereits viele Anwendungen, z.B. die Suche von kürzesten Wegen in labyrinthartigen Strukturen, für das Lernen von Bewegungen von Robotern bei Suchprozessen in komplizierten Räumen und von Optimalsteuerungen bei industriellen Prozessen. Es würde sich lohnen, diese bei im Vortrag von Prof. Heinrich genannten Ausbildungsaufgaben mit einzubeziehen.

Literatur

Russell, S., Norvik P.: "Künstliche Intelligenz" (deutsche Übersetzung), Pearson Education Deutschland GmbH 2004, Prentice Hall.

Adresse des Verfassers: wysotzki@cs.tu-berlin.de

Diskussionsbemerkung von Wilfried Gundlach

Es ist eine interessante und wichtige Frage, Fehler bei der Ausbildung von Lösungsprozessen zu erfassen und die über diesen Weg gefundenen Einsichten für die Gestaltung des Mathematikunterrichts zu nutzen. Werner Krause hat schon darauf verwiesen, dass bei Lösungsprozessen unter Kommunikationsbedingungen leistungsfördernde Effekte erkennbar werden. Wir wissen aus der Untersuchung von Problemlösungsprozessen in kleinen Dreiergruppen: Personen mit nur durchschnittlichem Leistungsvermögen erreichen in der Gruppe das Leistungsniveau hochbegabter Einzellöser. Und das betrifft nicht nur Anforderungen mit geschlossenem Problemraum. Es kann auch bei Gruppen von Ingenieuren beim gemeinsamen Finden technischer Lösungen gezeigt werden. Man kann davon ausgehen, dass unter Kommunikationsbedingungen durch einen „sozialen Zwang“ zum Verbalisieren sehr unterschiedliche Strategien begründet werden und somit Fehler explizit – also nicht nur als Anforderung der Instruktion des Versuchsleiters – formuliert und (möglicherweise) auch korrigiert werden können. Dieser methodische Zugang wäre eine Möglichkeit, die in Einzelversuchen verwendete Technik der Introspektion, die durch den Problemlöser selbst kontrollierte Reflexion oder auch die Retrospektion über Videoaufzeichnungen zu ergänzen. – Eine ausführliche Analyse über die eingeschränkte Validität retrospektiv erhobener Daten ist bei ERICSSON, SIMON (1980) zu finden. – Gerade die erwähnten Strategiefehler könnten in der Gruppendiskussion an einem gemeinsamen gedanklichen Vorausspiel, beim Bilden und Bewerten von Teilzielen (Zwischenergebnissen) oder beim Erweitern des Suchraums erkennbar werden. Befürchtete gruppendynamische Effekte ließen sich weitgehend ausschalten durch:

- Dreiergruppen – das reduziert mögliche Dominanzeffekte,
- Zusammenstellung der Gruppe – Personen sollten sich nicht kennen, z.B. Studenten, die aus unterschiedlichen Studienjahren kommen, und damit
- auch für die Diskussion in der Gruppe förderlich, unterschiedliche Vorkenntnisse vorhanden wären.

Das sind nur Vorschläge für eventuell weiterführende Untersuchungen. Und man könnte sich dabei auch mit einer relativ kleinen Stichprobe begnügen.

Literatur

ERICSSON, K. A. and H. A. SIMON: Verbal Reports as Data. Psychological Review 87, 1980, 215-251

Adresse des Verfassers: wilfriedr.gundlach@t-online.de

Diskussionsbemerkung von Gerlinde Kaul

Vielen Dank für Ihren Vortrag im Themenkomplex "Menschliche Informationsverarbeitung" zum Andenken an Prof. Friedhart Klix, dem ich im Verlaufe meines Studiums auch ganz persönlich sehr viel zu verdanken habe.

Herr Prof. Fleischer bat mich, meinen Diskussionsbeitrag zu Ihren vorgestellten Untersuchungsergebnissen aufzuschreiben. Dies tue ich gern und bedanke mich für so viel Aufmerksamkeit für meine Gedanken.

Der Ausgangspunkt meiner Überlegungen ist dieser (mal etwas überzeichnet dargestellt): In der Mathematik (jedenfalls in der Schule) gilt, entweder du hast das Ergebnis oder die Lösung ist falsch – top oder flopp! Die Fehler, (an denen man im Leben lernen soll), gebärden sich für den Lernenden mehr als Niederlage denn als Hinweise. Hat man den richtigen Lösungsweg nicht gefunden und man möchte der Niederlage ausweichen, so fühlt es sich eher an, wie wenn man auf der platten Wiese Deckung suchen wollte. Man kann sich nicht, wie man das bei der Interpretation eines Kunstwerkes machen kann, auf einem eleganten Umweg aus dem Schlamassel ziehen. Hat man die Lösung nicht gefunden, steht man „nackt“ da! (Man ist psychisch bloß gestellt.) Und diese Erfahrung des – übertrieben gesagt – Gesichtsverlustes ermutigt nicht wirklich. Obwohl einen gerade das neugierig machen sollte, herauszufinden, wie die Nuss zu knacken wäre! – Ich weiß, es ist etwas plakativ überzogen!

Wenn es in der Mathematik etwas spannender wird, kommen in der Regel die Mädchen in die Pubertät – deutlich eher als die Jungen. Der Entwicklungsabschnitt der Pubertät gilt aber besonders der Selbstfindung und ist deshalb besonders geprägt von einer übertriebenen Empfindlichkeit gegenüber sich selbst. Und gerade Mädchen, die in der Erwartung ihrer (männlichen) Umwelt schön, anmutig und elegant in ihrer Jugend daherkommen sollen, dies aber erst mal gegenüber ihrer Kindheit verlieren anstatt natürlicherweise darauf vertrauen zu können, tun sich in der Regel schwer, sich positiv zu sehen (weshalb sie sich ja oft so übertrieben herausputzen!). Sie sind extrem vom Urteil ihrer Umwelt abhängig! Jungen sicher auch, aber eher in Bezug zu ihrer physischen Kraft.

In Mathe eine schlechte Figur abzugeben (schon dieses Bild ist typisch weiblich und negativ vorbelastet!), wurmt die Jungen weniger als die Mädchen, wenn diese dem Ideal (des Lehrers – häufig auch ein Mann!) nicht entsprechen können. Klassischerweise werden Mädchen mehr nach ihrer Ausstrahlung als nach ihrem Können beurteilt, bei Jungen ist das umgekehrt (= sozialer Erwartungs- und Bewertungsdruck).

Jungen sehen das gelassener, da das Kräfteressen schon mal mit ausreichend niederschmetternden Erfahrungen verbunden ist und ein erneutes Anlaufnehmen diesbezüglich mehr geübt wird. Mädchen sind leichter beschämt (auch leicht zu beschämen), sie neigen dazu, eher das Feld zu wechseln als es noch mal zu versuchen – und versuchen auf diese Weise eher, erneute Frustrationen in Bezug auf ihren Selbstwert zu vermeiden. Sie wählen ab, wenn ihnen etwas nicht sicher genug gelingen will!

Zu Ihren sehr interessanten Protokollen des „lauten Denkens“: Bezogen auf die Selbstauskünfte, die die Probanden während ihrer mathematischen Lösungsversuche und eine Woche danach in Bezug auf ihr „lautes Denken“ abgaben, gäbe es m.E. noch die Chance, nachträglich zu untersuchen, ob die Probanden ihre negativen Äußerungen bei der Lösungssuche eher auf selbstwertbezogene Aspekte abgaben oder eher auf sach- bzw. Mathematik-bezogene Aspekte.

Was nahmen sie von sich wahr, während sie die Lösung probierten und sie nicht fanden? Oder dann doch fanden?

Unterschieden sich die männlichen Probanden in der Reflexion ihres Mathe-Erlebens von den weiblichen Probanden?

Unterschieden sich die Probanden, die einen vollständigen bzw. erfolgreichen Lösungsweg fanden von den „Versagern“?

Meine Hypothese bezieht sich auf eine vielleicht zu Grunde liegende Prägung aus der pubertären Auseinandersetzung mit den Erfahrungen im sozialen Kontext. Dies beträfe den psychischen Hintergrund, der sich mit der Anforderung in Mathematik und der Erwartung an das eigene mathematische Leistungsvermögen verbindet. Er ist genereller als die reine Auseinandersetzung mit der Aufgabenstellung, mit der die Probanden konfrontiert wurden.

Er bestimmt die Motivation und reguliert zwischen Selbstwertstabilität und Prestigeverlust das Engagement bzw. die Zugewandtheit für die Aufgabe.

Was mich verwunderte an den Befunden der Untersuchung: dass es zu wenig „Aha-Effekte“ gegeben haben sollte, nachdem die Probanden ihre Lösungssuche quasi noch mal erlebten. War es ihnen da schon „wurscht“ gewesen? Alle Neugier (so vorhanden) oder Engagement schon lange aufgebraucht und im Frust ertrunken?

Soviel zu meinen Überlegungen und vielleicht zu Anregungen, den Datenpool noch weiter zu analysieren. Vielleicht ließen sich Ihre filmischen Beobachtungsprotokolle bei der Lösungssuche unter neuen Gesichtspunkten nochmals auswerten?

Adresse der Verfasserin: kaul.gerlinde@buaa.bund.de