Leibniz-Sozietät/Sitzungsberichte *61(2003)5, 247–264*

Hans Scheurich

Ein mathematisches Modell der Subjektivität

1. Das Subjekt-Objekt-Permutationsmodell

In der Arbeit „Quantengravitation auf der Grundlage eines stringkollektiven Fermionmodells“ haben wir vorgeschlagen, die Problematik der Quantengravitation dadurch aufzulösen, dass die Punktförmigkeit der Fundamentalteilchen durch eine Kollektivstruktur aus Zweipunktstrings (Finite Strings) ersetzt wird. Diese Vorstellung, im wesentlichen gleichbedeutend mit einer konsistenten Integration der Planck-Einheiten in das (erweiterte) Teilchen-Standardmodell, führte über die Finite String-Statistik zur Deutung der zugehörigen Eigenentropie der Teilchen als deren Realisierungs- oder Selbsterhaltungspotential. Damit ergab sich die Interpretation des Zweiten Hauptsatzes der statistischen Teilchen-Eigendynamik als primäre *physikalische* Ursache der biologischen Evolution über das irreversible Anwachsen der Teilchen-Eigenentropie, unabhängig vom Eingreifen höherer Mutations-Selektions-Mechanismen.

Wenn aber das Finite String-Modell den Ursprung der biologischen Evolution über den physikalischen Realisierungs- und Raumzeit-Diskompaktifizierungs-Prozess hinweg in die physikalisch ideale, raumzeitfreie, präuniversale Phase des Kosmos (Planck-Higgs-Phase) zurückverlegt, dann kann es sich aus unserer Sicht der Forderung nicht entziehen, die biologische Evolution im Prinzip *vollständig* zu beschreiben, d.h. einschließlich aller Eigenschaften lebender Organismen. Damit sieht sich die physikalische Theorie einer Herausforderung ganz neuer Art gegenüber: Biologische Individuen haben nicht nur extrem komplexe und daher nur sehr schwierig zu behandelnde physikalische Eigenschaften, sondern sie besitzen auch eine von der mathematischen Theorie bisher überhaupt nicht als physikalisch betrachtete Eigenschaft: ihre *Subjektivität*. Soll die Subjektivität physikalisch modelliert werden, so ist offenbar die bisher fast ausschließlich philosophische Diskussion der epistemologischen *Subjekt-Objekt-Relation* [2] in Strenge durch mathematisch-theoretische Methoden zu ersetzen. Genauer: ein Modell der

Subjekt-Objekt-Relation muß erklären, unter welchen Bedingungen für ein physikalisches Individuum, ein *Subjekt*, ein von ihm verschiedenes physikalisches Individuum *sein und nur sein Objekt* sein kann, ohne dass sich dadurch konventionelle physikalische Eigenschaften von Subjekt und Objekt oder konventionelle physikalische Beziehungen zwischen Subjekt und Objekt ändern.

Erwartungsgemäß versagen hier die gewohnten analytischen Methoden der physikalischen Theorie, und an ihre Stelle müssen *finite Eigenwertrelationen* treten. Als grundlegend für Modelle dieser Struktur betrachten wir die Relationen der *Permutationstheorie*.

(1) Die einfachste nichttriviale Permutation besteht in der Vertauschung zweier Elemente (a_1a_2), durch die a_2 „für" oder „anstelle von" a_1 existent wird und umgekehrt. Damit wird die epistemologische Relation modelliert, dass a_2 durch die Permutation mit a_1 zum Objekt a_2 des Subjekts a_1 wird und umgekehrt:

$$(a_1a_2) \cong \text{Subjekt } a_1 \leftrightarrow \text{Objekt } a_2 \tag{1.1}$$

(2) Der Klammerausdruck (a_1a_2) ist eine Abkürzung für die korrekteren Matrix-Eigenwertgleichungen

$$\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}(1/\sqrt{2})\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix} = (+1/\sqrt{2})\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix} \tag{1.2}$$

$$\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}(1/\sqrt{2})\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix} = (-1/\sqrt{2})\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix} \tag{1.3},$$

in denen das Subjekt durch einen Zustandsvektor der Permutationsgruppenalgebra und das ihm in der Subjekt-Objekt-Relation erscheinende *Phänomen (Quale)* des Objekts durch einen Eigenwert der Permutationsmatrix modelliert wird.

Im Rahmen des Finiten String-Modells kann die permutativ modellierte Subjekt-Objekt-Relation als die epistemische Grundoperation betrachtet werden, auf die sich die Beobachtungen und Messungen der Relativitätstheorie in der Planck-Higgs-Phase des Universums (an der Planck-Grenze) reduzieren, wo Raum, Zeit und physikalische Realität kompaktifiziert sind. Das wird dadurch nahe gelegt, dass an der Planck-Grenze Geometrie und Analysis ihre Modellierfähigkeit verlieren und dafür nur Mengentheorie und Gruppentheorie, streng genommen sogar nur Permutationsgruppentheorie, verbleiben. Beschränkt man sich also, dem Modellvorschlag folgend, auf Permutationsgruppen, so bedeutet dies, dass auf einem entsprechend tieferen Niveau der Planck-Higgs-Phase *alle kosmischen Objekte ausschließlich und*

notwendig relativ zu einem Subjekt existieren. Die finiten Strings sind dann aber sicher nicht die letzten kosmischen Objekte, sondern sie repräsentieren die Spitze einer Permutationsgruppenhierarchie, auf die sich die Hierarchie raumzeitlich-realer Beobachtungen und Messungen reduziert. Das epistemologische Permutationsmodell erfordert also eine hierarchische Erweiterung des Finiten String-Modells, die beim Abstieg eine rein subjektive Basis des Kosmos sichtbar macht.

Die Struktur dieser letzten Hierarchie muss sich aus der Reduktion der Beobachtung-Messung-Hierarchie der physikalischen Relativitätstheorie ergeben: Um aus einer Beobachtung eine Messung zu erhalten, ist die Beobachtung zu *relativieren*. Dementsprechend muss auch die Subjekt-Objekt-Relation relativiert werden, soll die Objektivität des Objekts nicht unbestimmt bleiben. Eine vergleichbare Struktur kennen wir als „Störung" einer quantenmechanischen Beobachtung durch den Beobachtungsakt selbst, der das Beobachtungsergebnis in unkontrollierbarer Weise verändert. Im reduzierten epistemologischen Falle der Subjekt-Objekt-Relation gibt es keine Veränderungsmöglichkeit mehr: Die Subjekt-Objekt-Relation „stört" nicht nur, sondern „zerstört" die Objektivität des Objekts und macht die *Reobjektivierung* durch Relativierung der Subjekt-Objekt-Relation auf einem höheren Gruppenniveau notwendig. [3]

In der physikalischen Relativitätstheorie führt man die Relativierung durch, indem man ein *Bezugssystem* zwischen Beobachter und physikalischem Objekt interpoliert. Dadurch wird die Beobachtung zur „Beobachtung der Beobachtung" und damit im Prinzip zur Messung, im einfachsten Falle durch Anlegen einer genormten Distanz Bezugssystem-Objekt (Maßstab) an die relativierte Distanz Bezugssystem-Objekt.

In der epistemologischen Relativitätstheorie dürfen wir weder reale Materie (im weitesten Sinne, einschließlich Wechselwirkungen) noch Raumzeit voraussetzen. Was sichtbar werden soll, sind eigenschaftslose und damit strukturlose Entitäten, die allein durch Permutationen miteinander verknüpft sind. Die entscheidende Frage ist, ob eine solche Vorstellung den Kriterien einer Kosmologie gehorcht, und ob sich aus ihr insbesondere das früher entwickelte Finite String-Modell und die damit äquivalente Physik in konsistenter Weise ableiten lässt.

Als Antwort zitieren wir den Fundamentalsatz der Gruppentheorie und formulieren ihn als

Leitsatz der Epistemologischen Relativitätstheorie: (1.4)

Jede Permutation gehört zu mindestens einer bestimmten Permutationsgruppe. Jede abstrakte endliche Gruppe G besitzt eine eindeutige Darstellung durch eine Permutationsgruppe, ihre reguläre Permutationsdarstellung per G, welche eine Untergruppe der Gruppe aller Permutationen der Elemente von G ist. Jede abstrakte endliche Gruppe G lässt sich daher umgekehrt als eine zu einer Gruppe per G homomorphe Darstellung G von per G interpretieren. Ersetzt man alle abstrakten, endlichen Gruppen G_1, G_2, … durch ihre Permutationsdarstellungen per G_1, per G_2, … und postuliert eine kosmische Basismenge P, die *Platonische Menge* P, deren Elemente a_l, a_2, … strukturlos und ausschließlich durch Permutationen miteinander verknüpft sind, dann enthält P alle Permutationsgruppen P_l, P_2, … und damit alle per G_1, per G_2, ... und alle abstrakten Gruppen G_1, G_2, ..., also auch die Gruppe Q_4.

Um (1.4) als Leitsatz zu rechtfertigen, ist aus ihm die Sonderstellung der Spin- oder Quaternionengruppe Q_4 als der Spitze einer gruppentheoretischen Hierarchie abzuleiten, analog derjenigen der Messung in der hierarchischen Struktur der physikalischen Relativitätstheorie. Dieser Forderung folgend beginnen wir mit den einfachsten nichttrivialen Permutationen (a_i,a_k), die die Gruppe c_2 konstituieren und ein Objekt mit *syntaktischer* Objektivität repräsentieren. Entsprechend der Interpolation eines Bezugssystems ist nun ein *Bezugssubjekt* einzuführen, was nur durch den Übergang zu einer höheren Permutationsgruppe geschehen kann. Deren Gruppenordnung muss gegenüber derjenigen der c_2 verdoppelt sein, und sie muss für das Bezugssubjekt neue Eigenwerte enthalten. Diese Bedingungen erfüllt eindeutig nur die c_4, mit den zusätzlichen Eigenwerten $\pm i$. In der c_4 wird das Objekt dem Subjekt durch das Bezugssubjekt vermittelt. Explizit wird jetzt das Bezugssubjekt durch die relativierte Permutation „anstelle des“ Objekts für das Subjekt existent und dadurch zum *Zeichen* des Objekts, dessen Objektivität demgemäß nicht mehr nur syntaktisch, sondern zusätzlich *semantisch* ist. Das Subjekt *sieht* sein Objekt nicht mehr nur, sondern es *erkennt* es über sein Zeichen. Um auch das Zeichen zum Objekt des Subjekts zu machen und dabei nicht in einen unendlichen Regress zu geraten, ist ein abschließender Schritt notwendig, der dem zur Vertauschbarkeit von Bezugssystem und Objekt in der Standard-Relativitätstheorie entspricht. Er erfordert den nochmaligen Übergang von der c_4 zu einer Gruppe doppelter Ordnung, in der Zeichen und Objekt gruppentheoretisch äquivalent werden, in der also keine neuen Eigenwerte auftreten dürfen. Dadurch ist die Gruppe eindeutig als die Q_4 festgelegt. In ihren Permutati-

onen erkennt das Subjekt bezeichnete Objekte und objektive Zeichen als prinzipiell gleich, wodurch deren Objektivität zusätzlich zur *logischen* wird.

Die Übergänge in der Gruppenfolge $c_2 \to c_4 \to Q_4$ seien der

Primäre Objektivierungsprozess (1.5)

c_2	Syntaktische Objektivität
c_4	Semantische Objektivität
Q_4	Logische Objektivität

Aus ihm resultiert das

Subjektivitätspostulat: (1.6)

In einem durch die Platonische Basismenge P repräsentierten Kosmos sind die einem P-Subjekt durch die Q_4 vermittelten Objekte (Zweipunktstrings) eindeutig die Bausteine eines projektiv-raumzeitlichen Universums mit einer stringstatistisch fixierten materiellen Teilchenhierarchie sowie einer durch das statistische Anwachsen der Stringentropie erzeugten, durch Subjektivität bestimmten epibiologischen (epistemo-biologischen) Evolution.

Das durch (1.4), (1.6) in seinen Grundzügen entworfene *P-Modell* postuliert eine permutative Substruktur des gesamten kosmologisch-physikalischen Geschehens, die von einem Universum gefordert werden muss, dessen individuelle Elemente über ihre objektiven physikalischen Eigenschaften hinaus auch Subjektivität besitzen. Es kann daher als eine zunächst nichtbiologische Vorform eines Modells der Leib-Seele- oder Gehirn-Geist-Beziehung betrachtet werden. Die Aufgabe der kommenden Abschnitte wird es sein zu zeigen, in welcher Weise diese Substruktur in der epibiologischen Evolution mitgeführt wird und wie es dazu kommen kann, dass sie nach Erreichen der neuronalen Ebene des Gehirns in der unübersehbar komplexen Form der Gehirn-Geist-Beziehung erscheint.

2. Physik als Objektivierung von Relationen

Aus dem Subjektivitätspostulat (1.6) allein resultiert noch keine kosmologisch zu begründende Physik. Dazu muss das P-Subjekt die Gruppenhierarchie der kompakten Relativitätstheorie so ergänzen, dass sie ihm auch die Relationen selbst als logische Objekte repräsentiert. Auch die physikalische Relativitätstheorie bleibt ein Rudiment, solange sie nicht über die Objekte und ihre Bezugssysteme hinaus deren Relationen mit der zugehörigen Logik

liefert. Der Objektivierungsprozess der Relationen zwischen Objekten möge *sekundär* heißen. Er sollte über seine Gruppenstruktur das in der Arbeit [1] entwickelte Finite String-Modell beschreiben, das von der Gruppe Q_4 als der Observablen- (Measurablen-)gruppe der finiten Strings ausgeht.

Da die Gruppenordnungen (und damit die Eigenwertspektren der Permutationsdarstellungen) des primären Objektivierungsprozesses der Objekte sich *additiv* verdoppeln, diejenigen des sekundären Prozesses der Relationen zwischen Objekten dagegen *multiplikativ*, setzen wir als Zuordnung an:

	Primär	Sekundär	
Syntaktisch	c_2	Q_4	
Semantisch	c_4	$Q_4 \times Q_4$	(2.1)
Logisch	Q_4	$Q_4 \times Q_4 \times Q_4 \times Q_4$	

Dann gehören zu der primären Folge $c_2 \to c_4 \to Q_4$ genau $2 \to 4 \to 8$ Eigenwerte und zu der sekundären Folge genau $2 \to 4 \to 16$ Eigenwerte. Wegen der logarithmischen Beziehung zwischen dem primären und dem sekundären Objektivierungsprozess sind die zu den Gruppenfolgen gehörigen Eigenwertspektren in Richtung Relativierung nicht mehr homomorph. Das lässt sich so deuten, dass das Subjekt die erkannten Objekte in den erkannten Relationen nicht *wiedererkennen* kann.

Um diese Wiedererkennbarkeit der Objekte in ihren Relationen herzustellen, ist die „überbestimmte" Gruppe $Q_4 \times Q_4 \times Q_4 \times Q_4$ auf eine ihrer Untergruppen statistisch abzubilden, deren Eigenwertspektrum mit dem der primären per Q_4 übereinstimmt. Die Entropie der statistischen Abbildung übernimmt dann die logarithmische Beziehung zwischen primärer und sekundärer Objektivierung, und in jeder einzelnen Realisierung der Abbildung ist die Wiedererkennbarkeit des durch die per Q_4 präsentierten Objekts in der durch die $Q_4 \times Q_4 \times Q_4 \times Q_4$ präsentierten Relation gegeben. Die Bildgruppe ist, wie in [1], Abschn. 8 skizziert, die $Q_4 \times Q_4 \times Q_4$, die den Eigenphasenraum der finiten Strings konstituiert. Dort wurde die Realisierung einer einzelnen Abbildung $Q_4 \times Q_4 \times Q_4 \times Q_4 \to Q_4 \times Q_4 \times Q_4$ (Verteilung der σ_{iklm} im Eigenphasenraum σ_{rst}) als physikalische Realisierung des durch die σ_{iklm} repräsentierten Teilchens in einer Zelle des Makrophasenraumes interpretiert. Das P-Modell verschärft diese Interpretation dadurch, dass es *physikalische Realität* als *Wiedererkennbarkeit* der für ein Subjekt erkennbaren Objekte in deren ebenfalls erkennbaren wechselseitigen Beziehungen präzisiert.

In einem von einer Platonischen Basis P abgeleiteten Kosmos werden alle für einen individuellen Beobachter erkennbaren und wiedererkennbaren Ob-

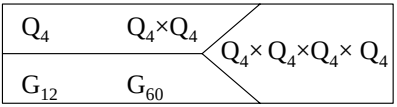
jekte und ihre Relationen ausschließlich durch die beiden Objektivierungsprozesse geliefert. Wenn die Kosmologie und Physik dieses Beobachters definitiv die Wissenschaft von diesen Objekten ist, dann gilt für ihn der folgende Leitsatz:

Leitsatz der epistemologisch erweiterten Kosmologie und Physik: (2.2)

In einem von einer Platonischen Basis P abgeleiteten Kosmos ist die Kenntnis der beiden Objektivierungsprozesse grundsätzlich hinreichend für die Kenntnis der in dem Kosmos gültigen Kosmologie und Physik.

3. Automorphe Auffaltung und Genetischer Code

Im sekundären Objektivierungsprozess spalten Relativierung und Objektivierung auf. Die Voraussetzung der Relativierung ist im wesentlichen die (multiplikative) Verdopplung der Gruppe, die eigentliche Objektivierung dagegen, die spezifische Lokalisierung eines relativen Bezugs-Objekts – statt seiner einfachen Interpolation –, wird zusätzlich durch die Gruppenstruktur bestimmt. Diese innere Aufspaltung der Objektivierung haben wir in [1], Abschn. 2, automorphe Aufspaltung genannt. Unter ihrer Berücksichtigung schreiben wir die rechte Spalte von (2.1) ausführlicher:



Damit stellt sich die Frage, was denn physikalisch geschieht, wenn die Energie-Impuls-Operatoren der $Q_4 \times Q_4 \times Q_4 \times Q_4$ nicht mehr einfach auf den Eigenphasenraum aus $Q_4 \times Q_4 \times Q_4$, sondern auf den *automorph aufgefalteten Eigenphasenraum* aus $G_{12} \times G_{60}$ statistisch abgebildet werden.

Aus dem noch nicht aufgefalteten Eigenphasenraum entsteht durch die Finite String-Statistik über die Feinstruktur des Big Bang das physikalisch reale Universum mit seiner Teilchen- und Wechselwirkungshierarchie, solange man von dem logarithmischen Hauptteil der Eigenentropie absieht. Die Automorphismengruppen aut Q_4 bzw. aut $Q_4 \times Q_4$ der Auffaltung der Q_4 bzw. $Q_4 \times Q_4$ aber sind isomorph zu den *Permutationsgruppen* π_4 bzw. π_5, deren Untergruppen a_4 bzw. a_5 wiederum isomorph zu G_{12} bzw. G_{60} sind. Dies legt die Annahme nahe, dass die Auffaltung des Eigenphasenraumes über die Gruppenstruktur der Polyedergruppen die Struktur der epibiologischen Evolution so bestimmt, dass es aussieht, als laufe hier ein eigener, modifizierter Objektivierungsprozess ab, repräsentiert durch $a_4 \rightarrow a_5$, unabhängig vom

Subjekt, dem Beobachter der Evolution. Entscheidend dafür erscheint der Modus der Einbettung der Permutationsgruppe a_4 in die Permutationsgruppe a_5, illustrativ dargestellt durch den Modus der Einbettung der fünf Stringtetraeder in das Bistringikosaeder. Dieser Modus muss, so unser Schluss, während der epibiologischen Evolution erhalten bleiben, damit der aufgefaltete Eigenphasenraum seine Eigenschaft als Basisraum der String-Statistik nicht verliert.

Genau diese Forderungen finden wir von dem als Grundlage der biologischen Evolution gefundenen g*enetischen Code* erfüllt. Sein materielles Grundgerüst besteht aus vier verschiedenen, stochastisch aneinandergereihten Molekülen (Nucleotidbasen), die man sich als Vertizes einer Folge von in den Raum hineingeschraubten, verzerrten regulären Tetraedern T_1, T_2, T_3, ... vorstellen kann. Jeder Vertex kann Endvertex einer Kante von T_μ und zugleich Anfangsvertex einer Kante von T_ν sein usw. Bei geeigneter Ganghöhe der resultierenden *Wendel* oder *Helix* H (Verzerrung der dreizähligen Tetraederdrehungen, Brechung der dreizähligen Tetraedersymmetrie) gibt es genau eine gegen H um eine halbe Ganghöhe verschobene *Zwillingshelix* Ü, deren Tetraedervertizes bzw. -kanten den Vertizes bzw. -kanten von H gegenüberliegen und jeweils zu derselben zweizähligen Tetraederdrehung gehören.

Eine wichtige Struktureigenschaft der so erhaltenen symmetriegebrochenen Doppelhelix H×Ü wird bereits durch die Tetraedergruppe G_{12} allein erzeugt. Sie besteht in der *Redundanz* der Helix Ü in bezug auf H und umgekehrt, die nach unserem Modell dadurch entsteht, dass schon im originalen Stringtetraeder, sobald ein Vertex zum Fermionvertex und ein weiterer zu dessen Selbstbezugssystem gewählt wird, die beiden anderen zu derselben zweizähligen Drehung gehörigen Vertizes unbesetzt bleiben. Diese Struktureigentümlichkeit, die das spezifisch besetzte Tetraeder als *Zeichen* für das Objekt der jeweiligen Evolutionsphase erscheinen lässt, wird dadurch physikalisch realisiert, dass von den vier realen Vertexmolekülen (Nucleotidbasen) jeweils nur die beiden diametral gegenüberliegenden sich chemisch paaren können. Die gesamte *Zeichenmannigfaltigkeit* oder *Information* der physikalisch realisierten Doppelhelix H×Ü (DNS) dieser Phase wird damit bereits durch eine Helix H oder Ü allein repräsentiert. In den zweizähligen Tetraederdrehungen dieses Codemodells ist in dieser Weise implizit schon der komplizierte Selbstreproduktions-Mechanismus der DNS-Doppelhelix enthalten.

Die für den genetischen Code definitive Struktureigenschaft ist die des Produkts $G_{12}\times G_{60}$, veranschaulicht durch die Einbettung der Subtetraeder in das Ikosaeder. Es lässt sich leicht zeigen, dass die in [1] eingeführte, auf den

dreizähligen Drehungen basierende Tripelindizierung der Stringtetraedervertizes die gleiche ist wie die (trigonale) Flächenindizierung des Ikosaeders bzw. die Vertexindizierung des dualen Dodekaeders, in das die Tetraeder eingebettet sind: Jeder der vier Vertizes der fünf Subtetraeder bestimmt durch seine drei Indizes, die durch eine dreizählige Drehung den drei komplementären Tetraedervertizes zugeordnet sind, eindeutig die drei Ecken einer der $4\times5 = 20$ Ikosaederflächen bzw. Dodekaedervertizes. Oder: Je drei Tetraedervertizes (*Tetraedercodons*) bestimmen eindeutig eine der zwanzig einbettenden Ikosaederflächen bzw. einen der zwanzig dualen Dodekaedervertizes. Dieser *Polyedercode* ist genau die Regel, die den Genetischen Code definiert, wenn man Tetraedervertizes (bzw. -flächen) mit „Nucleotidbasen" und Dodekaedervertizes (bzw. Ikosaederflächen) mit „Aminosäuren" übersetzt.

In den empirisch zugänglichen lebenden Individuen sind die Proteine als Bausteine des Organismus die mit der DNS als Zeichen oder Information äquivalent gewordenen Objekte. Die Äquivalenz drückt sich darin aus, dass die von der (tetraedrischen) DNS über den genetischen Code erzeugten (ikosaedrischen) Proteine ihrerseits diese Erzeugungsprozesse als Operatoren und Repressoren durch An- und Abschalten von DNS-Abschnitten derart steuern, dass die Eigenentropie des Individuums maximal wird.

Entscheidend für unser Modell ist die chemische Struktur des genetischen Codes. Als Folge der logarithmischen Beziehung zwischen primärem und sekundärem Objektivierungsprozess setzt die (epi)biologische Evolution über den genetischen Code erst im physikalisch realisierten, raumzeitlich diskompaktifizierten Universum ein. Andererseits müssen für die realisierten Tetraeder eine Reihe von Bedingungen erfüllt sein, wie die die Evolution definierende helikale „Hineinschraubbarkeit" in die Raumzeit, die Wechselwirkung zu je zwei Vertexzuständen, Unterscheidbarkeitsbedingungen durch atomare oder molekulare Indizes beim Aufbau des automorph aufgefalteten Eigenphasenraumes u.a.m. Das schließt einfache fermionische Helizes aus. Auch Helizes aus Kohlenstoffvertizes aus gesättigten Bistringikosaedern ([1], Abschn. 7) erfüllen noch nicht alle Bedingungen. Erst bestimmte Moleküle mit Kohlenstoff-Grundgerüsten scheinen dafür geeignet, welche aus dem Modell zu bestimmen eine zukünftige Aufgabe bleibt.

4. Die epibiologische Zelle

Die Evolution von DNS-Protein-Individuen durch Eigenentropie-vergrößernde Helixverlängerung gemäß dem Zweiten Hauptsatz der statistischen Eigendynamik kann wegen der Endlichkeit des stationären Universums nicht

unbeschränkt verlaufen. In einem endlichen Universum mit durchschnittlich gleicher mittlerer Umgebung eines Evolutionsprozesses scheint der Grenzzustand eine biologische, korrekter: *epibiologische* Zelle zu sein.

Auf der Grundlage des Permutationsmodells der Subjekt-Objekt-Relation und auch schon des physikalisch einsichtigeren Finiten String-Modells könnte die epibiologische Zelle der Endzustand des sekundären Objektivierungsprozesses in einer zugehörigen Umgebung sein, wenn nicht die physikalische Realisierung der zweizähligen Tetraederdrehungen zur wechselseitigen Redundanz der Helixzwillinge und damit zum Selbstreproduktionsmechanismus der Zelle führen würde. Die Folge ist die empirisch bekannte Aufspaltung der Zelle in eine Mannigfaltigkeit von nahe zu eigenentropiegleichen zu unterschiedlichsten Umgebungen gehörigen Tochterzellen einerseits, und eine Mannigfaltigkeit von durch stabile oder stationäre Wechselwirkungen von Tochterzellen erzeugten mehr- bis vielzelligen individuellen Organismen mit gegenüber Einzellern stark wachsender Eigenentropie, die eine Fortsetzung der Evolution auf erweiterter Grundlage ermöglichen.

Notwendig ist diese Aufspaltung auch auf der Basis des P-Modells für den wohlbekannten Darwinschen Mutations-Selektions-Mechanismus, der jetzt aber nicht als einzige, ultimative der biologischen Evolution überhaupt, sondern als Folge nur einer, gleichwohl mitentscheidend wichtigen Eigenschaft des sekundären Objektivierungsprozesses betrachtet werden muss. Aus der Sicht des P-Modells ist die eigentliche, unmittelbare Ursache der epibiologischen Evolution der Zweite Hauptsatz der statistischen Eigendynamik, die „Höherentwicklung" der Organismen durch Polytetraeder- bzw. Helixverlängerung, die mittelbare Entwicklung „in die Breite" aber im wesentlichen eine Folge des Darwinschen Mechanismus.

Dadurch werden die Wahrscheinlichkeitsschwierigkeiten der Evolution effektiv behoben: Die primär wirkende Wahrscheinlichkeit der DNS-Kettenbildung und -verlängerung [4] gehört zum Zweiten Hauptsatz der Eigendynamik, den die Standardphysik (und -chemie) nicht kennt. Die biochemischen Wechselwirkungswahrscheinlichkeiten werden dadurch auf eine tiefere, enorm komplexe Grundlage gestellt, zu der bisher noch keine Ansätze sichtbar gemacht werden konnten.

Durch die Entwicklung der Vielzeller wird die obere Grenze der materiellen Evolution weiter und weiter hinausgeschoben, bis sich die Erfüllung einer neuen Grenzbedingung bemerkbar macht.

5. Platonische Basismenge und Gehirn

Als Subjektivitätsträger hat jede epibiologische Zelle im Prinzip bereits alle Eigenschaften einer *Nervenzelle* oder eines *Neurons*, insbesondere die in Philosophie, Physik, Hirnforschung und Psychologie noch unerklärte oder für wissenschaftsextern gehaltene Eigenschaft, Subjekt der Objekte seiner wachsenden Umwelten einschließlich seiner selbst zu sein. Dadurch kann im Rahmen des P-Modells innerhalb der Evolution selbst eine völlig neue Entwicklung einsetzen.

Wir stellen uns dazu vor, dass ein Teil der Zellen eines vielzelligen Organismus sich durch deren spezifische Struktur bezüglich höherer physikalischer Realisationen von physikalisch idealer Strukturlosigkeit, Raumzeitunabhängigkeit und Wechselwirkungsfreiheit mehr und mehr von dem Rest der Zellen abheben, indem sie diese zunehmend in spezielle Wechselwirkungs- und Erhaltungsfunktionen des Gesamtorganismus in seiner Umgebung abdrängen. Dann entsteht die Möglichkeit, dass diese ausgezeichneten Zellen auf der physikalisch realen Ebene die Elemente der platonischen Basis P in bezug auf deren kosmisch grundlegende Bedeutung und deren epistemologisches Potential immer stärker approximieren. Dazu dürfen ihre Wechselwirkungen jedoch nicht vollständig verschwinden, sondern müssen zu unterschiedlich entwickelten physikalischen Permutationen entarten, die der physikalischen Realität der Neuronen entsprechend operieren.

Durch diese Entwicklung kann, so unsere Vorstellung, die physikalische Idealität oder Wechselwirkungsfreiheit der Planck-Grenze oder des Planck-Vakuums bzw. der Planck-Higgs-Phase näherungsweise als *neuronale Idealität* erzeugt werden. Die in solcher Weise ausgezeichnete Zellmenge bzw. das durch sie gebildete Zellorgan identifizieren wir mit dem *Zentralnervensystem* oder *Gehirn* der empirischen Erfahrung. Im *Großhirn* und noch ausgeprägter in der *Großhirnrinde* wird schließlich der (bisher) am weitesten gehende Homomorphismus der Neuronenorganisation zu den elementaren Permutationen der platonischen Basis erreicht. Um an diese Grenze zu gelangen, müssen Strukturlosigkeit, Raumzeitunabhängigkeit, Wechselwirkungsfreiheit und nicht zuletzt die Permutationen selbst auf die neuronale Ebene des Gehirns angehoben und dort in angemessener Weise simuliert und mit den phylogenetisch älteren Teilen des Gehirns in funktionaler und für die Eigenentropie des gesamten Organismus förderlicher Weise verknüpft werden.

Um *neuronale Raumunabhängigkeit* zu approximieren, bietet die epibiologische Evolution die Möglichkeit, dass der individuelle Organismus über den Zweiten Hauptsatz der Eigendynamik motorische Organe entwickelt, die

ihm eine bestimmte Mobilität verschaffen und als physikalisch reale Form der Raumunabhängigkeit betrachtet werden können. In entsprechender Weise definieren wir die Entwicklung eines unbewußten und eines bewußten Gedächtnisses durch „Verdrahten" bestimmter, durch Neuronengruppen realisierter Permutationsgruppen als physikalische Realisierung *neuronaler Zeitunabhängigkeit*. Damit Wechselwirkungen zwischen Neuronen verschwinden und zu *neuronalen Permutationen (Neuropermutationen)* entarten, ist es vor allem notwendig, dass sie ihren Selbstreproduktions-Mechanismus zurückbilden („vergessen"). Tatsächlich geschieht dies erfahrungsgemäß in großem Umfang. Mindestens ebenso wichtig ist die Ausbildung eines realen Mechanismus, der die Neuronen räumlich voneinander isoliert und dennoch ihre permutative Verknüpfung zu Permutationsgruppen bis zu extrem hoher Ordnung und unvorstellbar komplexer Struktur möglich macht. Das klingt zunächst paradox, ist aber, wie heute wohlbekannt ist, durch das Zusammenspiel von Synapsen, Axonen und den Austausch von Ionen, Atomen und Molekülen als Botenstoffen physikalisch realisiert. Zu dem Permutationsmodell der Subjekt-Objekt-Relation ist dieser neuronale Permutationsmechanismus insofern homomorph als individuelle physikalisch reale Neuronen nur durch ebenfalls reale Indizes unterscheidbar werden, so dass Neuropermutationen nur dann als in Strenge vollzogen gelten können, wenn die neuronalen Indizes, realisiert durch Botenstoffe, permutiert sind.

Auf der Grundlage neuronaler Raum-, Zeit- und Wechselwirkungsfreiheit und der Reduktion aller Relationen zwischen Neuronen auf Neuropermutationen wird das Gehirn zu einem angenähert homomorphen Abbild der platonischen Basismenge P des Kosmos, das sich von P durch seine physikalische Realität, seine Begrenztheit und seine Einbettung in einen eigenen realen Organismus und dessen wechselnde Umgebungen unterscheidet. Unsere These ist, dass dieses *Neuropermutationsmodell des Gehirns* durch seinen Homomorphismus zur kosmischen Basismenge P imstande sein sollte, für ein selbsterzeugtes Subjektmodell, den Beobachter, durch neuronalen Nachvollzug der Objektivierungsprozesse beobachtereigene, umgebungsabhängige Kosmen zu simulieren und schließlich beobachtereigene, umgebungsabhängige Universen neuronal zu realisieren.

Das von vielen Theoretikern für unlösbar gehaltene *Gehirn-Geist-Problem (Brain Mind Problem)*, umfassender das *epibiologische Subjekt-Objekt-Problem*, wird damit im Rahmen des kosmologischen P-Modells nicht nur einer grundsätzlich einfachen theoretischen Modellierung zugänglich. Es wird auch durch die empirische Erfahrung unserer eigenen ontogenetischen Ent-

wicklung als Beobachter gestützt. Bevor wir uns den neuronalen Objektivierungsprozessen in ihren phylogenetischen und ontogenetischen Aspekten zuwenden, formulieren wir das bisherige Ergebnis in einem

Leitsatz der Gehirn-Geist-Relation: (5.1)

Das innerhalb der platonischen Basismenge P durch Objektivierung einschließlich Realisierung einer Teilmenge P' erhaltene Gehirn G ist ein annähernd homomorphes Abbild von P selbst. Die epistemologischen, subjektive Phänomene erzeugenden (Subjekt-Objekt-)Operationen seiner Elemente, der Neuronen, sind wie die Operationen der P-Elemente Permutationen, die Neuronen selbst zu den P-Beobachtern homomorphe G-Beobachter. Das Gehirn, im weiteren Sinne einschließlich des Zellen-, in noch weiterem Sinne auch des Nichtzellenapparates für seine Kooperation mit Gesellschaft und Umwelt, ist der Ursprung des in die Physik integrierten, durch eine extrem komplizierte Neuropermutationsgruppen-Konfiguration definierten Beobachters.

Auf der Grundlage der im Prinzip gleichen permutativen Strukturen, mittels derer die platonische Basismenge P im primären und sekundären Objektivierungsprozess zunächst eine physikalisch ideale Welt und schließlich das physikalisch reale Universum mit seinen Beobachtern erzeugt, sind die Beobachter selbst imstande, durch die Neuropermutationen ihrer Gehirne mannigfaltige *neuronal ideal*e Welten und schließlich ebenso mannigfaltige *neuronal reale* Universen zu erzeugen. Die Gesamtheit der Neuropermutationsgruppen und deren Eigenwerte (*Qualia*) repräsentieren den unabhängig von den Standardwissenschaften so genannten Geist (*mind*).

6. Neuronale Objektivierungsprozesse

Das den Beobachter repräsentierende Gehirn ist im Laufe der Evolution in die *nichtbiologische* und die *biologische* Umwelt und in die aus gleichartigen Beobachterindividuen bestehende *Gesellschaft* sowie schließlich in seinen eigenen zu seiner Erhaltung notwendigen *Organismus* eingebettet. Abgesehen von der dadurch bedingten enormen und durch physikalische Realisierung und raumzeitliche Diskompaktifizierung feinstrukturierten umweltspezifischen Aufspaltung der Permutationsgruppen beginnen gemäß unserem Modell an der eigenentropiereichsten Spitze der Evolution durch den immer engeren Homomorphismus zur Platonischen Basismenge P die prinzipiell gleichen Objektivierungsprozesse, die von P ausgehend den physikalischen Kosmos hervorgebracht haben und noch hervorbringen.

Bereits der Einzeller *sieht* über *c_2-homomorphe* Permutationsgruppen, physikalisch realisiert durch den vielstufigen Austausch von Materie und Strahlung zwischen DNS-Protein-Gleichgewichten und Umgebungsobjekten, diese Objekte, aber erkennt sie noch nicht. Erst die in der Evolution folgende semantische Phase mit *c_4-homomorphen* Permutationsgruppen, in der gesonderte, spezifische Sinneszellen als Keimzellen von Sinnesorganen mit ihren Eigenwerten sich zwischen Subjekt und Objekt einschalten, bringt dem Subjekt das Erkennen des Objekts. Die abschließende logische Phase mit *Q_4-homomorphen* Gruppen und der epistemischen Äquivalenz von Sinnesorganen und Sinnesobjekten führt in ihrer vollen Entwicklung schon weit über den primären neuronalen Objektivierungsprozess hinaus und in den sekundären, relationalen Objektivierungsprozess eines vielzelligen Gehirns. Ein physikalisches Messgerät etwa kann ebenso als ein vorgeschobenes, zum individuellen Beobachter gehöriges Sinneswerkzeug betrachtet wie auch vom Beobachter über seine evolutionär früheren Sinnesorgane als Objekt erkannt werden.

Die primären Objektivierungsprozesse auf der neuronalen Ebene des Gehirns interpretieren wir als *unbewußt* oder *unterbewußt*. In ihnen sieht und erkennt der Beobachter ausschließlich isolierte, substantielle Objekte, aber keinerlei Veknüpfungen zwischen ihnen. Für ein sprachloses Kleinkind existiert ein gesehenes „Rot“ grundsätzlich so lange nicht in seinem *Wissen*, wie es nicht über eine Mannigfaltigkeit semantischer und logischer Zwischenstufen (Hören, Tasten, Schmecken und dazu gehörige Permutationsgruppen-Konstellationen) über Q_4-homomorphe Gruppen in die Anfänge sekundärer Objektivierung gerät und das „Rot“ als „Ball“ erkennt oder bereits wiedererkennt.

Bewußtsein entsteht für den Beobachter erst mit dem Beginn des sekundären, relationalen neuronalen Objektivierungsprozesses. Das bewußte Subjekt des P-Modells sieht und erkennt die Relationen zwischen seinen Objekten einschließlich seiner selbst durch weit auseinanderfaltendes Relativieren in permutativ homomorphe Bezugsrelationen, korrespondierend dem einfachen automorphen Auffalten der Q_4-Gruppen zu Polyedergruppen. Im Prinzip sieht es bereits, *dass es sieht*, und erkennt bereits, *dass es erkennt*, ohne jedoch zu wissen, wer da sieht und erkennt. Um Objektkollektive zu erkennen und ihre Elemente zu unterscheiden, muss es zu großen Relationenmannigfaltigkeiten übergehen, homomorph zu Gruppenalgebren, und deren Idempotenten, und auch diese wieder, wie im einfachen Fall der Lie-Gruppen, automorph auffalten. Die Ergebnisse sind Mannigfaltigkeiten von Rela-

tionen in Subjekt-Objekt-Form, in Korrespondenz zu verallgemeinerten SO(6)-Dirac-Gleichungen, doch wie diese noch in ihren polyeder-homomorphen Symmetrien gebrochen. Erst die nächsten Schritte des Gehirns, so müssen wir annehmen, entsprechend den ungeraden Fusionen der Dirac-Basisdarstellung der SO(6), rekonstruieren die Symmetrien und lassen die Subjekt-Objekt-Struktur der Relationen erkennen, analog den Wechselwirkungen zwischen den Fundamentalteilchen.

Dies alles spielt sich noch in den ersten beiden Phasen des sekundären neuronalen Objektivierungsprozesses ab: Die neuronalen Relationen, das *Denken* im weitesten Sinne, werden zwar erkennbar, nicht aber ihre Zeichen, die *Sprache* im weitesten Sinne. Wir betrachten es als bemerkenswerte Stütze unseres permutativen Gehirnmodells, dass und wie sich diese beiden Phasen im ontogenetischen Aufbau des voll entwickelten Beobachtergehirns widerspiegeln. Das Großhirn ist in zwei nahezu symmetrische Hemisphären geteilt, die durch ein vielfaseriges Neuronenbündel, das Corpus callosum, miteinander verbunden sind. In der Regel entwickelt sich in der linken („dominanten") Hemisphäre das die relationalen Zeichen präsentierende Sprachzentrum. Wird das Corpus callosum aus therapeutischen Gründen physisch durchtrennt (Sperry u.a. [5]), dann zerfallen auch Sehen und Erkennen beider Hemisphären: Ein Splitpatient erkennt über die linke „Zeichenhemisphäre" die Objekte der (in der Regel) rechten Gesichtsfeldhälfte und beweist dies durch korrekte Zuordnung etwa der Handmotorik, *weiß aber nichts von diesen Objekten*, weil die zu ihnen gehörige Sprachmotorik ins Unterbewußtsein zurückgefallen ist.

7. Neuronale Realisierungsprozesse

Die logarithmische Beziehung zwischen primärem und sekundärem Objektivierungsprozess führt nach dem Finiten String-Modell und seiner Erweiterung, dem P-Modell, zur statistischen Abbildung $Q_4 \times Q_4 \times Q_4 \times Q_4 \rightarrow Q_4 \times Q_4 \times Q_4$, zur physikalischen Realisierung der Teilchenhierarchie, zur Diskompaktifizierung der Raumzeit und schließlich zur epibiologischen Evolution. Dazu homomorphe, weit aufgefächerte und zudem vernetzte Vorgänge müssen wir in einem zur Basismenge P homomorphen Gehirn aus einigen hundert Milliarden physikalisch realen Neuronen erwarten.

Die $(Q_4 \times Q_4 \times Q_4 \times Q_4 \rightarrow Q_4 \times Q_4 \times Q_4)$-homomorphen Abbildungen sollten zur logischen Äquivalenz der neuronalen Relationen, des Denkens, mit den neuronalen Relationszeichen, der Sprache, führen. Da das Gehirn mit seinem Subjekt, dem Beobachter, nicht nur selbst physikalisch real, sondern auch in

verschiedenartige physikalisch reale, miteinander vernetzte Umgebungen eingebettet ist, resultiert bereits daraus eine weit gespannte Aufspaltung der über die physikalische hinausgehenden *neuronalen Realisierung* von Denk- und Sprachrelationen durch die damit äquivalente statistische Realisierung der die Objektivierung abschließenden Abbildungsmöglichkeiten.

Die zu den spezifischen Umgebungen gehörigen neuronalen Realitäten der Denk- und Sprachrelationen interpretieren wir als deren *Werte*. Wichtigste Beispiele sind die ethischen und ästhetischen Werte der Gesellschaft und Umgebung betreffenden Denk- und Sprachrelationen. Mit der neuronalen Werteäquivalenz, korrespondierend der Äquivalenz physikalischer Realität, ist der sekundäre neuronale Objektivierungsprozess mit konstanter Eigenentropie abgeschlossen und mündet in zu Gesellschaft und Umgebung gehörige Evolutionen.

Als den für Denken und Sprache zentralen, sich durch alle Variationen von Denk- und Sprachrelationen hindurch ziehenden Wert deuten wir deren *Wahrheit*. Nach dem permutationstheoretischen Gehirnmodell erkennt der Beobachter Wahrheit als universale neuronale Realität, korrespondierend der physikalischen Realität und diese *bewertend*, gleichbedeutend mit der Realisierung einer Abbildung von Permutationen einer $Q_4 \times Q_4 \times Q_4 \times Q_4$-homomorphen Gruppe auf diejenigen einer $Q_4 \times Q_4 \times Q_4$-homomorphen Gruppe.

Für den mathematisch-physikalisch orientierten Beobachter ist in diesem Zusammenhang der Fall von Bedeutung, in dem er dem erkannten und gedanklich (neuropermutativ) nachvollzogenen physikalischen Geschehen eine physikalisch realisierte sprachliche Beschreibung zuordnen kann, und in dem eine erweiterungsfähige und gemäß dem Zweiten Hauptsatz laufende *neuronale Evolution* zu einer *Theorie* einsetzt. Zunächst gehört eine Theorie in logischer Terminologie zu einer *Objektsprache* ($Q_4 \times Q_4$-homomorph), deren Zeichen noch keine voll erkennbare Bedeutung besitzen. Erst die die Objektsprache selbst als Objekt bezeichnende, durch die statistische Abbildung mit ihr äquivalente Sprache, eine *Metasprache* ($Q_4 \times Q_4 \times Q_4 \times Q_4$-homomorph) macht das theoretische Objekt (*Modell*) als solches voll erkennbar und wahr.

Ohne die Äquivalenz erzeugende Abbildung kann der Beobachter durch Relationen verknüpfte Objekte nicht wiedererkennen: Sie sind *nicht Objekte* des Beobachters. Über die in die Objektsprache abgebildete Metasprache aber wird er sich ihrer Nichtexistenz bewußt: Als *Nicht-Objekte* werden sie seine Objekte (Metaobjekte). Der die Wahrheit als neuronale Realität erkennende bewußte Beobachter sieht nicht nur, dass er sieht, er sieht auch, *dass er nicht sieht.*

Das Erkennen von Nicht-Objekten auf dieser Basis ist eine mögliche Lösung des mathematischen Grundlagenstreites zwischen Intuitionismus und Formalismus: Der letztere ist eine korrekte, auf dem Homomorphismus zwischen platonischen Basispermutationen und Neuropermutationen beruhende Erweiterung des ersteren.

Nicht-Objekte als Metaobjekte sind im P-Modell auch die Erkenntnisgrundlage der *Gödelschen Theoreme* [5] und ihrer logischen Verwandten. Die originale Gödelsche Abbildung der Meta-Arithmetik auf die Objekt-Arithmetik zeigt aus dieser Sicht, dass die Wahrheit von Zahlenrelationen nur durch die statistische Abbildung metasprachlicher Relationen auf die Objektrelationen bewiesen, d.h. als Wahrheit erkannt werden kann. Nicht-Objekte sind in diesen einfachsten Fällen die *prinzipielle Unvollständigkeit* formaler Relationssysteme und die *prinzipielle Unentscheidbarkeit* der Wahrheit bestimmter formaler Relationen.

Physikalisch sollte der neuronal begründeten Unvollständigkeit, wenn man rückwärts schließt, die Nicht-Beobachtbarkeit und Nicht-Messbarkeit bestimmter Objekte des Standarduniversums entsprechen. Einfachste Beispiele sind wieder die Nicht-Objekte, etwa beim Aufbau des Zahlensystems: Nicht-Anzahlen erweitern eine Menge als positive ganze Zahlen, nicht-positive als negative Zahlen, nicht-rationale als irrationale, nicht-endliche als unendliche Zahlen usw. Auf der gleichen Basis wird neuronal begründete Unentscheidbarkeit durch Rückschließen zur Indifferenz zwischen physikalisch idealen und physikalisch realen Objekten. So etwa erkennt der Beobachter die Wahrnehmungen und Vorstellungen seines Gehirns als ideal, wogegen das P-Modell sie ihm als real erweist.

Literatur und Anmerkungen

[1] Scheurich, Hans: Quantengravitation auf der Grundlage eines stringkollektiven Fermionmodells; vgl. vorstehenden Beitrag in diesem Band.

[2] Gegenstand dieses Berichts ist die Subjekt-Objekt-Relation mit den Eigenschaften Subjektivität und Objektivität, die sich im Gegensatz zu den in der philosophischen Diskussion gebräuchlichen Begriffen „Bewußtsein“, „Seele“, „Geist“ u.a. in einfacher Weise mathematisch modellieren lässt. Bestimmend für diese Wahl ist jedoch weniger die Modellierfähigkeit als vielmehr die empirische Erfahrung, dass wir grundsätzlich zuerst unsere Phänomene als solche, dann uns selbst als Subjekt erkennen, und strenggenommen erst dann aus diesem unauflöslichen solipsistischen Zusammenhang auf eine durchaus fragwürdige Weise auf die Existenz von zu den Phänomenen gehörigen Objekten schließen. Nicht die allzu oft gehörte Frage „Wie kommt Bewußtsein in eine Welt von ausschließlich

physikalischen Objekten?“ kann daher unsere Haltung bestimmen, sondern vielmehr die empirisch korrektere Frage „Wie kommen Objekte in unsere private Welt der Subjektivität?“

Die Literatur über diesen Fragenkomplex ist fast unübersehbar, wir zitieren als repräsentativ nur Th. Metzinger: Bewußtsein. Ferd. Schöningh, Paderborn [u.a.], 2. Aufl. 1996

[3] Einen mathematischen Ansatz über die Unbestimmtheit der Objektivität enthält H. Scheurich: Das Universum und seine Beobachter (Arbeitstitel). In Vorbereitung

[4] B. Vollmert: Das Molekül und das Leben. Rowohlt, Reinbek bei Hamburg 1985

[5] Zusammenfassende Darstellung in J. H. Eccles: Das Gehirn des Menschen. R. Piper & Co. Verlag, München; Zürich 1975; dort auch Hinweise auf die Originalaufsätze von Sperry.

[6] K. Gödel, Monatshefte f. Math. u. Phys. 38, 173 (1931); W. Stegmüller: Unvollständigkeit und Ununterscheidbarkeit. Springer Verlag, Wien 1959