

Hans Scheurich

Quantengravitation auf der Grundlage eines stringkollektiven Fermionmodells

1. Planck-Einheiten, Finite Strings und Fermionmodell

Eine die Quantengravitation umfassende Grosse Vereinigte Theorie (Super-GUT) muss die drei Konstanten c (Lichtgeschwindigkeit), G (Gravitationskonstante) und β (Wirkungsquantum) enthalten. Eine solche Theorie enthält dann auch implizit alle *Planck-Einheiten* [1] als *physikalische Einheiten*, unabhängig von ihrer Interpretation. Dadurch wird die Vorstellung diskutabel, ob etwa alle Teilchen der Standardhierarchie unterhalb der subpartikularen Größenordnung von $\approx 10^{-18}$ cm eine durch die Planck-Einheiten modifizierte kollektive Substruktur besitzen, welche die Zustände und Wechselwirkungen der Teilchen beeinflusst oder vollständig bestimmt. Andererseits erscheinen Überlegungen dieser Art wegen der vergleichsweise riesigen Größe der Planck-Masse von $\approx 10^{-5}$ g unrealistisch, solange sie lineare Analogien zu den Kollektiven der thermodynamischen Statistik suchen.

Will man dennoch an der Kollektividee und an der thermodynamischen Analogie festhalten, dann bietet sich die Möglichkeit, die Planck-Masse als die durch die Planck-Skala reduzierte *unrenormierte endliche Selbstmasse* eines fundamentalen Fermions (im Grundzustand eines Elektrons) zu deuten. Demgemäß gehen wir von der vereinigten Quantenfeldtheorie der hypothetischen Super-GUT aus, stellen uns aber vor, dass beim Vordringen zu der durch $l_p, t_p, m_p, c=c_p, G=G_p, \beta=\beta_p, \dots$ definierten *Planck-Grenze* alle Bosonen-Emissions-Reabsorptions-Prozesse verschwinden, deren Eigenschaften keine Planck-Einheiten sind, und dass die verbleibenden Zweipunktprozesse statistisch *als fluktuierende Zweipunktteilchen (Zweipunktstrings, finite Strings)* aus Planck-Masse (Planckion [2]), Planck-Länge und Planck-Lebensdauer analog der thermodynamischen Statistik behandelt werden können.

Mit dieser Vorstellung postulieren wir implizit, dass an der Planck-Grenze alle Bosonen in fundamentale Fermionen zerfallen, wodurch alle Wechselwirkungen und wegen des Gravitonenzerfalls auch Raum und Zeit

zusammenbrechen. Die fundamentalen Fermionen selbst erscheinen schließlich aufgrund ihrer Planck-Eigenschaften als *statistische Kollektive virtuell fluktuierender* (Planck-Lebensdauer 10^{-44} s), *selbstreferenter* (Planck-Masse 10^{-5} g = Selbstmasse, Planck-Länge 10^{-33} cm = Planckion + Selbstbezugssystem) *Einheitsstrings* = Zweipunktstrings, die als die Planck-Einheiten von Superstrings betrachtet werden können. In diesen Einheitsstrings sind wegen der Selbstreferenz von Planckion und Selbstbezugssystem Masse und Raumzeit entartet, und ihre einzigen Observablen sind daher ihre endlichen zweizähligen Drehungen, kurz Spindrehungen, der Spin- oder Quaternionengruppe

$$Q_4 = \{\pm 1, \pm i\sigma_1, \pm i\sigma_2, \pm i\sigma_3\} \quad (1.1)$$

In Anlehnung an die Terminologie der Superstringtheorie bezeichnen wir den dreidimensionalen Raum an der Planck-Grenze als *kompaktifiziert* (*kompakt*), stellen uns jedoch seine drei Dimensionen illustrativ als „eingerollt“ um die drei statistisch möglichen Spinachsen der finiten Strings vor. Die Kompaktifikation der Zeitdimension erfordert eine Erweiterung des Kollektivmodells durch *finite Bistrings* mit der doppelten Spingruppe (Bispingruppe) $Q_4 \times Q_4$. Das „Ein-“ und „Ausrollen“ der Dimensionen als physikalischer Prozess geht über die Superstringtheorie hinaus und verlangt einen zusätzlichen statistischen Mechanismus, der, wie später gezeigt wird, mit der Entropie der Stringstatistik zusammenhängt.

Nach dem damit postulierten statistischen Fermion-Kollektivmodell oder *Finiten Stringmodell* verbirgt sich unter dem scheinbar punktförmigen Fermionenzustand ein in seinem Spin- oder Eigenphasenraum verteiltes statistisches Kollektiv *virtueller finiter Strings* (Bistrings) im gleichen Sinne, in dem ein klassischer Materiezustand durch ein im thermodynamischen Phasenraum verteiltes statistisches Kollektiv (realer individueller Teilchen repräsentiert wird.

Um den *Spinphasenraum* zu erklären, benutzen wir das zugehörige Spinmaßsystem [4]: In ihm gehören zu den Spinoperatorprodukten σ bzw. $\sigma \times \sigma = \sigma^2$ bzw. $\sigma \times \sigma \times \sigma \times \sigma = \sigma^4$ die Dimensionsprodukte [L] bzw. $[L^2] = [P]$ bzw. $[L^4] = [P^2] = [E]$ (L = Länge, P = Impuls, E = Energie) sowie zu σ^0 die Dimension [M] (M = Masse). Der Spin- oder Eigenphasenraum ist daher endlich und hat die 64 Zellen $\sigma \times \sigma^2 = \sigma^3$. Abweichend von der statistischen Thermodynamik sei ein Fermionenzustand definiert durch die vollständige Besetzung des Spinphasenraumes mit irgend 64 der 256 Spin-Energie- (korrekter: Spin-Energie-Impuls-Tensor-)Komponenten σ^4 des Fermions. Die *statis-tische Realisierung* dieser einen von 256^{64} möglichen Spinphasenraum-

Besetzungen sei äquivalent der *physikalischen Realisierung* des Fermionzustandes aus dem Planck-Vakuum der virtuellen finiten Strings und Bistrings in einer Zelle des thermodynamischen Phasenraumes. Die thermodynamische Phasenraumzelle kann man sich danach vorstellen als die Feinstruktur eines klassischen Behälters mit einem realen Fermionengas, die selbst wieder ein virtuelles, wegen seiner Raumzeit- und Wechselwirkungsfreiheit *physikalisch ideales* „Stringgas“ enthält. Durch die statistische Realisierung aller möglichen Spinphasenraumbesetzungen, sinngemäß ergänzt zu doppelten Besetzungen, werden also zugleich Raum- und Zeitdimensionen 256^{64} -fach aufgespalten und bildlich von den Spinachsen „abgerollt“: Die Raumzeit wird *diskompaktifiziert*, der thermodynamische Phasenraum erzeugt und die Entartung von Masse und Raumzeit aufgehoben. Durch die der Thermodynamik entsprechende *Spin-* oder *Eigendynamik* der Fermionen wird gemäß unserem Postulat die Thermodynamik selbst auf ihre individuellen Elemente ausgeweitet und ihr Fundament in das Planck-Vakuum der finiten Strings verlegt.

2. Spin- bzw. Bispinräume der Speziellen bzw. Allgemeinen Relativitätstheorie

Das Kollektivmodell der Fermionen läßt annehmen, dass der Ursprung der Teilchen-Standardhierarchie in den physikalisch möglichen finiten Stringkonfigurationen als den „Atomen“ der Stringstatistik gesucht werden muss. Nahziel unserer Untersuchung ist es, die Bosonen und damit die Wechselwirkungen auf der finiten Stringbasis wieder aufzubauen und gemäß dem Standardmodell zu klassifizieren. Wir beginnen dazu mit einem Gedankenexperiment, das *Beobachtbarkeit* und *Meßbarkeit* der Strings in ihren Spinräumen und Bispinräumen erklären soll.

Anstelle von Koordinaten und Impulsen, die durch die Kompaktifikation der Raumzeit auf bloße Indizes i, k, l, \dots reduziert sind, treten bei finiten Strings bzw. Bistrings die Spins bzw. Bispins um die möglichen Achsen i, k, l, \dots . Der Spinort eines Planckions kann daher durch ein Indextripel, etwa (123), gekennzeichnet werden. Da zwei Zustände mit indexfremden Tripeln, etwa (123), (450), sicher nicht beobachtbar sind, muss das primär unbeobachtbare Selbstbezugssystem (450) zu (123) indexhomolog werden, d.h. mindestens einen gleichen Index aufweisen, etwa (150). Von (123) ausgehend gibt es die drei einstelligen Indexhomologien (123|150), (123|420), (123|453). Wählt man die Spinorte der zugehörigen Selbstbezugssysteme (150), (420), (453) zu Ausgangspunkten (Planckionen), so kommen innerhalb des sechsd-

mensionalen Spinraumes (123450) die neun weiteren Indexhomologien (150|123), (150|453), (150|420), (420|453), ..., (453|123) hinzu, aber keine neuen Indextripel. Die $12/2 = 6$ beobachtbaren finiten Strings bilden ein finites reguläres *Stringtetraeder*, das sich im empirischen dreidimensionalen Raum einbetten lässt, wenn man die Indextripel (123), (150), ... als Vektoren (1,1,1), (1, -1, -1), ... schreibt. Vertauschen von (123) und (450) liefert sechs weitere beobachtbare Strings, die das zugehörige *Stringantitetraeder* bilden.

Um auch messbare finite Strings zu erhalten, bemerken wir, dass die Wahl (123), (450) aus (123450) spontan und im gleichen Bispinraum eine von $\frac{1}{8} \cdot 2 \cdot \binom{6}{3} = 5$ weiteren unabhängigen Wahlen ist ($8 =$ Tripelzahl, $6 =$ Indexzahl). Es gibt daher fünf finite Stringtetraeder, die in eine höhere Indexsymmetrie von messbaren Bistrings, die eines finiten regulären *Bistringikosaeders* eingebettet sind. Die Bistrings werden durch die diametralen Ikosaeder-Kantenpaare veranschaulicht. Die Maßbeziehungen, in denen je ein beobachtbarer String auf einen zweiten als Maßsystem bezogen wird, sind durch die Paarigkeiten der diametralen Ikosaederkanten hergestellt. Das zugehörige *Bistringantiikosaeder* ist mit dem Bistringikosaeder bis auf die Indexpermutation (14)(25)(30) identisch.

Die String- bzw. Bistring-Polyedergruppen G_{12} (Tetraedergruppe) bzw. G_{60} (Ikosaedergruppe) erhält man aus der Q_4 bzw. $Q_4 \times Q_4$ formal über deren *automorphe Auffaltung* zu ihren Automorphismengruppen (aut), den Symmetrischen Gruppen π_4 und π_5 und deren Alternierenden a_4 und a_5 . Es gilt

$$\text{Beobachtbarkeit: } Q_4 \rightarrow \text{aut } Q_4 \cong \pi_4 > a_4 \cong G_{12} \quad (2.1)$$

$$\text{Messbarkeit: } Q_4 \times Q_4 \rightarrow \text{aut } Q_4 \times Q_4 \cong \pi_5 > a_5 \cong G_{60} \quad (2.2)$$

Der finite Tetraeder- bzw. Ikosaederraum ist der statistische Spin- bzw. Bispinraum eines finiten Strings bzw. Bistrings; er bildet in unserem Modell die finite, diskrete Basis der kompaktifizierten Raumzeit. Im Tetraederraum S_4 sind die drei möglichen Spinachsen orthogonal, S_4 ist *finit eben*. Im Ikosaederraum BS_6 gehen die Spinachsen der fünf S_4 nichtorthogonal ineinander über, BS_6 ist *finit gekrümmt* und durch die Symmetrie der fünf S_4 sogar *finit geschlossen*. Der S_4 ist daher der Spinraum der Speziellen Relativitätstheorie (SRT), der BS_6 der Bispinraum der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART):

$$\text{Beobachtbarkeit: } S_4 \rightarrow \text{SRT} \quad (2.3)$$

$$\text{Messbarkeit: } BS_6 \rightarrow \text{ART} \quad (2.4)$$

Die ART erscheint so von Beginn an in das kollektive Fermionmodell konsistent integriert.

3. Spin- und Bispinalgebren, Liesche Rotationsgruppen und Diracgleichungen

Um Kollektive aus beobachtbaren und messbaren finiten Strings und aus ihren automorphen Auffaltungen zu beschreiben, gehen wir von der Q_4 bzw. $Q_4 \times Q_4$ zu den Algebren $A(Q_4)$ bzw. $A(Q_4 \times Q_4)$ über. Damit auch Kollektive beobachtbar und messbar werden, ist die automorphe Auffaltung an den Algebren in erweiterter Form zu wiederholen. Das führt, angewandt auf Spin- und Bispinalgebra als Lie-Algebren, zu den Lieschen Rotationsgruppen $SO(4)$ bzw. $SO(6)$, deren Zahlkörper aus der String- bzw. Bistringstatistik später zu ermitteln ist [5]:

$$\text{Beobachtbarkeit: } A(Q_4) \rightarrow \text{aut } A(Q_4) = SO(4) \tag{3.1}$$

$$\text{Messbarkeit: } A(Q_4 \times Q_4) \rightarrow \text{aut } A(Q_4 \times Q_4) = SO(6) \tag{3.2}$$

Eine Basis für finite String-Kollektivzustände bilden die *Idempotente* $I(Q_4)$ des Zentrums $A(Q_4)$, für finite Bistring-Kollektivzustände die $I(Q_4 \times Q_4)$ des Zentrums der $A(Q_4 \times Q_4)$. Mit den Übergängen (3.1) bzw. (3.2) gehen auch die Idempotente $I(Q_4)$ bzw. $I(Q_4 \times Q_4)$ in ihre automorphen Auffaltungen $I(SO(4))$ bzw. $I(SO(6))$ über. Dadurch erhalten die Idempotenzgleichungen

$$I^2 = I \quad \text{oder} \quad (I - 1)I = 0 \tag{3.3}$$

die expliziten Formen ($xx^* =$ äußeres Produkt [6])

$$\text{Beobachtbarkeit: } (p_{\alpha\lambda}\gamma_{\alpha\lambda} - 1/2)\chi = 0, \quad I(Q_4) = \chi\chi^* \tag{3.4}$$

$$\lambda = 1, 2, 3, 0, \quad \alpha = \text{komplementär zu } \lambda$$

$$\text{Messbarkeit: } (p_{\alpha\lambda}\gamma_{\alpha\lambda} - 1/4)\psi = 0, \quad I(Q_4 \times Q_4) = \psi\psi^* \tag{3.5}$$

$$\lambda = 1, 2, 3, 4, 5, 0, \quad \alpha = \text{komplementär zu } \lambda$$

Über α wird summiert, und es gilt ($\sigma_{ik} = \sigma_i \times \sigma_k$, $\sigma_0 = 1_2$, $p_{\mu\nu} = -p_{\nu\mu}$, $\gamma_{\mu\nu} = \gamma_{\nu\mu}$, Vorzeichen unterdrückt):

$$\begin{array}{cccccccc} \sigma_0 & i\sigma_{01} & i\sigma_{02} & i\sigma_{03} & 1 & i\gamma_{\lambda\nu} & i\gamma_\nu & i\gamma_{\sigma\lambda} \\ i\sigma_{10} & \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & i\gamma_{\tau\rho} & \gamma_{\mu\sigma} & \gamma_{\mu\lambda} & \gamma_{\mu\nu} \\ i\sigma_{20} & \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & i\gamma_{\mu\rho} & \gamma_{\tau\sigma} & \gamma_{\tau\lambda} & \gamma_{\tau\nu} \\ i\sigma_{30} & \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} & i\gamma_{\mu\tau} & \gamma_{\rho\sigma} & \gamma_{\rho\lambda} & \gamma_{\rho\nu} \end{array} = \tag{3.6}$$

($\mu\nu\rho\sigma\tau\lambda$) eine gerade Permutation von (123450).

In den beiden Gleichungen (3.4), (3.5) wird die zugrunde liegende Polyedersymmetrie in der Indexsymmetrie sichtbar: Der *Fixindex* λ kennzeichnet in den vier Gleichungen (3.4) die vier als einhändiges Objektfermion (Planckion) spontan wählbaren Vertizes eines Tetraeders und in den sechs Gleichungen (3.5) die sechs als zweihändiges Objektfermion spontan wählbaren

Vertexpaare eines Ikosaeders, während der *Laufindex* α die drei bzw. fünf zu λ komplementären Vertizes bzw. Vertexpaare durchläuft.

In den *ungebrochenen* Polyedersymmetrien spielt der Fixindex die Rolle eines überzähligen Laufindex. Es muss daher Umformungen der Gleichungen (3.4), (3.5) geben, die dies ausdrücken. Durch einfache Rechnungen erhält man sie, wenn man das Massenglied $-1/2$ bzw. $-1/4 = -\text{im}_p$ unter Berücksichtigung der zur jeweiligen Gleichung gehörigen Energie-Impuls-Bilanz durch den überzähligen Laufindex kennzeichnet. Voraussetzung ist die Wahl der regulären Darstellungen von (3.4), (3.5). Mit

$$\begin{array}{ll} \text{SO}(4): & \underline{2}, \overline{2} = \underline{2} \times \underline{2} = \underline{4} \quad \text{reguläre} \quad (3.7) \\ \text{Basisdarstellungen} & \underline{2} \times \overline{2} = \underline{3} + \underline{1} \quad \text{Darstellungen} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{SO}(6): & \underline{4}, \overline{4} = \underline{4} \times \underline{4} = \underline{10} + \underline{6} \quad \text{reguläre} \quad (3.8) \\ \text{Basisdarstellungen} & \underline{4} \times \overline{4} = \underline{15} + \underline{1} \quad \text{Darstellungen} \end{array}$$

erhalten die 4 bzw. 3 bzw. 1 Gleichungen der endlichen 3- bzw. 2- bzw. 1-zähligen Drehungen eines Stringtetraeders die Form

$$\begin{array}{ll} \text{Beobachtbarkeit:} & p_{[\mu\phi_{\nu\rho}]} - \text{im}_p \phi_{\mu\nu\rho} = 0, \quad (3.9) \\ & p_{[\mu\phi_{\nu}]} - \text{im}_p \phi_{\mu\nu} = 0 \\ & \mu, \nu, \rho = 1, 2, 3, 0, \end{array}$$

und die 10 bzw. 6 bzw. 15 bzw. 1 Gleichungen der endlichen 3- bzw. 5 bzw. 2- bzw. 1-zähligen Drehungen eines Bistringikosaeders die Form

$$\begin{array}{ll} \text{Messbarkeit:} & p_{[\mu\phi_{\nu\rho}]} - \text{im}_p \phi_{\mu\nu\rho} = 0, \quad (3.10) \\ & p_{[\mu\phi_{\nu\rho\sigma\tau}]} - \text{im}_p \phi_{\mu\nu\rho\sigma\tau} = 0, \\ & p_{[\mu\phi_{\nu}]} - \text{im}_p \phi_{\mu\nu} = 0, \\ & \mu, \nu, \rho, \sigma, \tau = 1, 2, 3, 4, 5, 0, \end{array}$$

wo $[\alpha\beta\gamma\dots\omega] = \sum_{(\alpha\beta\gamma\dots\omega)} \text{sign}(\alpha\beta\gamma\dots\omega) \alpha\beta\gamma\dots\omega$, Summe über alle Permutationen von $(\alpha\beta\gamma\dots\omega)$. (Die beiden identischen Gleichungen wurden weggelassen.)

Die Gleichungen (3.9), (3.10) sind kompaktifizierte *tensorielle Rotationsgleichungen*. Physikalisch bedeuten sie im Rahmen des kollektiven Fermionmodells, dass die Bewegungen der zu den regulären SO(4)- bzw. SO(6)-Darstellungen gehörigen Bosonen (s.u.) den endlichen Polyederdrehungen äquivalent sind. Da die finiten Polyederräume die Spin- bzw. Bispin-Basisräume der universalen Raumzeit (und des relativistischen Impulsraumes) sind, sollte sich die Umformungsmöglichkeit nach der Diskompaktifikation und physikalischen Realisierung auf die kosmische Raumzeit (nebst Impulsraum) übertragen lassen. [7]

Die äquivalenten Gleichungen (3.4) bzw. (3.5) sind statistische Spingleichungen im S_4 bzw. statistische Bispingleichungen im BS_6 . Sie unterscheiden sich von der um je einen Term verkürzten (SO(4))- bzw. verlängerten (SO(6))-Dirac-Gleichung des Standardmodells (SO(5)) dadurch, dass die $p_{\alpha\lambda}$ *numerische Koeffizienten* (statistische Gewichte) der Spin- bzw. Bispinoperatoren $\gamma_{\alpha\lambda}$ sind: Die Gleichungen sind noch kompakt. Für das Fermion-Kollektivmodell ist entscheidend, dass sie durch Einführen von entsprechenden Spin-Boltzmann-Formeln näherungsweise in die der Quantenaxiomatik gehorchenden SO(4)- bzw. SO(6)-Dirac-Gleichungen mit der *Differentialoperatorform* der $p_{\alpha\lambda}$ übergehen. Diese Diskompaktifizierung vorwegnehmend kann die SO(6)-Gleichung gegenüber der SO(5)-Standard-Dirac-Gleichung als *projektive Dirac-Gleichung* behandelt und die SO(4)-Gleichung als ihre Subgleichung in der Regel vernachlässigt werden. Dies ist sinngemäß auch die Haltung des Standardmodells insofern, als in ihr Beobachtung und Messung entartet erscheinen und der Beobachter fast ausnahmslos als messender Beobachter betrachtet wird.

In der Lieschen Theorie der einfachen komplexen Gruppen gehören SO(4) und SO(6) zur *D-Familie* SO(2n), SO(5) dagegen zur *B-Familie* SO(2n+1), $n = 1, 2, 3, \dots$. Die D-Familie besitzt positive und negative, die B-Familie nur positive Darstellungen. Diese Entartung der B-Familie lässt, wie schon die regulären Darstellungen (3.7), (3.8) der D-Gruppen SO(4) und SO(6) gezeigt haben, den Zusammenhang zwischen Polyedergruppen und Dirac-Gleichungen zusammenbrechen. Im folgenden wird gezeigt, dass die gesamte Darstellungstheorie der SO(6) geeignet ist, eine korrekte Klassifikation der Fermionen und der Bosonen und damit auch der Wechselwirkungen zu entwickeln, die auch Gravitonen und Gravitation einschließt, und dass die Projektivität der SO(6)-Diracgleichung dazu entscheidend beiträgt.

4. Skalenrelativität

Die für das Fermion-Kollektivmodell gültige projektive Dirac-Gleichung hat gegenüber Diracs Originalgleichung einen zusätzlichen *Skalenimpuls*-Term $p_5\gamma_5$. Gemäß (3.6) hat die Skala wie die Zeit negative Signatur. Daher müssen im ebenen Grenzfall der durch die Spinstatistik diskompaktifizierten („ausgerollten“) Raumzeit zusätzliche Lorentz-Transformationen zwischen Raum und Skala mit spezifischen Kausalitätsfolgen gelten, in denen anstelle der Lichtgeschwindigkeit = Planck-Geschwindigkeit $c = c_p$ die Planck-Länge l_p tritt.

Statt $v_\mu = dq_\mu/dt$ haben wir

$$l_\mu = dq_\mu/d\sigma, \quad \sigma = \text{dimensionslose Maßzahl}, \quad (4.1)$$

statt $q_4 = ict = ic_p t$

$$q_5 = il_p \sigma \quad (4.2)$$

und die Skalen-Lorentz-Transformationen lauten

$$\begin{aligned} dq'_\mu &= l_\mu \cdot d\sigma \left(1 - l_\mu^2 / l_p^2\right)^{-1/2} \\ d\sigma' &= d\sigma \left(1 - l_\mu^2 / l_p^2\right)^{-1/2} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Der Lichtkegel wird zum *Längenkegel* aus projektiven Längenstrahlen. Die Schnittfläche des Längenkegels mit der Ebene $\sigma = 1$, die Planck-Längen-Kugel, bedeutet physikalisch, dass sich kein Lichtstrahl dem Koordinatenursprung weiter annähern kann als bis auf die Distanz l_p bzw. $c_p t_p$. Die Lichtstrahlen hüllen daher die Planck-Längen-Kugel ein, sie werden zu den Erzeugenden eines einschaligen *Lichthyperboloids*, das sich im Planck-Längen-Kugel-*Äußeren* dem Lichtkegel asymptotisch nähert und in der Laborskala praktisch mit ihm zusammenfällt.

Mathematisch korrekt muss jedoch das einschalige durch ein zweischaliges Lichthyperboloid ergänzt werden, dessen imaginäre Erzeugende eine imaginäre l_p -Kugel einhüllen. Bei ihm kehren sich die Realitätsverhältnisse von Unter- und Überlichtgeschwindigkeiten und die entsprechenden Kausalitätsrelationen um. Wir haben also einerseits eine zusätzliche Weltgeometrie ohne Anwendungsbereich und andererseits einen Raumzeitbereich ohne Geometrie, nämlich das Planck-Längen-Kugel-*Innere*. Das führt dazu, dem Inneren von $l_p = 1$ die Geometrie des zweischaligen Hyperboloids zuzuordnen und für Koordinaten und Impulse beim Übergang vom Äußeren zum Inneren und umgekehrt eine Inversion zu postulieren, welche Realitätsverhältnisse und Kausalität auch im Planck-Längen-Kugelinneren den gewohnten Gesetzen der SRT unterwirft. Diese Inversion ist es, die die Darstellungstheorie der $SO(6)$ und, damit die Teilchen- und Wechselwirkungs-Klassifikation entscheidend mitbestimmt.

5. Fermionen- und Bosonenklassifikation

5.1. Kompakte Fermionen

(a) Dadurch dass der Beobachter des statistischen *Stringtetraeders* einem Vertex das kompakte Fermion und den drei komplementären Vertices seine drei statistisch möglichen Selbstbezugssysteme zuordnet, bricht er die Tetraedersymmetrie: Das kompakte Fermion wird ein kompaktes *einhändiges*

Lepton, die Selbstbezugssysteme haben statistische Drittelgewichte und werden kompakte *einhändige Quarks*. Das Fermion-Kollektivmodell deutet damit die *Farbladung (Color)* der Quarks als kompakte Koordinaten im finiten S_4 . Wird die Symmetrie durch Beobachtung der Quarks gebrochen, so ist ihre gemeinsame Selbstreferenz durch das Lepton zu beachten: Sie erscheinen bereits im Planck-Vakuum zum einheitlichen kompakten *Baryon* gekoppelt. Im Grundzustand, mit Lepton = Elektron und Baryon = Proton, erzeugt so das Stringtetraeder als einfachstes Element des Fermion-Kollektivmodells das kompakte *SRT-H-Atom*.

(b) Die Symmetriebrechung des statistischen *Bistringikosaeders* durch Messung ergibt *zweihändige Leptonen* und *zweihändige Quarks*, die jedoch abweichend vom Standardmodell statistische Fünftelgewichte besitzen. Da der finite Raum des Bistringikosaeders der Bispinraum BS_6 der ART ist, deuten wir den von den fünf zweihändigen Quarks gebildeten Zustand mit gemeinsamem Selbstmasssystem als das kompakte *Gravitations- und Trägheitszentrum* des (im Grundzustand) verallgemeinerten ART-H-Atoms und nennen ihn als ART-Verallgemeinerung des Baryons ein kompaktes *Metron*.

(a) Die raumzeitunabhängigen *inneren Quantenzahlen* Q, I_z, Y, \dots der Standard-Leptonen und -Quarks lassen sich im Fermion-Kollektivmodell mittels der auf drei Dimensionen erweiterten Weylschen stereographischen Projektion in einfacher Weise als Eigenwerte von Linearkombinationen der Stringtetraeder-Operatoren erklären, d.h. als kompakte Tetraeder-Relativkoordinaten. (b) Die Aufspaltung der Leptonen und Quarks in *Flavor-Sextetts* lässt sich auf der gleichen Grundlage als direkte Folge der möglichen Symmetriebrechungen des Bistringikosaeders interpretieren, ausgedrückt durch die sechs Gleichungen (3.5) d.h. als ein ART-Phänomen.

5.2. Kompakte Bosonen

Die Polyedersymmetrien lassen sich nach ihrer Brechung durch Beobachtung und Messung formal wiederherstellen und die gebrochenen statistischen Gewichte zu Einheitsgewichten ergänzen, indem man die Darstellungen der Gleichungen (3.4) bzw. (3.5) dreifach bzw. fünffach fusioniert. Dabei können wir uns auf die Gleichungen (3.5) beschränken und (3.4) als deren Subgleichungen betrachten. Die Fusionen sind reduzibel und zerfallen in irreduzible Darstellungen. Wir erhalten mit den Basisdarstellungen $4 (= \underline{4} \text{ oder } \bar{4})$

$$\text{Beobachtbarkeit: } 4 \rightarrow 4 \times 4 \times 4 = 4 \times (4 \times 4) \quad (5.2.1)$$

$$\text{Messbarkeit: } 4 \rightarrow 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4 \times (4 \times 4 \times 4) \quad (5.2.2)$$

Durch die Klammern der rechten Seiten wird ausgedrückt, dass die Fusionen nicht nur Fermionfusionen sind, sondern dass durch sie zugleich die Basisdarstellung 4 eines Fermions an die Darstellungen von Zweifach- bzw. Vierfachfusionen gekoppelt wird, die wir als Darstellungen freier kompakter Bosonen deuten. Auf diese Weise beschreiben (5.2.1), (5.2.2) *Fusions-Kopplungs-Äquivalenzen*, die die Klassifikation der Bosonen begründen und ihren Zerfall an der Planck-Grenze nachträglich formal rechtfertigen. [8]

Die Bosonenfusionen 4×4 und $4 \times 4 \times 4 \times 4$ zerfallen gemäß

$$\text{Beobachtbarkeit: } \underline{4} \times \underline{4} = \underline{10} + \underline{6} \quad (5.2.3)$$

$$\underline{4} \times \overline{4} = \underline{15} + \underline{1}$$

$$\text{Messbarkeit: } \underline{4} \times \underline{4} \times \underline{4} \times \underline{4} = \underline{35} + 3 \cdot \underline{45} + 2 \cdot \underline{20''} + 3 \cdot \underline{15} + \underline{1} \quad (5.2.4)$$

$$\underline{4} \times \overline{4} \times \underline{4} \times \overline{4} = \underline{84} + \underline{45} + \underline{45} + \underline{20''} + 4 \cdot \underline{15} + 2 \cdot \underline{1}$$

$$\underline{4} \times \underline{4} \times \underline{4} \times \overline{4} = \underline{70} + 2 \cdot \underline{64} + 3 \cdot \underline{10} + \underline{10} + 3 \cdot \underline{6}$$

Die maximalen 35, 84, 70 bezeichnen *Hauptdarstellungen*, alle folgenden *Eichdarstellungen*. Die zu den Eichdarstellungen gehörigen Dirac-Fusionsgleichungen (DFG) können die zu den Hauptdarstellungen gehörigen DFG ergänzen, ohne deren physikalische Aussagen zu ändern: Sie eichen die Hauptdarstellungen. Durch die Fusion der polyedrischen Spin- und Bispinräume mit den in ihnen lokalisierten Fermionzuständen werden so bereits im Planck-Vakuum die kompakten Bosonen und die durch sie vermittelten Wechselwirkungen sowie deren Kopplung an die Leptonen erzeugt.

Aus der Sicht der Finiten Stringtheorie, die der Physik die Planck-Einheiten zugrunde legt, ist die $SO(5)$ des Standardmodells das durch Erfahrung und „mathematischen Zufall“ gefundene nichtprojektive Rudiment der $SO(6)$. In ihm verschwinden die finiten Strings als diskrete physikalische Einheiten, der Spin muss axiomatisch eingeführt werden, und das Fermion-Kollektivmodell entartet zum empirischen Punktmodell. Das zeigt sich darin, wie die $SO(6)$ -Zerfälle (5.2.3), (5.2.4) bei Reduktion auf die $SO(5)$ entarten:

$$4 \times 4 = 10 + 5 + 1 \quad (5.2.5)$$

$$4 \times 4 \times 4 \times 4 = 35 + 3 \cdot 35' + 2 \cdot 14 + 6 \cdot 10 + 5 \cdot 5 + 3 \cdot 1 \quad (5.2.6)$$

Gleichungen für Vektor- und Skalarmesonen wurden von Kammer und Proca [9] aus den $SO(5)$ -Darstellungen 10 und 5 als mathematische Koinzidenzen gefunden. Korrekt werden jedoch nach dem hier vertretenen Finiten Stringmodell die empirisch bekannten *Vektor- und Pseudoskalarmesonen* durch die DFG der Darstellung $\underline{15}$ der $SO(6)$ -Fusion $\underline{4} \times \overline{4}$ in (5.2.3) beschrieben, die auch den Pseudo-Transformationscharakter der skalaren π -, K -, η -

Mesonen als fünfte Komponente von Fünfervektor-Mesonen richtig wiedergibt.

Die neben den Mesonen ebenso wichtigen masselosen Vektorbosonen, die *Photonen*, fehlen in der $SO(5)$, die aus der diskreten Sicht der finiten Strings nur massive Teilchen beschreiben kann. In der $SO(6)$ dagegen gibt es die zweite Fusion $\underline{4} \times \underline{4} = \underline{10} + \underline{6}$, deren DFG zur $\underline{10}$ sich als die korrekte Gleichung nicht nur der Photonen, sondern zugleich auch der *Schwachen Bosonen* erweist. Diese Gleichung hat aufgrund ihrer Projektivität genau die Struktur, die für eine adäquate Beschreibung eines im 1_p -Kugel-Äusseren masselosen und im 1_p -Kugel-Inneren massiven Bosons notwendig ist: Im Äusseren wird die Planck-Masse über eine Rotation in der Skalen-Massen-Ebene (*Planck-Weinberg-Rotation*) durch den Skalenimpuls $p_5 = iD$ annulliert, und im Inneren erhält die Planck-Masse durch dieselbe Rotation einen von Null verschiedenen numerischen Koeffizienten. Das Resultat ist die klassische Photonengleichung, die Maxwell-Gleichung, auf dem einschaligen Lichthyperboloid des 1_p -Kugel-Äusseren einerseits, und ihre orthogonale, durch Inversion gewandelte Form außerhalb des zweischaligen Lichthyperboloids andererseits, welche zu den Schwachen Bosonen gehört. [10] Auf der Grundlage der Planck-Einheiten und der finiten Strings tritt also die primäre Einheit der *Elektroschwachen Bosonen* an die Stelle des im Rahmen des Standardmodells empirisch konstruierten Glashow-Salam-Weinberg-Modells. Alle Gleichungen und ihre Bosonen sind jedoch noch kompakt. Bemerkenswert ist, dass in der $SO(6)$ -Version des GSW-Modells die Planckionen die Rolle von kompakten *Higgs-Bosonen* spielen, indem sie auf der Planck-Längen-Kugel scheinbar Masse auf die kompakten Schwachen Bosonen übertragen. Die bisherigen Ergebnisse werden weiter durch die Eichdarstellung $\underline{6}$ gestützt, deren DFG genau die Form der klassischen Eichgleichung der Maxwellschen Gleichungen haben, einschließlich der Erweiterung für die Schwachen Bosonen.

Entsprechende Verhältnisse ergeben sich aus dem Finiten Stringmodell für die Tensorbosonen 4. Stufe der Vierfachfusionen (5.2.4) der $SO(6)$ bzw. (5.2.6) der $SO(5)$. Die $SO(5)$ -Darstellungen 35 , $35'$, 14 können wegen des fehlenden Skalenimpulses im 1_p -Kugel-Äusseren nur massive Bosonen beschreiben, während die Projektivität bei den DFG der $SO(6)$ -Darstellungen 35 , 84 , 45 , $20''$ die gleiche Zweiteilung in masselose und massive Tensorbosonen und ihre Eichbosonen bewirkt. Nach ihrer Herkunft durch Quadrieren der Zweifachfusionen $\underline{4} \times \underline{4}$ bzw. $\underline{4} \times \overline{4}$ interpretieren wir die masselosen Bosonen der $\underline{35}$ als *Gravitonen* elektroschwachen bzw. die der $\underline{84}$ als solche mesonischen oder materiellen Ursprungs. Die Gleichungen bestätigen diese

Deutung in vollem Umfang. Die metrischen Potentiale 1. Ordnung $h_{\mu\rho}$ ergeben sich durch Verjüngung (Kontraktion) des Zustandstensors 4.Stufe $\Phi_{\rho\sigma}^{\mu\nu}$ und Abspaltung des symmetrischen Teils ($\mu, \nu, \rho, \sigma = 1, 2, 3, 4$):

$$h_{\mu\rho} = \frac{1}{2} \bar{\Phi}_{\rho\alpha}^{\mu\alpha} = \frac{1}{2} \bar{\Phi}_{\mu\alpha}^{\rho\alpha}, \quad \alpha = \text{Summationsindex} \quad (5.2.7)$$

Die Metrik des Finiten Stringmodells ist also eine Bezugssystem-Metrik. [11]

Die kompakten Gravitonengleichungen sind im Gegensatz zu den kompakten Maxwell-Gleichungen der Darstellung 10 nichtlinear: Sie enthalten ein zusätzliches Glied

$$\frac{1}{4} p_{\alpha} p_{[\beta} (\bar{\Phi}_{\alpha\rho]}^{\beta\mu} + \bar{\Phi}_{\alpha\mu]}^{\beta\rho}) p_{[\mu} \bar{\Phi}_{\nu\rho]} \equiv p_{\mu} \bar{\Phi}_{\nu\rho} + p_{\nu} \bar{\Phi}_{\rho\mu} + p_{\rho} \bar{\Phi}_{\mu\nu}, \quad (5.2.8)$$

das als repräsentativ für die Gravitonen-Selbstwechselwirkungen interpretiert werden kann, die sich anders nur durch eine Art „Bootstrap“-Verfahren darstellen lassen. [12] Mit seiner Hilfe können die DFG von 35 und 84 über die Bezugssystem-Definitionen des kompakten Riemann-Christoffel-Tensors 1.Ordnung

$$R_{\mu\nu\rho\sigma}^{(1)} = -\frac{1}{2} (p_{\nu} p_{\sigma} h_{\mu\rho} + p_{\mu} p_{\rho} h_{\nu\sigma} - p_{\mu} p_{\sigma} h_{\rho\nu} - p_{\rho} p_{\nu} h_{\mu\sigma}) \quad (5.2.9)$$

und, da in 35 und 84 $h_{\alpha\alpha} = 0$ und $p_{\alpha} h_{\alpha\mu} = 0$, des Ricci-Tensors 1.Ordnung

$$R_{\mu\rho}^{(1)} = -\frac{1}{2} p_{\alpha} p_{\alpha} h_{\mu\rho} \quad (5.2.10)$$

zu den kompakten Einsteinschen Gravitationsgleichungen im Vakuum entwickelt werden. [13]

Diese Ergebnisse festigen unser Postulat, dass die durch die ART dargestellte Gravitation ebenso wie die elektroschwache Wechselwirkung ihren gemeinsamen Ursprung in der Zweipunktstruktur der Plancklänge und den sie repräsentierenden finiten Strings haben. Doch die Gravitationsgleichungen des Finiten Stringmodells erfordern wie dessen Photonengleichungen über die Inversion an der Planck-Längen-Kugel massive innere Erscheinungsformen der Gravitonen. Nach der Darstellungstheorie der Lieschen Gruppen und gemäß dem Standardmodell verbleiben dafür einzig noch die stark wechselwirkenden *Gluonen* der Quantenchromodynamik (QCD). Als entscheidend für diese (letzte) Wahl betrachten wir die Tatsache, dass außer den Gravitonen nur die Gluonen selbstwechselwirkende Bosonen sind. Nach der Standard-QCD sind die Gluonen masselose Bosonen, während das Finite Stringmodell massive Gluonen als „innere Gravitonen“ fordert. Dieser

scheinbare Widerspruch lässt sich durch die Inversion an der Planck-Längen-Kugel leicht erklären: Ein äußerer Beobachter sieht die Gluonen im Inneren mit invertierten Koordinaten und Impulsen, also mit praktisch unendlicher Reichweite, wodurch für ihn ihre Masse praktisch verschwindet. Auch die anderen Charakteristika der QCD, *Confinement* und *asymptotische Freiheit* der Quarks, lassen sich durch die Inversion in einfacher Weise umschreiben, wenn die Planck-Längen-Kugel durch die Diskompaktifikation beim physikalischen Realisierungsprozess zur Hadronoberfläche wird.

Das Standardmodell ist durch die Tendenz gekennzeichnet, die QCD mit dem elektroschwachen GSW-Modell zu einer GUT zu vereinigen und diese nach Möglichkeit durch die Gravitation zu einer Super-GUT zu erweitern. Anstelle dieser Zielsetzung folgt aus dem Finiten Stringmodell eine mathematisch transparente und der bisherigen Logik von Beobachtbarkeit und Messbarkeit gehorchende Bosonenklassifikation, die von Beginn an QCD und Gravitation mit umfasst:

Beobachtbarkeit:	Elektroschwache Bosonen (Masse-Null-Tensorbosonen 2. Stufe + Schwache Bosonen)	(5.2.11)
Messbarkeit:	Gravitarke Bosonen (Masse-Null-Tensorbosonen 4. Stufe + Gluonen)	

Die Hierarchie (5.2.11) wird ergänzt durch eine Mesonenhierarchie, bestehend aus den Vektor-Pseudoskalar-Mesonen und aus Tensormesonen 4.Stufe, deren Gleichungen zur Darstellung 70 gehören:

Beobachtbarkeit:	Vektor-Pseudoskalar-Mesonen (Tensormesonen 2. Stufe)	(5.2.12)
Messbarkeit:	Tensormesonen 4. Stufe	

Für Tensormesonen 4. Stufe besteht im Standardmodell weder theoretischer Bedarf, noch scheinen sie experimentell nachgewiesen. Da das Finite Stringmodell die Grundlagen der Quantentheorie bis auf das Niveau der Planck-Einheiten verschiebt, wo Raum und Zeit zusammenbrechen und die geometrische Punktstruktur sich in eine algebraische Stringkollektivstruktur auflöst (Abschn. 8), muss die Quantenaxiomatik durch geeignete physikalische Vorstellungen ersetzt werden. Hierzu gehört vor allem das Axiom der Strahlungsfreiheit von Quantenzuständen mit nichtverschwindender Beschleunigung, also die gesamte Atommechanik. Es liegt nahe, sich dazu an die halbklassische Bohr-Sommerfeld-Mechanik der Atome zu erinnern, in der die Stabilität aus dem Gleichgewicht zwischen elektromagnetischen und Träg-

heitskräften resultierte, und diese Vorstellung im Prinzip in die Polyeder-Spin- bzw. Bispinräume des Fermion-Kollektivmodells zu übernehmen. Das erfordert im kompaktifizierten SRT- bzw. ART-H-Atom, dargestellt durch ein finites Stringtetraeder bzw. Bistringikosaeder, ein zusätzliches Feld von *Trägheitsbosonen* endlicher Reichweite. Genau dieses Feld wird durch die Darstellung $\underline{70}$ und ihre DFG geliefert.

Eine solche Vorstellung erscheint im Rahmen des Standardmodells unorthodox und wie ein Rückschritt. Wir werden aber in Abschn.8 zu zeigen versuchen, dass sie durch den physikalischen Realisierungsprozess und die Diskompaktifizierung von Raum und Zeit nicht nur gestützt, sondern unausweichlich gemacht wird. Insbesondere verlangt auch das *Machsche Prinzip* auf der Basis des Finiten Stringmodells im Atominnern Trägheitsbosonen: Durch die Kompaktifikation der Raumzeit an der Planck-Grenze ist das raumzeitliche Universum im Grundzustand auf das ART-H-Atom und seinen finiten ikosaedrischen Bispinraum reduziert, in dem das Metron (der Trägheitsmittelpunkt) die „fernen Massen“ des Universums in Bezug auf das Elektron repräsentiert und daher auch als *Trägheitsquelle* wirkt. (Entsprechendes gilt für das Proton im SRT-H-Atom.) [14]

6. Kompakte Lepton-Boson-Kopplungen

Die zu den irreduziblen Darstellungen der Dreifach- und Fünffachfusionen aus (5.2.1), (5.2.2) gehörigen DFG sind Fünfertensor-Bispinor-Gleichungen. Sie beschreiben die an die Bosonen gekoppelten, über diese wechselwirkenden kompakten Leptonen. Die Fusionen zerfallen gemäß

Beobachtbarkeit: (6.1)

$$\begin{aligned} \underline{4} \times \underline{4} \times \underline{4} &= \underline{20}' + 2 \cdot \underline{20} + \bar{4} \\ \underline{4} \times \underline{4} \times \bar{4} &= \underline{36} + \bar{20} + 2 \cdot \underline{4} \end{aligned}$$

Messbarkeit: (6.2)

$$\begin{aligned} \underline{4} \times \underline{4} \times \underline{4} \times \underline{4} \times \underline{4} &= \underline{56} + 4 \cdot \underline{84}' + 5 \cdot \underline{60} + 5 \cdot \bar{20} + 6 \cdot \underline{36} + 4 \cdot \underline{4} \\ \underline{4} \times \underline{4} \times \bar{4} \times \underline{4} \times \bar{4} &= \underline{160} + \underline{84}' + 2 \cdot \underline{140} + 2 \cdot \underline{60} + \bar{20}' + 6 \cdot \underline{36} + 6 \cdot \bar{20} \\ &\quad + 4 \cdot \underline{4} \end{aligned}$$

$$\underline{4} \times \underline{4} \times \underline{4} \times \underline{4} \times \bar{4} = \underline{120} + 3 \cdot \underline{140} + 2 \cdot \bar{60} + 4 \cdot \underline{20}' + 3 \cdot \bar{36} + 8 \cdot \underline{20} + 4 \cdot \bar{4}$$

Von den irreduziblen Darstellungen der Fünffachfusionen konnte bisher nur die 60 ermittelt werden. Wir begnügen uns daher im vorliegenden Rahmen mit einer kurzen Diskussion der Darstellungen $\underline{20}$ und $\underline{20}'$, die einen Vergleich mit dem Standardmodell ermöglichen. Die DFG der $\underline{20}$ ergibt sich wie folgt (Fixindex $\lambda = 0$, $p_{\mu 0} = p_{\mu}$, $m_p = 1$):

$$(p_\alpha \gamma_{\alpha 0} - i) \psi_{\mu 0} + 2p_\mu \gamma_{\alpha 0} \psi_{\alpha 0} = 0, \quad \mu, \alpha = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (6.3)$$

Gemäß (6.1) und $\underline{4} \times (\underline{4} \times \underline{4}) = \underline{4} \times (\underline{10} + \underline{6})$ sollte diese Gleichung im Grundzustand des SRT-H-Atoms die Kopplung des kompakten Elektrons an das elektromagnetische Feld des kompakten Protons aus dem Baryonenoktett beschreiben. Durch die Fusion $\underline{4} \times \underline{4} \times \underline{4}$ ist jedoch der skalare Bispinor ψ des Elektrons in einen Fünfervektor-Bispinor $\psi_{\mu 0}$ aufgespalten. Von der Gleichung (6.3) gehört nur die fünfte, skalare (korrekter: pseudoskalare) Komponente

$$(p_\alpha \gamma_{\alpha 0} - i) \psi_{50} + 2p_5 \gamma_{\alpha 0} \psi_{\alpha 0} = 0 \quad (6.4)$$

zur elektromagnetischen Kopplung. Das wird deutlicher, wenn man (6.4) umformt in

$$\{\gamma_{\alpha 0}(p_\alpha + 2p_5 \psi_{\alpha 0} / \psi_{50}) - i\} \psi_{50} = 0, \quad (6.5)$$

darin die $\psi_{\alpha 0}$ als verallgemeinerte Koordinaten der Projektiven Relativitätstheorie auffasst und berücksichtigt, dass dann die $\psi_{\mu 0} / \psi_{50}$ sich wie elektromagnetische Potentiale verhalten. [15]. Mit

$$2p_5 \cdot \psi_{\mu 0} / \psi_{50} = e\Phi_{\mu 5}, \quad \Phi_{\mu 5} = 2p_5 / e \cdot \psi_{\mu 0} / \psi_{50} \quad (6.6)$$

wird dann die Gleichung (6.5) identisch mit der kompakten Standardgleichung eines Elektrons in Wechselwirkung mit dem elektromagnetischen Potential $\Phi_{\mu 5}$ eines Protons ($\psi_{50} = \psi$)

$$\{\gamma_{\alpha 0}(p_\alpha + e\Phi_{\alpha 5}) - i\} \psi = 0. \quad (6.7)$$

Damit dies nicht wie formale Spekulation erscheint, sollte die fünfvektoruelle Struktur bereits implizit in der Basisdarstellung 4 der $SO(6)$ angelegt sein. Da dies für die Gleichungen (3.5) sicher nicht zutrifft, bleibt nur die Annahme, dass die Aufspaltung $\psi \rightarrow \psi_{\mu 0}$ eine Folge des Diskompaktifizierungs- und Realisierungsprozesses des Elektrons sein muss. Im Abschn. 8 wird gezeigt, dass dies tatsächlich der Fall ist. Wir schließen daraus, dass der zusätzliche Vierervektor-Bispinor $\psi_{\mu 0}$, $\mu = 1, 2, 3, 4$ das Elektron an das Spin-Trägheitsfeld des Protons als SRT-Vorstufe des Metrions ankopplelt.

In den DFG der in der Fusion $\underline{4} \times \underline{4} \times \underline{4}$ auftretenden Darstellung 20', (6.1), 1. Zeile, ist der Skalar-Bispinor ψ in einen vollständig alternierenden Fünfervektor-Bispinor ψ_ζ , $\zeta = 1, 2, 3, 4, 5$, aufgespalten. Die Gleichungen sind dementsprechend kompliziert; sie beschreiben die Kopplung des kompakten SRT-Fermions an das elektromagnetische und das Trägheitsfeld des kompakten Baryonen-Dekupletts. [16]

Die DFG der Darstellung 60 als der einzig bekannten der Fünffachfusionen ist eine einfache Verallgemeinerung der Gleichung (6.3) und lautet

$$(p_\alpha \gamma_{\alpha 0} - i) \Psi_{\mu\nu} + 2p_\mu \gamma_{\alpha\nu} \Psi_{\alpha\nu} + 2p_\nu \gamma_{\alpha\mu} \Psi_{\alpha\mu} = 0, \quad \mu, \nu, \alpha = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (6.8)$$

Sie beschreibt folgerichtig im Grundzustand die Kopplung des kompakten Elektrons an das elektromagnetische Feld des kompakten Protons sowie an das Gravitations- und Trägheitsfeld des kompakten Metrons im ART-H-Atom, und dies in verallgemeinerten, projektiven Koordinaten und Impulsen.

7. Kompakte Atome und Superstringtheorie

Zwischen den finiten Strings und den analytischen Strings der Superstringtheorie besteht ein bemerkenswerter Zusammenhang. In der stark vereinfachten Fassung der Superstringtheorie sind *fermionische Strings* nur in einem zehndimensionalen Raum möglich. Von den zehn Dimensionen stellt man sich die über die Raumzeit hinausgehenden sechs Dimensionen als in der Planck-Skala kompaktifiziert (in zusätzlichen topologischen Räumen „engerollt“) vor. Im Rahmen des Finiten Stringmodells operiert die $SO(6)$ -Basisgleichung (3.5) in genau diesen sechs kompaktifizierten Dimensionen. Diese Gleichung kann durch sukzessive Kronecker-Produkt-Bildung der Spinoperatoren innerhalb der D-Familie der Lieschen Gruppen aus einer $SO(2)$ -Massendipol-Gleichung für einen Zweipunktstring über eine tetraederische $SO(4)$ -Massenquadrupol-Gleichung als ikosaedrische $SO(6)$ -Massen-12-Pol-Gleichung konstruiert werden. Daraus lässt sich, nun aus der vereinigten Sicht von Finitem Stringmodell und Superstringtheorie, der Schluss ziehen, dass die vier Raumzeitdimensionen durch Fortsetzung der Spinproduktbildung entstehen, d.h. durch zwei weitere Schritte in Richtung höherer $SO(2n)$ -Gruppen und ihrer zugehörigen kompakten Dirac-Gleichungen. Folgerichtig sollte man die Ausgangsposition für eine finit und diskret begründete, modifizierte Superstringtheorie durch den Aufstieg $SO(6) \rightarrow SO(8) \rightarrow SO(10)$ und die jeweils zugehörigen erweiterten Dirac-Gleichungen erreichen.

Die Basisgleichung einer solchen, nicht nur von der Planck-Skala, sondern konsequent von allen physikalischen Planck-Einheiten ausgehenden Superstringtheorie ist dann die $SO(10)$ -Gleichung

$$\{p_\alpha^{(1)} (\gamma_5 \times \gamma_\alpha) + p_\beta^{(2)} (\gamma_\beta \times \gamma_0) + p_5 (\gamma_5 \times \gamma_5) - \text{im}_p (\gamma_0 \times \gamma_0)\} \psi^{(10)} = 0, \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3, 4. \quad (7.1)$$

Im Grundzustand ist (7.1) die kompakte projektive Dirac-Gleichung für zwei freie Elektronen (1) und (2), deren Distanz das *primordiale Erscheinen von Raumzeit* kennzeichnet. Durch die Besetzung mit zwei kompakten Elek-

tronen wird das Stringtetraeder der $SO(6)$ -Basisgleichung statistisch *gesättigt*: Ein String (1) aus Planckion und aktuellem Selbstbezugssystem lässt genau den Platz frei für einen zweiten String (2), der nicht mehr selbstreferent bezüglich (1) ist, sondern durch Diskompaktifizierung und physikalische Realisierung zum raumzeitlichen String der Superstringtheorie werden kann.

Um zu sehen, an welches Feld die beiden Elektronen ankoppeln, betrachten wir die zur $SO(10)$ gehörigen Fusions-Kopplungs-Äquivalenzen. Die Dreifachfusion der $SO(10)$ -Basisdarstellung 16 führt auf die zur 20 der $SO(6)$ korrespondierende $SO(10)$ -Darstellung 144. Reduziert man die 144 durch sukzessives Festhalten der (jetzt durchgängig gezählten) Indizes und damit der zugehörigen Rotationen 9, 8, 7, ... bis auf das $SO(6)$ -Niveau, dann zerfallen die Kopplungen des Elektronenpaars ebenso sukzessive in $SO(6)$ -Kopplungen, beschrieben durch Gleichungen der Art (6.3). Es resultieren aber nicht zwei Kopplungsgleichungen der beiden Elektronen mit den elektromagnetischen und Trägheitsfeldern von zwei kompakten Oktettprotonen, gehörig zu zwei Darstellungen 20, sondern die 144 kann sowohl beim Auf- wie beim Abbau die Darstellungen der B-Familie, in unserem Fall die $SO(7)$ und die $SO(9)$, nicht überspringen, sodass sie schließlich gemäß

$$\begin{aligned} \underline{144} \rightarrow \underline{20} + \overline{20} + \underline{20} + \overline{20} + \text{Basisdarstellungen der } SO(9), \\ SO(8), \dots \end{aligned} \quad (7.2)$$

zerfällt.

Die Gleichungen der negativen Darstellungen $\overline{20}$ beschreiben die gleichen Kopplungen wie die der positiven 20, jedoch mit *negativen* Spinoperatoren oder *negativen* Elektronenmassen und können daher *weder diskompaktifiziert noch physikalisch realisiert* werden. Die Kopplungen, auch im Realen H-atomar, bleiben dennoch teilchenintern im Standardsinne, was uns veranlasst, ihre Träger als kompakte *Neutronen* zu deuten. Das durch die 144 angekoppelte kompakte Feld ergibt sich demgemäß als das vereinigte Zwei-Protonen-Zwei-Neutronen-Kernfeld eines kompakten ${}^4\text{He-Atoms}$.

In der entsprechend vereinfachten Superstringtheorie sind *bosonische Strings* nur in einem 26-dimensionalen Raum möglich. Geht man wieder von den sechs Dimensionen der $SO(6)$ aus, so gibt es als raumzeiterzeugende jetzt zwanzig Dimensionen, also fünfmal jene vier, die als $SO(6)$ -Erweiterung die $SO(10)$ ergaben. Diese Erweiterung war, gemäß $SO(2) \rightarrow SO(6) \rightarrow SO(6) \rightarrow SO(10)$, eine tetraederische Erweiterung. Es liegt nahe, ihre fünfmalige Wiederholung durch linearen Aufstieg in der D-Familie bis zur $SO(26)$ als ikosaedrische Erweiterung der $SO(6)$ zu deuten und dementsprechend, mit Bezug auf Abschnitt 2, die durch tetraedrische Erweiterung erzeugte Raum-

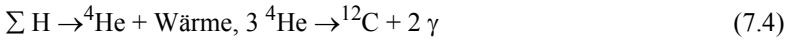
zeit als speziell-relativistisch und die durch ikosaedrische Erweiterung erzeugte als allgemein-relativistisch zu interpretieren.

Formal entspricht der ikosaedrischen Erweiterung die kompakte SO(26)-Dirac-Gleichung

$$\begin{aligned} & \left\{ p_{\alpha}^{(1)}(\gamma_5 \times \gamma_5 \times \gamma_5 \times \gamma_5 \times \gamma_5 \times \gamma_{\alpha}) + p_{\beta}^{(2)}(\gamma_5 \times \gamma_5 \times \gamma_5 \times \gamma_5 \times \gamma_{\beta} \times \gamma_0) + \dots \right. \\ & + p_{\zeta}^{(6)}(\gamma_{\zeta} \times \gamma_0 \times \gamma_0 \times \gamma_0 \times \gamma_0 \times \gamma_0) + p_5(\gamma_5 \times \gamma_5 \times \gamma_5 \times \gamma_5 \times \gamma_5 \times \gamma_5) \\ & \left. - \text{im}_p(\gamma_0 \times \gamma_0 \times \gamma_0 \times \gamma_0 \times \gamma_0 \times \gamma_0) \right\} \psi^{(26)} = 0 \\ & \alpha, \beta, \zeta = 1, 2, 3, 4. \end{aligned} \quad (7.3)$$

von sechs Elektronen (im Grundzustand) als Besetzung eines *gesättigten Bistringikosaeders*. Die zugehörigen Fusions-Kopplungs-Äquivalenzen und die Reduktion bis zur SO(6) zeigen, dass das Elektronensextett im allgemeinsten Fall an das generelle Feld von sechs Protonen und sechs Neutronen ankoppelt und dadurch ein kompaktes ^{12}C -Atom bildet.

Beide Atome, Helium-4 und Kohlenstoff-12, haben über die fundamentalen Prozesse



zentrale kosmologische Bedeutung für die Entstehung und Evolution lebender Organismen im realen Universum. Umso bemerkenswerter erscheint ihr innerer Zusammenhang mit dem bisher ungeklärten Dimensionsproblem der Superstringtheorie und mit dessen Deutung auf der Basis des Finiten Stringmodells.

8. Stringstatistik, Quantentheorie und das Stringkollektive Fermionmodell

Wie eingangs angedeutet, resultiert das zentrale Konzept unseres Modells, die Erweiterung der thermodynamischen Statistik auf ihre eigenen Elemente, die realen Teilchen der quantentheoretischen Standardhierarchie, durch eine in diesen verborgene Eigenstatistik von Zweipunktstrings, aus der konsistenten Integration der Planck-Einheiten in die bisherige Theorie. Wir stellen uns dazu vor, wie bereits skizziert, dass die Standardteilchen sich für den Beobachter in (idempotente) statistische Kollektive *physikalisch idealer* (virtueller) Zweipunktstrings in thermodynamischen Phasenraumzellen wie in klassischen Behältern auflösen, sobald der Beobachter sich der Planck-Grenze nur genügend annähert. Damit postulieren wir, dass die Unterschiede zwischen

und innerhalb von Fermionen und Bosonen virtuelle *statistisch-eigendynamische Zustandsunterschiede* der finiten Stringmannigfaltigkeit in ihren Spinphasenräumen sind, analog etwa den realen Aggregatzuständen klassisch-thermodynamischer Materie: Die Standard-Teilchenhierarchie soll sich bei näherem Zusehen als *Zweipunktstringkollektiv-Hierarchie* erweisen.

Das bisher entwickelte Finite Stringmodell operiert ausschließlich im raumzeitfreien Planck-Vakuum der finiten Spinphasenräume. Was wir beobachten und messen, sind aber *physikalisch reale* Fermionen und ihre Wechselwirkungen, vermittelt durch *physikalisch reale* Bosonen, in Raum und Zeit. Wir haben daher zu zeigen, dass die Hierarchie kompakter statistischer Bispingleichungen, die durch die Fusionen der Fusions-Kopplungs-Äquivalenzen (5.1), (5.2) aus der kompakten projektiven Dirac-Gleichung (3.5) (einschließlich (3.4)) bei „Anschalten“ der Stringstatistik in eine Hierarchie raumzeitlicher Differentialgleichungen für reale Fermionen und Bosonen und ihre Kopplungen in Raum und Zeit übergehen, die in guter Näherung die Theorie des Teilchen-Standardmodells approximiert. Damit sollte das im Standardmodell als punktförmig betrachtete Fermion seine tiefere stringstatistische Kollektivstruktur sichtbar werden lassen und zugleich die bis in die Planck-Skala hinabreichenden Wurzeln der Quantentheorie offenlegen.

Im Planck-Vakuum der finiten Strings sind Koordinaten und Impulse auf Dimensionsindizes reduziert. Daher ist der Spin- oder Eigenphasenraum Π eines Fermions endlich und besteht aus den 64 Zellen $\sigma_r \times \sigma_s \times \sigma_t \equiv \sigma_{rst}$ mit $r, s, t = 1, 2, 3, 0$. Da „verschiedene“ σ_r ununterscheidbar sind, müssen die Zellen sukzessiv unterscheidbar aufgebaut und zugleich sukzessiv unterscheidbar mit den im Spin-Maßsystem der ART gültigen Energie-Impuls-Tensor-Komponenten σ_{iklm} des Fermions besetzt werden. [17] Deren für die Darstellung in der $SO(6)$ notwendige Umschreibung in Dirac-Operator-Produkte $\gamma_{\mu\nu\rho\sigma}$, vgl. (3.6), und die Abspaltung der 136 symmetrischen $\bar{\gamma}_{\mu\nu\rho\sigma} = \bar{\gamma}_{\rho\sigma\mu\nu}$ unterwirft sie im Äußeren der Planck-Längen-Kugel genau den Symmetrien des RC-Tensors; für deren Inneres verbleiben die 120 antisymmetrischen $\hat{\gamma}_{\mu\nu\rho\sigma} = -\hat{\gamma}_{\rho\sigma\mu\nu}$. Andererseits wird der im Spin-Maßsystem beobachtbare Energie-Impuls-Tensor durch die Inkorporation der RC-Tensor-Komponenten (bzw. ihrer antisymmetrischen Komplemente) zum im Spin-Maßsystem messbaren Energie-Impuls-Tensor. [18] Unter Berücksichtigung der Symmetrie- und Unterscheidbarkeitsbedingungen gibt es im Standard-Äußeren eines Fermions

$$w = 136^4 \cdot 135^{16} \cdot 134^{64} \approx 5,68 \cdot 10^{178} \quad (8.1)$$

verschiedene Besetzungen seines Eigenphasenraumes Π , je Dimension r also

$$w_r = 136 \cdot 135^4 \cdot 134^{16} \approx 4,88 \cdot 10^{44}. \quad (8.2)$$

Da die σ_r als 2×2 -Matrixoperatoren verschieden dargestellt sein können, sind die Besetzungsmöglichkeiten eines Eigenphasenraumes Π nicht durch natürliche Zahlen $1, 2, 3, \dots$, sondern durch hyperkomplexe Zahlen abzuzählen, am einfachsten durch natürlichen *Betrag* und hyperkomplexe *Phase* $n \cdot \exp(i\sigma_r\varphi_r)$, oder, in Dirac-Operatoren, $n \cdot \exp(i\gamma_{\mu\nu}\varphi_{\mu\nu})$, $n = 1, 2, \dots, w$, $\varphi_r = \varphi_{\mu\nu} = 1, 2, \dots, w$. Die Phasenfaktoren, die ausführlicher

$$\exp(2\pi i \cdot \gamma_{\mu\nu} m_{\mu\nu} n_{\mu\nu} / w_{\mu\nu}), \quad m_{\mu\nu}, n_{\mu\nu} = 1, 2, \dots, w_{\mu\nu} \quad (8.3)$$

geschrieben werden können, bilden zyklische Gruppen $c_w^{\mu\nu}$ von $w_{\mu\nu}$ -ter Ordnung, im Regelfall eines zweihändigen Fermions mit doppeltem Eigenphasenraum $\Pi \times \Pi$ in allen 15 $\mu\nu$ -Ebenen der $SO(6)$. Die $c_w^{\mu\nu}$ sind Abelsche Untergruppen der nicht-Abelschen Gruppe c_w , die wiederum eine endliche Untergruppe der $SO(6)$ ist und wegen $w \gg 1$ praktisch mit dieser gleichgesetzt werden kann. Die durch Festhalten von $m_{\mu\nu}$ und Laufenlassen von $n_{\mu\nu}$ und umgekehrt erhaltenen $w_{\mu\nu}$ irreduziblen Darstellungen von $c_w^{\mu\nu}$ lassen sich in einer $w_{\mu\nu} \times w_{\mu\nu}$ -Supermatrix $R_{\mu\nu}$ so anordnen, dass *entweder* alle Zeilen *oder* alle Spalten von $R_{\mu\nu}$ die irreduziblen Darstellungen von c_w repräsentieren. Da entlang den Zyklen der $c_w^{\mu\nu}$ die $\mu\nu$ -ten Dimensionen des Koordinaten- und des Impulsraumes diskompaktifiziert werden, interpretieren wir die Zeilen-Spalten-Symmetrie der $c_w^{\mu\nu}$ -Darstellungen als den stringstatistischen (kompakten) Ursprung der (q,p)-Symmetrie der Hamilton-Jacobischen Quantenmechanik und setzen

$$\exp(i\gamma_{\mu\nu}\varphi_{\mu\nu}) = \exp(2\pi i \gamma_{\mu\nu} m_{\mu\nu} n_{\mu\nu} / w_{\mu\nu}) = \exp(i\gamma_{\mu\nu} p_{\mu\nu} q_{\mu\nu} / \beta) \quad (8.4)$$

Gemäß dieser Symmetrie sollen nun durch die statistische Realisierung der einzelnen Besetzungsmöglichkeiten des Fermion-Eigenphasenraumes mit den messbaren Fermion-Energiekomponenten, d.h. durch die Erzeugung von *Spin-oder Eigenentropie*, die Zellen des thermodynamischen Phasenraumes entweder entlang der $\mu\nu$ -ten Raumzeitdimension oder entlang der $\mu\nu$ -ten Impulsraumdimension „ausgerollt“ (diskompaktifiziert) werden. Nach unserem Postulat erscheint diese *statistische Realisierung* einer Mikrophasenraum-Besetzung in Form einer Makrophasenraum-Zelle dem Beobachter als *physikalische Realisierung* des Fermions in diese Zelle (vgl. aber Abschn. 10). Dementsprechend setzen wir die Spin- oder Eigen-Boltzmann-Formeln für ein Fermion an ($\lambda = 0$):

$$\gamma_{\mu 0} q_{\mu} = I_p \cdot \ln(w_{\mu\nu} \exp(i\gamma_{\mu\nu}\varphi_{\mu\nu})) = I_p (\ln w_{\mu\nu} + i\gamma_{\mu\nu}\varphi_{\mu\nu}) \quad (8.5)$$

$$\gamma_{\mu 0} p_{\mu} = m_p c \cdot \ln(w_{\mu\nu} \exp(i\gamma_{\mu\nu} \phi_{\mu\nu})) = m_p c (\ln w_{\mu\nu} + i\gamma_{\mu\nu} \phi_{\mu\nu}) \quad (8.6)$$

Dabei betrachten wir zunächst den logarithmischen Eigenentropieterm als konstant und zeigen, dass dann der lineare Eigenentropieterm zur *stringstatistischen Basis der Standard-Quantentheorie* wird.

Dieser Zusammenhang liegt nahe: Wenn die irreduziblen Darstellungen der $c_w \approx SO(6)$ eindeutig die als Stringkollektivzustände gedeuteten Fermionen und Bosonen des (modifizierten) Standardmodells repräsentieren, dann sollten die irreduziblen Darstellungen der Untergruppen $c_w^{\mu\nu}$ der $c_w \approx SO(6)$ ebenso eindeutig zu den Unterezuständen dieser Teilchen gehören. Solche Unterezustände sind empirisch die Quantenzustände der Teilchen. Die Folgerung kann als bewiesen gelten, wenn durch die Einführung der Eigen-Boltzmann-Formeln (8.5), (8.6) in die statistische Bispingleichung (3.5) diese formal in die dem Standardmodell zugrunde liegende, projektiv erweiterte Dirac-Differentialgleichung übergeht.

Dazu betrachten wir das finite Stringkollektiv, das unter Laborbedingungen als punktförmiges Fermion erscheint, nach dem thermodynamischen Vorbild als Maxwell-Boltzmannsche Gleichverteilung eines physikalisch idealen Stringgases in einer Makro-Phasenraumzelle als Behälter. Die Eigenentropie-Maximumbedingung lautet in beiden Formeln (8.5), (8.6)

$$\delta \phi_{\mu\nu} = \delta (p_{\mu\nu} q_{\mu\nu} / \beta) = 0 \quad (8.7)$$

Da die Gültigkeit der Koordinaten-Boltzmann-Formel diejenige der Impuls-Boltzmann-Formel ausschließt und umgekehrt, und da sowohl $w_{\mu\nu}$ als auch $\phi_{\mu\nu}$ statistische Summen sind und $q_{\mu\nu}$ auf einem Kreis der $\mu\nu$ -Ebene variiert, schreiben wir (8.7)

$$\delta (p_{\mu\nu} \oint dq_{\mu\nu} / h) = 0 \quad (8.8)$$

oder

$$p_{\mu\nu} \oint dq_{\mu\nu} = z_{\mu\nu} h \quad (8.9)$$

Durch das Umlaufintegral wird die Summenbildung approximiert ($w \gg 1$), $z_{\mu\nu}$ ist die Anzahl der Umläufe. Die hier scheinbar operierenden Sommerfeldschen Phasenintegrale simulieren, entsprechend der Fundierung der Quantentheorie auf dem Niveau der Planck-Skala, als stringstatistische Häufigkeiten, das Bohr-Sommerfeld-Modell nur formal.

Nun setzen wir (8.9) in die Eigen-Boltzmann-Formel (8.5) ein, integrieren $z_{\mu\nu}$ mal über den vollen Wertebereich von $\phi_{\mu\nu}$ und erhalten schließlich mit Hilfe eines Differenzenkalküls mit $1_p \approx \Delta q_{\mu} [20]$ die umlauf-unabhängige Differenzenoperation

$$\gamma_{\mu 0} p_{\mu} \Psi \stackrel{B}{=} \gamma_{\mu\nu} (B/i) (\Delta \psi_{\nu} / \Delta q_{\mu}) , \mu, \nu = 1, 2, 3, 4, 5, \mu \neq \nu \quad (8.10)$$

Wegen $\Delta q_{\mu} \approx 10^{-33}$ cm und $w_{\mu\nu} \approx 10^{44}$ ist sie praktisch gleich der Differentialoperation

$$\gamma_{\mu 0} p_{\mu} \Psi \approx \gamma_{\mu\nu} (B/i) (\partial \psi_{\nu} / \partial q_{\mu}), \quad \mu, \nu = 1, 2, 3, 4, 5, \quad \mu \neq \nu \quad (8.11)$$

die, wie erwartet, die statistische Bispingleichung (3.5) in der Form einer Differentialgleichung

$$(-i\beta \gamma_{\alpha\nu} \partial_{\alpha} - i) \psi_{\nu} = 0, \quad \alpha, \nu = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (8.12)$$

erscheinen lässt. Diese ist aber nicht die gewohnte skalare (projektiv erweiterte) Dirac-Gleichung, die im Planck-Vakuum auch aus dem Finiten Stringmodell resultiert, sondern, wie im Fall der Ankopplung an das elektromagnetische und Trägheitsfeld des Protons, eine *Fünfervektor-Bispinor-Gleichung*. Ferner ist der Wertevorrat der q_{μ} und der p_{μ} durch die statistische Besetzungshäufigkeit des Eigenphasenraums diskret und begrenzt, und das stringkollektive Elektron hat noch Planck-Masse und Planck-Ladung.

Gleichung (6.3) beschreibt ein kompaktifiziertes, gekoppeltes, Gleichung (8.12) ein diskompaktifiziertes, in Raum und Zeit lokalisiertes, aber noch ungekoppeltes Elektron. Auch wenn (8.12) nach dem Vorbild von (6.3) an das Feld eines Protons angekoppelt wird, liefert die Kopplungsgleichung aus der Sicht des Finiten Stringmodells, analog (6.3), nur beobachtbare Größen, die für das SRT-H-Atom charakteristisch sind. Um messbare Größen zu erhalten, fordert das Finite Stringmodell schon im Planck-Vakuum grundsätzlich die Erweiterung der Gleichung (6.3) der Darstellung 20 zur Gleichung (6.8) der Darstellung 60, d.h. den Übergang vom SRT- zum ART-H-Atom, explizit die Ankopplung an das *Gravitationsfeld des Metrons*, oder allgemeiner, an das Gravitationsfeld eines anderen Objekts, interpretiert als „Messgerät“. Wegen der Nichtlinearität gravistarker Felder muss daher in unserem Modell ein freier, durch eine lineare Gleichung mit beliebig superponierten Lösungen beschriebener Zustand durch die Gravitationskopplung prinzipiell zusammenbrechen und sich auf die eindeutige Lösung der Kopplungsgleichung als Messergebnis beschränken. Dies gilt im Planck-Vakuum und muss nach „Einschalten“ der Stringstatistik, d.h. nach der Diskompaktifizierung von Raum und Zeit und der physikalischen Realisierung des Elektrons gültig bleiben. Auf der hier vertretenen stringstatistischen Basis ist das der Grund, aus dem für die Quantentheorie, die die Gravitationskopplung mit ihrem Formalismus für unvereinbar hält, das zwar mathematisch aber nicht physikalisch darstellbare Phänomen des „Zustandskollaps“ entsteht.

9. Elektronenladung und Elektronenmasse

Da die Gleichung (8.12) die Näherung einer statistischen Bispingleichung ist, können die gemessenen Größen des stringkollektiven Elektrons prinzipiell auch nur durch stringstatistische Prozesse aus den entsprechenden Planck-Einheiten entstehen. Man kann darin eine Verallgemeinerung der Standardannahme sehen, dass alle Teilchenmassen aus der Higgs-Masse ableitbar sein sollten. Bisher verfügen wir noch nicht über die Kopplungsgleichungen der Fermionen an das Gravitationsfeld (mit Ausnahme derjenigen zur Darstellung 60), so dass nur allgemeinere Prinzipien des Vorgehens zum Erhalt gemessener Größen geltend gemacht werden können. Insbesondere betrifft dies die gemessene Ladung und die gemessene Masse des Elektrons.

Dazu bemerken wir, dass die Bispinoperatorterme in (8.12) formal so interpretiert werden können, als ob sie Standard-Kopplungsterme wären, die an der Planck-Grenze die Kopplung des Planckions an sein Selbstbezugssystem beschreiben:

$$\begin{aligned} \gamma_{\mu\nu}(\hbar/i)(\partial\psi_\nu/\partial q_\mu) &\approx \gamma_{\mu\nu}(\hbar/i)(\alpha_p l_p)\psi_\nu = \gamma_{\mu\nu}(\hbar/i)(e_p^2/hc)(1/l_p)\psi_\nu \\ &\approx \gamma_{\mu\nu}(\hbar/i)(\beta_p/l_p)\psi_\nu = \gamma_{\mu\nu}(\hbar/i)(Gm_p^2/hc)(1/l_p)\psi_\nu \end{aligned} \quad (9.1)$$

Die Einheitskopplungskonstanten $\alpha_p = \beta_p$ lassen sich wahlweise der elektromagnetischen oder der Gravitationskopplung zuordnen, in Übereinstimmung mit der Konvergenzannahme des Standardmodells für alle Kopplungen an der Planck-Grenze. Nun schreiben wir die Einheitsoperatoren (9.1) in der Form $\gamma_{\mu\nu}h/2\pi i$, wo $2\pi i$ das logarithmische Residuum der Umlaufintegrale (8.8), (8.9) ist, und fordern, dass die Planck-Grenzen-fernen Kopplungsoperatoren des physikalisch realisierten Elektrons durch allgemeinere logarithmische Residuen bestimmt werden. Diese mögen sich dadurch ergeben, dass man die Basisdarstellungen der Untergruppen $c_w^{\mu\nu}$ der $c_w \approx SO(6)$ in entsprechender Weise reduziert erweitert, wie dies mit der $SO(6)$ -Basisdarstellung 4 durch $4 \rightarrow 4 \times 4$, $4 \rightarrow 4 \times 4 \times 4$, ... vorgenommen wurde, um Kopplungen von Teilchen zu erhalten. Konkret ersetzen wir die Basisdarstellungen $\exp(i\gamma_{\mu\nu}\phi_{\mu\nu})$, $\exp(2i\gamma_{\mu\nu}\phi_{\mu\nu})$, ... der $c_w^{\mu\nu}$ in den Eigen-Boltzmann-Formeln (8.5), (8.6) durch hyperkomplexe Fourier-Summen, näherungsweise Fourier-Integrale, und betrachten die unter ihnen als orthonormale approximative Funktionensysteme $f_1(q)$, $f_2(q)$, ... auftretenden höheren Darstellungen der $c_w^{\mu\nu}$. Mit diesen und der Formel (8.4) lässt sich der Aufbau und die Besetzung des Eigenphasenraumes und damit die gesamte Entwicklung, die von der Bispingleichung (3.5) bis zu ihrer w -fachen ($\approx \infty$ -fachen) Aufspaltung in Form der vektoriiellen Differentialgleichung (8.11) führt, auf

höherer, funktionalanalytischer Ebene nachvollziehen, wobei die bisher konstanten Größen q, p, φ, w, \dots näherungsweise durch Funktionen $q'(q), p'(q), \varphi'(q), w'(q), \dots$ ersetzt sind.

Insbesondere wird die Variation der Eigenentropie über die verallgemeinerte Koordinaten-Boltzmann-Formel (8.5) (γ -Operatoren weggelassen, $l_p \rightarrow l$)

$$\delta q_\mu(q) = l \{ \delta \ln w_{\mu\nu}(q) + i \delta \varphi_{\mu\nu}(q) \}, \quad (9.2)$$

und die Phasenintegrale lauten im einfachsten Fall

$$p_\mu(q) \oint dq_\mu(q) = h. \quad (9.3)$$

Mit der Vereinfachung $\varphi_{\mu\nu}(q) \approx \varphi_{\mu\nu}$ erhalten wir schließlich die Impulsfunktion

$$p_\mu(q) \approx h / \{ \oint d \ln w_{\mu\nu}(q) + 2\pi i \}, \quad (9.4)$$

die in der reduzierbaren verallgemeinerten Bistringstatistik den konstanten Impulskoeffizienten p_μ aus (9.1) ersetzt und das logarithmische Planck-Grenzen-Residuum durch das logarithmische Residuum der jetzt raumzeitabhängigen Häufigkeitsfunktion $w_{\mu\nu}(q)$ ergänzt. Die logarithmischen Residuen der $w_{\mu\nu}(q)$ lassen sich aus der Anzahl der bei der Integration $\oint dq_\mu(q)$ umlaufenden Nullstellen berechnen.

Bei *elektromagnetischer Kopplung* durchlaufen die $w_\mu(q)$, $\mu = 1, 2, 3, 4$, Kreise in dem von den hyperkomplexen (bispinorstatistisch erzeugten) $\mu 5$ -Ebenen aufgespannten Raum. Funktionentheoretisch wird die Konstante w_μ über die abgekürzt durch $\bar{\sigma}_{iklm} \rightarrow \bar{\sigma}_{iklm}(q)$ dargestellte reduzierbare Erweiterung zur Funktion $w_\mu(q)$. Statistisch heißt dies, dass ein $\bar{\sigma}_{iklm}$ (bzw. $\bar{\gamma}_{\mu\nu\rho\sigma}$) durch den Vorrat des $\mu 5$ -Raumes an q Indizes „ q -fach unterscheidbar aufspaltet“. Dadurch erhält die Konstante w_μ als Faktor die Anzahl der Verteilungsmöglichkeiten der q auf die

$$136 \bar{\gamma}_{\mu\nu\rho\sigma}: \quad w_{\mu 5}(q) = w_{\mu 5} \cdot q^{136}. \quad (9.5)$$

Daraus ergibt sich für (9.4)

$$p_\mu(q) = (B/i) \cdot (1/l \cdot 137) \approx (B/i) \cdot (\alpha/l), \quad (9.6)$$

eine in Anbetracht der stark vereinfachten funktionentheoretisch statistischen Überlegungen bemerkenswerte Näherung des empirisch ermittelten Kopp- lungsterms mit $\alpha = e^2/\beta c$.

Bei *Gravitationskopplung* durchlaufen die $w_{\mu\nu}(q)$, $\mu, \nu = 1, 2, 3, 4$, Kreise in der hyperkomplexen Spin-Substruktur der physikalischen Raumzeit selbst. Bei der Besetzung des Eigenphasenraumes sind daher zusätzlich die dort gültigen Erhaltungssätze zu berücksichtigen. Dies erfordert einen unabhängigen Impulsvergleichsraum (im Spinmaßsystem) beim Aufbau und der Beset-

zung des Eigenphasenraumes. Wir nehmen an, dass die σ_r und die $\bar{\sigma}_{iklm}$ zunächst den separaten Eigenimpulsraum aufbauen und unterscheidbar besetzen, und dass die dabei resultierenden

$$w_p = 136^4 \cdot 135^{16} \quad (9.7)$$

Besetzungsmöglichkeiten die $136 \bar{\sigma}_{iklm}$ als Indizes w_p -fach unterscheidbar aufspalten. Erst diese $136 \times w_p \bar{\sigma}_{iklm} = 136 \times w_p \bar{\gamma}_{\mu\nu\rho\sigma}$ besetzen den Eigenphasenraum des gravitativ gekoppelten Elektrons. Es sei also

$$w_{\mu\nu}(q) = w_{\mu\nu} \cdot q \uparrow (136 w_p) = w_{\mu\nu} \cdot q \uparrow (136^5 \cdot 135^{16}) \quad (9.8)$$

und

$$p_\mu(q) \approx (\beta/i) \cdot 1 / (i(136^5 \cdot 135^{16} + 1)), \quad (9.9)$$

wo

$$\beta = (136^5 \cdot 135^{16} + 1)^{-1} \approx 1,77 \cdot 10^{-45} \quad (9.10)$$

als Gravitationskopplungskonstante des Finiten Stringmodells postuliert wird. Sie gleicht mit hoher Genauigkeit der experimentellen Konstante des Standardmodells

$$\beta = Gm_e^2 / \hbar c \approx 1,75 \cdot 10^{-45} \quad (9.11)$$

10. Stringstatistische Kosmologie

In dem auf den Planck-Einheiten als physikalischen Einheiten begründeten Universum, in dem Raum und Zeit durch die Eigenentropie der als finite Stringkollektive erklärten individuellen Teilchen definiert sind, kann es keine singulären Zustände geben. Ein solches stringstatistisches Universum muss für jeden zu ihm gehörigen Beobachter *in jedem beliebigen Raumpunkt und zu jedem beliebigen Zeitpunkt* homogen und isotrop erscheinen. Dennoch weist es wider Erwarten, ebenso wie das Standarduniversum, eine *raumzeitliche Expansion* auf, jedoch als eigenstatistisches Phänomen seiner individuellen Bestandteile. Schaltet man nämlich in einem Multifermion-Universum die Kopplungen an, dann wird das irreversible Anwachsen der thermodynamischen Entropie S nicht mehr nur durch Abzählen der möglichen Vertauschungen realer Fermionen verifiziert, sondern man hat zusätzlich die statistischen Realisierungsprozesse der einzelnen Fermionen und deren Eigenentropien zu berücksichtigen: Bei der Realisierung von N Fermionen sind auch die möglichen Vertauschungen der die N Eigenphasenräume $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_N$ besetzenden unterscheidbaren Energie-Impuls-Tensor-Operatoren $\bar{\sigma}_{iklm,1}, \bar{\sigma}_{iklm,2}, \bar{\sigma}_{iklm,3}, \dots, \bar{\sigma}_{iklm,N}$ abzuzählen. Dadurch wird die thermodyna-

mische durch die String- oder Eigenstatistik diversifiziert und aufgespalten. Denn nur bei Indexgleichheit von Π und $\bar{\sigma}_{iklm}$ wird ein Fermion in einer thermodynamischen Phasenraumzelle physikalisch realisiert, andernfalls sieht der Beobachter eine *leere Phasenraumzelle*. Nimmt aber S zu, dann muss auch die Anzahl Z leerer Phasenraumzellen anwachsen: Der Beobachter sieht eine Expansion der Raumzeit

$$Z \text{ proportional } S. \quad (10.1)$$

Durch die Realisierungsprozesse werden nicht nur leere Raumzeitzellen erzeugt, sondern leere Zellen des thermodynamischen Phasenraumes und damit leere Impuls-Energie-Zellen. Das könnte den Ursprung der Expansionsenergie klären. Aber auch ein Zusammenhang mit der dunklen Energie des Universums scheint nicht ausgeschlossen.

Um das Flachheits- und das Horizontproblem des Universums zu lösen, muss die Standardkosmologie die *Inflation* und besondere *Inflationfelder* postulieren. Es kann als eindrucksvolle Stütze einer stringstatistischen Kosmologie betrachtet werden, dass die gleichen statistischen Realisierungsprozesse, die die Expansion in Gang setzen, an deren Beginn eine Phase setzen, die mit der Standardinflation vergleichbar ist: Bei jedem Realisierungsprozess eines kompakten Leptons der Planck-Masse m_p wird dessen Compton-Wellenlänge $l_p = \beta/m_p c$ abrupt um 19 bis 22 Größenordnungen „gedehnt“ und dadurch zur Compton-Wellenlänge $\beta/m_l c$ ($m_l =$ Leptonmasse) des physikalisch realisierten Leptons.

Eine über die Standardmodelle weit hinausgehende kosmologische Bedeutung hat der bei der stringstatistischen Begründung der Quantentheorie ganz vernachlässigte logarithmische Teil der Eigenentropie (vgl. Abschn. 9). Er kann nur anwachsen, wenn die *Individualität* der stringstatistischen Objekte sich erweitert, und das ist nur möglich durch Bildung höherer *Individuen* wie Atomen, Molekülen, Makromolekülen usw., wodurch sich die Anzahl der Operatoren $\bar{\sigma}_{iklm}$ für die Besetzung eines Eigenphasenraumes vergrößert. Gemäß dem Zweiten Hauptsatz der Eigendynamik wächst dabei aber keineswegs die „Unordnung“, sondern im Gegenteil eine Art von „Ordnung“ in der Struktur derart erweiterter physikalischer Individuen irreversibel an. Denn individuelle Erweiterungsprozesse solcher Art können nur dann Bestand haben, wenn sie die *Anzahl der Realisierungsmöglichkeiten* des resultierenden Individuums anwachsen lassen, d.h. aber seine *Selbsterhaltungsmöglichkeiten* vermehren. Das bedeutet offensichtlich, dass der Zweite Hauptsatz der Eigendynamik den eigentlichen Ursprung der Evolution der *lebenden Organismen* auf die für das Finite Stringmodell charakte-

ristische tiefere *physikalisch ideale* Ebene der Planck-Einheiten verschiebt. [22]

Literatur und Anmerkungen

[1] Aus c , G , β ergeben sich die Planck-Einheiten

$$l_p = (\beta G/c^3)^{1/2} \quad t_p = (\beta G/c^5)^{1/2} \quad m_p = (\beta c/G)^{1/2}$$

$$\sim 10^{-33} \text{ cm} \quad \sim 10^{-43} \text{ s} \quad \sim 10^{-59} \text{ g}$$

oder umgekehrt

$$c = c_p = l_p / t_p \quad G = G_p = l_p^3 / t_p^2 m_p \quad \hbar = \hbar_p = l_p^2 m_p / t_p$$

M. Planck, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., S. 440, Theorie der Wärmestrahlung. J. A. Barth, Leipzig 1906. Ausführliche Zitate u. Anmerkungen in H.-H. v. Borzeszkowski and H.-J. Treder: The Meaning of Quantum Gravity. D. Reidel Publ. Cy., Dordrecht [u.a.] 1988, App. B.

[2] Loc. cit. [1], H.-H. v. Borzeszkowski and H.-J. Treder, Chpt. 6.

[3] M. B. Green, J. H. Schwarz, E. Witten: Superstring Theory. Cambridge Univ. Press, Cambridge [u.a.] 1987, 1988, Vol. 1 and 2.

[4] Nach F. Hoyle lässt sich die gesamte Physik mittels Potenzen $[L]^n$, $n = 0, 1, 2, \dots$ der physikalischen Längendimension $[L]$ und dimensionsloser Zahlenkoeffizienten aufbauen: F. Hoyle, J. V. Narlikar: Action at a Distance. In: Physics and Cosmology. J.H. Freeman & Co., San Francisco 1974, § 6.1. „Zahlen“ in diesem Sinne umfassen implizit auch numerische Matrizen.

[5] C. Chevalley: Sur certain groups simples, Tohoku Math. J. 7 (1955), zitiert von Gorenstein in D. Gorenstein: Finite Simple Groups. Plenum Press, New York 1982, Chpt. 2, Sect. 2.1.

[6] A. S. Eddington: Fundamental Theory. Cambridge Univ. Press 1953, Chpt. VI, VII.

[7] Bemerkenswerterweise haben Seifert und Weber schon 1932 gezeigt, dass unser Universum grundsätzlich eine ikosaedrische oder dodekaedrische Gesamtstruktur haben könnte, ohne dass sich dies lokal feststellen ließe. W. P. Thurston, Bull. (N.S.) Am. Math. Soc. 15/5/56, 401 (1983); W. P. Thurston, J. R. Weeks, Die Mathematik dreidimensionaler Mannigfaltigkeiten. Spektr. d. Wiss. 9, 110 (1984).

[8] Erste Untersuchungen der Darstellungen der $SO(6)$ gehen auf F. Bopp zurück, der bei der Analyse der feldmechanischen Wellengleichungen von relativistischen Teilchen unter Berücksichtigung der Schrödingerschen Zitterbewegung auf Dirac-artige Gleichungen mit einem fünften, scheinbar überzähligen Impulsterm stieß und einen tieferen Zusammenhang mit der Teilchenstruktur vermutete (persönl. Mitteilung): F. Bopp, Z. angew. Physik 1, 387 (1949). Die folgenden systematischen Ansätze, an denen auch der Autor der vorliegenden Arbeit beteiligt war, wurden durch die Entwicklung des Quarkmodells und der Quantenfeldtheorien verzögert und später nicht mehr fortgesetzt: F. Bopp, F. L. Bauer, Z. Natur-

- forsch. 4a, 611 (1949); F. L. Bauer, Z. Naturforsch. 4a, 720 (1949), F. L. Bauer, Über die Darstellungen der Lorentzgruppe im R_6 , Preprint. Diese Vorstellungen wurden vom Autor später wieder aufgegriffen und bildeten, zusammen mit Entwürfen von Küssner (loc. cit. 17), Eddington (loc. cit. 6), den Ausgangspunkt des hier vorgeschlagenen Finiten Stringmodells der Teilchenstruktur.
- [9] N. Kemmer, Proc. Roy. Soc. A 173, 91 (1939); A. L. Proca, Journ. Phys. 7, 347 (1936).
- [10] Die Darstellungen 10 und 6 wurden mit einer von Cartan und Weyl (loc. cit. 8, Preprint v. F. L. Bauer) entwickelten Methode ermittelt. Die zugehörigen Gleichungen mit Kommentar können beim Autor abgerufen werden.
- [11] N. Rosen, Phys. Rev. 57, 147 (1940); M. Kohler, Z. Phys. 181, 571, 134, 286 u. 306; H.-J. Treder: Gravitationstheorie und Äquivalenzprinzip. Akad. Verl., Berlin 1971, Ann. Phys. 20, 194 (1967).
- [12] S. Gupta, Phys. Rev. 96, 1683 (1954), Rev. Mod. Phys. 29, 337 (1957), Recent Development in General Relativity (1962); R. H. Kraichnan, Phys. Rev. 55, 1118 (1955); W. E. Thirring, Ann. Phys. (U.S.A.) 16, 96 (1961). Zusammenfassende Darstellung bei S. Weinberg: Gravitation and Cosmology. J. Wiley & Sons, New York [u.a.] 1972, Chpt. 7.6.
- [13] Die sehr komplizierte Zerfällung des Tensors 4. Stufe $\sigma^{\mu\nu}{}_{\rho}$ in Lorentz-Invarianten und die mittels der Cartan-Weyl-Methode ermittelten Gravitationsgleichungen der Darstellungen 35 und 84 und ihre Eichgleichungen können beim Autor abgerufen werden.
- [14] Auch die Gleichungen der Darstellung 70 sind extrem kompliziert. Sie wurden teils durch die Cartan-Weylsche Methode, teils durch Zerfällen höherer reduzierbarer Gleichungen ermittelt. Abrufbar beim Autor.
- [15] P. Jordan: Schwerkraft und Weltall. F. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1952, Kap. III. A. S. Eddington: Fundamental Theory. Cambridge Univ. Press 1953, Chpt. VI.
- [16] Ableitungsverfahren und Gleichungen sind beim Autor abrufbar.
- [17] Wesentliche Beiträge für die folgenden Untersuchungen lieferte eine ausführliche, vorwiegend spekulative Arbeit über dimensionsanalytische Beziehungen zwischen den Fundamentalkonstanten der Physik von H. G. Küssner, deren Ziel insbesondere die rechnerische Ermittlung der Kernmassen war. H. G. Küssner: Principia Physica. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1946, Teil IV, sowie Teil I, Kap. 3.
- [18] A. S. Eddington: Fundamental Theory, Cambridge Univ. Press, Chpt. VIII, insbes. § 90.
- [19] Loc. cit. [12].
- [20] B. Higman: Applied Group-theoretic and Matrix Methods. Dover Publ. New York 1964, § 12.7.
- [21] A. Guth, Phys. Rev. D 23, 347 (1981).
- [22] H. Scheurich, Ein mathematisches Modell der Subjektivität; s. nachstehenden Beitrag in diesem Band.