

Heinz Kautzleben

## **Die Geophysik und Albert Einstein<sup>1</sup>**

Die relativistische Theorie von Raum, Zeit und Bewegung, die Albert Einstein 1905 in Bern begründet [1] und in den Grundlagen 1916 in Berlin vollendet [2] hat, steht im Ruf, verglichen mit der klassischen Theorie außerordentlich abstrakt zu sein und der Intuition zu widersprechen. Tatsächlich ist der erforderliche mathematische Apparat recht kompliziert; zudem sind die Effekte, die von der Einsteinschen Theorie beschrieben werden, zumeist sehr klein. In der Geophysik müssen relativistische Effekte in einigen Meßverfahren bei hohen Anforderungen an die Meßgenauigkeit beachtet werden, aber auch bei der Betrachtung von Veränderungen über sehr große Zeiträume. In der operativen globalen Ortsbestimmung und im globalen Uhrenvergleich unter Nutzung von künstlichen Erdsatelliten können die geforderten Genauigkeiten ohne relativistische Betrachtung nicht erreicht werden, obwohl die Bedingungen nicht extrem sind. Dieses Verfahren ist in Form des „Global Positioning System“ (GPS) heute über die wissenschaftliche Forschung hinaus im Alltagsleben eminent wichtig geworden. Es ist eines der wenigen praktischen Beispiele, bei denen man die Einsteinsche Theorie veranschaulichen und ohne Verwendung von Spekulationen vorstellen kann.<sup>2</sup>

Eine allgemein verwendete Definition besagt, daß die Physik sich mit den Erscheinungen in der objektiven Natur befaßt, die experimentell erfaßt und mathematisch beschrieben werden können, und daß sie den Anspruch erhebt, universell gültig zu sein. Die Physik strebt danach, ein einheitliches, in sich geschlossenes und in sich widerspruchsfreies System zu bilden. Die Ergebnisse der Physik sind Artefakten, die funktionieren. Sie spiegeln die objektive

- 
- 1 Vollständige Fassung des Vortrages zum Einstein-Kolloquium am 17. März 2005. Dem interdisziplinären Charakter dieser Veranstaltung entsprechend wird auf die Verwendung von mathematischen Formeln (bis auf eine) verzichtet.
  - 2 Im vorliegenden Band wird ein Bericht von Prof. Dr. Horst Montag speziell zu den relativistischen Effekten in der Satelliten- bzw. Raumgeodäsie abgedruckt, der nach dem Einstein-Kolloquium der Leibniz-Sozietät eingereicht wurde.

Natur bis auf Abweichungen wider, die im Rahmen der Physik als vernachlässigbar betrachtet werden.

Die Geophysik ist keine einfache Anwendung der Physik. Im allgemeinsten Sinne verstanden, verfolgt die Geophysik (einschließlich der Geodäsie) das Ziel, durch die Anwendung physikalischer Methoden geowissenschaftliche Fragestellungen zu lösen. Diese sind dadurch charakterisiert, daß sie durch die sinnlichen Wahrnehmungen des Menschen ausgelöst und bestimmt werden. Die Ergebnisse der wissenschaftlichen Untersuchungen müssen folglich auch in den aus dem Alltag gewohnten Begriffen dargestellt werden. Die Erkenntnisse des Menschen über seine Umwelt sind einfacher als die Natur. Das gilt besonders für die Erkenntnisse, die mit physikalischen Methoden gewonnen werden. Die Geophysik liefert physikalische Modelle für die Natur. Diese sagen etwas über das Wesen der Natur aus, stellen aber die Natur nicht vollständig dar. Die Modelle könnte man als Skelett der Naturerscheinung auffassen. In der Geophysik hat es sich bewährt zu unterscheiden zwischen den Modellen, mit denen die interessierende Erscheinung erklärt werden soll, und den Modellen, die für die Messungen benötigt werden. Man spricht dann von der „Interpretationstheorie“ bzw. der „Beobachtungstheorie“. Die Ergebnisse dieser beiden Modellbetrachtungen müssen aufeinander abgestimmt werden, was nicht selten Kompromisse zwischen den speziellen Voraussetzungen für die Modellbildung erfordert. Die Einsteinsche Theorie wird vor allem in der Beobachtungstheorie benötigt. Wie alle physikalischen Modelle müssen auch die geophysikalischen Modelle in sich widerspruchsfrei sein. Sie müssen den modernsten Erkenntnissen der Physik genügen. Die Geophysik versteht sich jedoch auch als Testgebiet für die Entwicklung der Physik.

Die Geophysik befaßt sich mit einem konkreten Naturobjekt: der Erde als dem Lebensraum der Menschheit. Sein Kennzeichen ist die hohe Komplexität, die nur durch permanente Beobachtung annähernd erfaßt werden kann. Vom Standpunkt der Physik aus betrachtet, ist die Erde der Ausschnitt aus dem Kosmos, der dem Menschen am nächsten ist, also dimensionsmäßig ein Mesokosmos. Er kann als relativ selbständig gegenüber dem Makro- und dem Mikrokosmos betrachtet werden. Es gibt (unendlich) viele Mesokosmen, aber nur eine Erde. Bei den geophysikalischen Untersuchungen werden auch die Einflüsse aus dem Makro- bzw. dem Mikrokosmos berücksichtigt, soweit sie für das Verständnis des Mesokosmos wesentlich sind. In der klassischen Newtonschen Theorie wird der Einfluß der Massen im Kosmos insgesamt auf die Bewegung materieller Körper im Mesokosmos mit dem Begriff Trägheit

auf eine sehr elegante und praktikable Weise beschrieben. Die Einsteinsche Theorie leistet einiges mehr, ist aber auch wesentlich komplizierter.

Eine der größten Leistungen Albert Einsteins aus der Sicht des Geophysikers ist, daß er die Einheit von Newtonscher Mechanik und Maxwell'scher Elektrodynamik herstellen konnte. Der Grundwiderspruch zwischen diesen beiden klassischen Gebieten der Physik, die beide durch die Alltagserfahrung vollauf bestätigt sind, besteht darin, daß es in der Maxwell'schen Theorie eine universell gültige Maximalgeschwindigkeit gibt: die Lichtgeschwindigkeit, während in der Newton'schen Mechanik zugelassen wird, daß sich Wirkungen und Informationen unendlich schnell ausbreiten. Einstein konnte den Widerspruch dadurch auflösen, daß er konsequent das „Relativitätsprinzip“ anwendete, wonach die Physik nicht vom Bezugssystem, in dem die physikalischen Phänomene beschrieben werden, abhängig sein darf. Er folgerte daraus: Wenn die physikalischen Gesetze universell gelten sollen, können die Parameter, die in diesen Gesetzen die Abhängigkeit von Raum und Zeit beschreiben, nicht a priori gegeben und voneinander unabhängig sein, wie es die Alltagserfahrung nahelegt. Die Folgerungen würden sich allerdings erst bei sehr genauen Betrachtungen und/oder unter extremen physikalischen Bedingungen bemerkbar machen.

Die Verbindung von Mechanik und Elektrodynamik gelang Einstein vom physikalischen Ansatz her bereits 1905 mit der Formulierung seiner speziellen Relativitätstheorie (SRT). Sie ergibt sich aus der Forderung, daß die Lichtgeschwindigkeit in der gesamten Physik die universelle maximale Geschwindigkeit ist. (Es versteht sich von selbst, daß vor der Verbindung der beiden Gebiete die physikalischen Begriffe und die mathematischen Apparate vergleichbar zu machen waren. Das betrifft vor allem die Newton'sche Mechanik, sie muß als Feldtheorie geschrieben werden.) Die SRT eröffnete ein neues Verständnis für die Begriffe der klassischen Physik, zeigte unerwartete Beziehungen zwischen ihnen und zeigte den Weg zur Ausarbeitung des mathematischen Apparates für die konkrete Anwendung der Theorie. Die SRT ist im Grunde genommen in die gesamte moderne Physik eingedrungen, die Schlußfolgerungen aus ihr sind allseitig durch die Erfahrung bestätigt worden.

Als Beispiel für die Anwendung der SRT bei der Ausarbeitung der geophysikalischen Interpretationstheorien sei hier erwähnt, daß die SRT die theoretisch einwandfreie Begründung der kosmischen Elektrodynamik ermöglicht. Aus dieser ergibt sich als Näherungstheorie die Magnetohydrodynamik, durch deren Anwendung die Entstehung des Erdmagnetfeldes und noch vieles andere gedeutet werden kann.

Die Einbeziehung der Gravitation in die relativistische Theorie gelang Einstein 1916 mit der Formulierung der allgemeinen Relativitätstheorie (ART). Ihre Hauptideen kann man nicht anzweifeln: die Abhängigkeit zwischen den geometrischen Eigenschaften von Raum und Zeit einerseits und der Verteilung und Bewegung der Massen andererseits – auch nicht, daß sich daraus eine vollständigere, allerdings geometrische Beschreibung der Gravitationserscheinungen ergibt. Vom mathematischen Standpunkt aus ist die ART eine umfassende Verallgemeinerung der SRT. Die ART von 1916 beginnt mit schwachen Gravitationsfeldern. Das globale Gravitationsfeld mit deutlich inhomogenen Bereichen wird als kontinuierliche Aneinanderreihung von lokalen Gravitationsfeldern betrachtet, die jeweils so schwach sind, daß in ihnen die SRT in guter Näherung noch angewendet werden kann. Die Ableitung der allgemeinen Theorie und mehr noch ihre Erweiterung erfordern Annahmen, die nur gerechtfertigt sind, wenn die Schlußfolgerungen aus der Theorie durch Experimente bestätigt werden. Bisher sind nur wenige Möglichkeiten dafür bekannt.

Der Einstieg in die Einsteinsche Theorie erfordert, daß die Alltagsbegriffe Raum und Zeit mathematisch exakt definiert werden: „Raum“ als dreidimensionale Mannigfaltigkeit der Ortskoordinaten, „Zeit“ als eindimensionale Mannigfaltigkeit der Zeitangaben. Die Verbindung zur „Raum-Zeit“ oder „Welt“ ist dann eine vierdimensionale Mannigfaltigkeit. Die Metrik der Mannigfaltigkeit bestimmt die Transformationsbeziehungen zwischen den Bezugssystemen für die anwendungsbezogene Darstellung der physikalischen Gesetze. Die mathematische Ausarbeitung der Einsteinschen Ideen erfordert den Einsatz der Tensoranalysis auf der vierdimensionalen Raum-Zeit. Durch die Verwendung von Tensoren können die physikalischen Gesetze in eine mathematische Form gebracht werden, die vom vierdimensionalen Bezugssystem unabhängig ist. Aus den Transformationseigenschaften der Tensoren ergeben sich dann die gewünschten Aussagen zur Metrik.

Die üblichen Bezeichnungen „spezielle und allgemeine Relativitätstheorie“ erschweren das Verständnis dessen, was Einstein erreicht hat, und die weitere Anwendung der Theorie. Um an Hand einer modernen Darstellung ein tiefergehendes Verständnis zu erreichen, sind z.B. die „Reflections on Relativity“ empfehlenswert, die im Internet frei zugänglich eingesehen werden können [3]. Als Einführung in die Relativitätstheorie mit Betonung der Anwendungen kann die Vorlesungsreihe „Applied Relativity“ von Richard J. Jacob empfohlen werden, die im Internet ebenfalls frei zugänglich zu finden ist [4]. Eine sehr schöne Darstellung der Einsteinschen Theorie aus der Sicht

des Geodäten haben 1993 Helmut Moritz und Bernhard Hofmann-Wellenhof mit ihrem Buch „Geometry, Relativity, Geodesy“ publiziert [5]. Für die Anwendung der relativistischen Betrachtung in der Geophysik ist es zumeist ausreichend, die Grundgedanken der Theorie verstanden zu haben.

Worauf es bei der Anwendung der Relativitätstheorie in der Geophysik ankommt, kann man schnell am Prinzip des Verfahrens zur globalen operativen Ortsbestimmung und Zeitübertragung vorstellen, das seit einigen Jahren von den Militärs der USA in ihrem „Global Positioning System“ (GPS) praktisch realisiert worden ist. Ausführliche Darstellungen zu diesem Verfahren haben in letzter Zeit im Internet Neil Ashby [6] und Mikkjäl Gulkklett [7] publiziert. Ashby war maßgeblich an der Entwicklung des GPS beteiligt. Die Darstellung von Gulkklett ist eine Dissertation, in der über das GPS hinaus auch die relativistischen Effekte bei der Verwendung von niedrig fliegenden Erdsatelliten untersucht werden. Ein ähnliches System wie das GPS wurde auch in der ehemaligen Sowjetunion mit der Bezeichnung „Glonass“ entwickelt. In der Europäischen Union wird seit kurzem ein gleichartiges System mit dem Namen „Galileo“ entwickelt.

Das Global Positioning System (GPS) ermöglicht einem Nutzer an einem beliebigen Punkt der Erdoberfläche (im folgenden „Nutzerort“ genannt), die drei Ortskoordinaten in bezug auf ein global definiertes erdzentriertes und erdfestes Bezugssystem operativ zu bestimmen. Operativ heißt hier: es sind keine Anschlußmessungen zu benachbarten Bezugspunkten, deren Koordinaten im genannten globalen System bekannt sind, erforderlich. Das Bezugssystem wird durch die Umlaufbahnen von im Schwerfeld der Erde frei fliegenden künstlichen Erdsatelliten (im folgenden kurz „Satellit“) realisiert. Die Umlaufbahnen der Satelliten werden vom Betreiber des Systems mit Hilfe der Himmelsmechanik berechnet; die Bahndaten („Ephemeriden“) sind dem Nutzer jederzeit verfügbar. Alle Satelliten des Systems tragen Cäsium-Uhren und senden laufend Zeitsignale aus, d.h. elektromagnetische Wellen, denen die Sendezeit aufgeprägt ist. Wenn der Nutzer zeitgleich die Signale von (zumindest) vier Satelliten empfangen kann, hat er alle Daten zusammen, um die Koordinaten  $\mathbf{r}$  des Nutzerortes im globalen System und zugleich den Wert  $t$  der global gültigen Zeit zu berechnen.

Zur Berechnung wird entsprechend der Einsteinschen Theorie vorausgesetzt, daß sich die Zeitsignale von allen Satelliten aus mit einer Geschwindigkeit  $c$  ausbreiten, die unabhängig von der Lage und Bewegung der Satelliten und des Nutzerortes auf der Erdoberfläche und jeweils in allen Richtungen gleich ist. Die Laufzeit  $t_i - t$  des Zeitsignals, das vom  $i$ -ten Satelliten zum

Zeitpunkt  $t_i$  ausgesandt wird, wenn er sich auf seiner Umlaufbahn am Ort  $\mathbf{r}_i$  befindet, entspricht dann dem Abstand  $|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}|$  zwischen diesem Satelliten und dem Beobachterort. Zu lösen sind die vier Gleichungen:

$$c^2 (t_i - t)^2 = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}|^2 \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (1)$$

für die vier unbekanntenen Größen  $\mathbf{r}$  und  $t$ .

Das Verfahren arbeitet im Genauigkeitsbereich von Nanosekunden. Die Gangstabilität der verwendeten Cäsium-Uhren beträgt etwa  $5 \cdot 10^{-14}$  pro Tag, d.h. also etwa 5 ns pro Tag. Einem Fehler in der Zeitbestimmung von 1 ns entspricht ein Fehler in der Bestimmung des Abstandes von 30 cm.

Die Nutzer des GPS erwarten, daß die Ergebnisse des Verfahrens mit den gewohnten Vorstellungen vom Bezugssystem für die Ortskoordinaten und von den Zeitangaben korrespondieren, und akzeptieren lediglich, daß durch das Verfahren die Genauigkeit der gewohnten Angaben erhöht wird. Das Verfahren funktioniert bereits in der Newtonschen Näherung, wenn auch die Ergebnisse deutlich weniger genau sind. Um die physikalisch korrekten Ergebnisse des Verfahrens in Daten der gewohnten Form zu transformieren, werden geeignete Reduktionen angebracht. Ein solches Vorgehen ist möglich, weil man in der relativistischen Betrachtung des Problems Lösungen für Konfigurationen verwenden kann, die der praktischen Situation sehr nahe sind.

Die zentrale Frage ist, was die einzelnen Uhren im System anzeigen und wie man diese Angaben korrekt miteinander in Verbindung bringt. Alle Uhren im System sollen in technischer Hinsicht völlig gleichartig sein, am selben Aufstellungsort gleich gehen und dieselbe Zeit anzeigen; sie können als ideale Uhren angesehen werden. Im Rahmen eines nicht-relativistischen Modells wird die Zeitablesung auf allen Uhren als absolute Zeit aufgefaßt, d.h. es wird angenommen, daß die Uhren unabhängig von ihrem Aufstellungsort und dessen Bewegung gleich gehen. Diese Annahme wird im Rahmen eines relativistischen Modells aufgegeben. Um dann die gewohnten geometrischen Informationen aus dem Uhrenvergleich ableiten zu können, müssen die Uhrenanzeigen auf eine übergeordnete Zeitskala transformiert werden. Die übergeordnete Zeitskala wird als Koordinatenzeit bezeichnet, die Zeitanzeige jeder idealen Uhr als Eigenzeit. Offensichtlich ist, daß sich die an der Aufgabe beteiligten fünf Uhren – im Beobachterort und in den vier Satelliten – in fünf verschiedenen Bezugssystemen befinden, die sich gegenüber einem Inertialsystem mit raumfesten Achsen und relativ zu einander beschleunigt bewegen. Die Beschleunigungen werden durch das Schwerfeld der Erde und durch die Rotation der Erde um ihre eigene Achse bedingt.

Zur Beschreibung der geometrischen und physikalischen Verhältnisse müssen die folgenden Aufgaben gelöst werden: Wir brauchen eine Beschreibung für das Schwerfeld, das von der Erde erzeugt wird, im Außenraum der Erde, müssen die Bewegungen der Satelliten, die als punktförmige Massen aufgefaßt werden, in diesem Schwerfeld bestimmen, den Einfluß des Schwerfeldes auf die Anzeigen der Uhren im Satelliten bzw. im Beobachterort erfassen, und schließlich müssen wir bestimmen, wie die Anzeigen aller einzubeziehenden Uhren vom Nutzer aus gesehen werden.

Im Rahmen der klassischen Theorie können wir diese Aufgaben, soweit sie überhaupt relevant sind, nacheinander behandeln. Die Beschreibung des Schwerfeldes im dreidimensionalen Euklidischen Raum erhalten wir als Lösung der Poissonschen Differentialgleichung für das Gravitationspotential in Form eines funktionalen Zusammenhanges zwischen dem Gravitationspotential und der Massendichte des gravitierenden Körpers (der Erde). Anschließend bestimmen wir die Bahnen der Satelliten als Lösung der Newtonschen Bewegungsgleichung für einen frei fliegenden Testkörper im Schwerfeld der Erde. Im Rahmen der allgemeinen Relativitätstheorie sind die oben genannten Aufgaben derart eng miteinander verknüpft, daß man sie „in einem Guß“ behandeln muß.

Die relativistische Theorie setzt die klassische Theorie keineswegs außer Kraft – im Gegenteil, wir können sie als deren Ergänzung und Verallgemeinerung für die Beschreibung der physikalischen Verhältnisse in der vierdimensionalen Raum-Zeit auffassen. Die relativistische Theorie beschreibt die Auswirkungen des Schwerfeldes der Erde auf die Metrik der Raum-Zeit außerhalb der Erde und weiter die Auswirkungen der veränderten Metrik auf die Bewegung von Testkörpern, die Ausbreitung des Lichtes sowie den Gang der Uhren. Man kann das Schwerfeld als Wirkung der Erdmasse auf klassische Weise mit hoher Genauigkeit berechnen. Gesucht werden dem Problem angepaßte Lösungen der Einsteinschen Gleichungen für den Metrik-Tensor der vierdimensionalen Raum-Zeit. Der Vergleich mit der Newtonschen Theorie zeigt, daß man die Einsteinschen Gleichungen als Verallgemeinerung der Poissonschen Gleichung auffassen kann. An die Stelle des Gravitationsfeldes tritt der Metrik-Tensor der Raum-Zeit. Mit der Massendichte als Quelle des Gravitationsfeldes korrespondiert der Energie-Impuls-Tensor (zu dem sämtliche Energieformen) beitragen können. Als Verallgemeinerung der Newtonschen Bewegungsgleichung kann man die Differentialgleichung einer geodätischen Linie in der Raum-Zeit auffassen. Die Einsteinschen Gleichungen stellen ein nichtlineares, gekoppeltes System partieller Differentialgleichungen

chungen dar. Die Feldgleichungen sind nicht unabhängig voneinander, so daß die Struktur der Raum-Zeit-Metrik nicht eindeutig bestimmt werden kann. Es verbleiben noch vier Freiheitsgrade, über die mit Hilfe geeigneter Bestimmungsgleichungen für die Koordinaten verfügt werden kann. Für astronomische und geophysikalische Anwendungen ist die sogenannte isotrope Eichung der räumlichen Koordinaten angebracht.

Für die Einsteinschen Gleichungen existiert nur in Ausnahmefällen eine exakte Lösung. Als erster hat Schwarzschild 1916 eine solche gefunden, und zwar für ein zeitunabhängiges zentralsymmetrisches Gravitationsfeld, das von einer kugelsymmetrischen Massenverteilung innerhalb einer Kugel mit dem Radius  $r_0$  erzeugt wird, mit wachsender Entfernung von dieser Kugel zunehmend schwächer wird und in unendlicher Entfernung verschwindet. Die Lösung hat als Orientierung und auch darüber hinaus größte Bedeutung für viele astronomische Fragestellungen (die Vorgänge im Gravitationsfeld einzelner Sterne weitab von den übrigen) und ebenso für das hier behandelte geodätisch-geophysikalische Problem der globalen Orts- und Zeitbestimmung. Die Schwarzschildsche Lösung wird in allen Lehrbüchern der allgemeinen Relativitätstheorie behandelt. Sie bestätigt in mathematisch exakter Form die von Einstein auf Grund von Näherungsrechnungen vorausgesagten Abweichungen von der Newtonschen Theorie: die Ablenkung der Lichtstrahlen im Gravitationsfeld, die Periheldrehung der Umlaufbahn eines Massenpunktes um den gravitierenden Körper und der Einfluß des Gravitationspotentials auf die Frequenz eines periodischen Vorganges (kurz: Uhr).

In den meisten Fällen müssen Näherungslösungen gefunden und verwendet werden, die dem jeweiligen physikalischen Problem angepaßt sind. In der Näherungstheorie wird die Größenordnung der Beiträge, bezogen auf die Lichtgeschwindigkeit, den Termen der Newtonschen Raum-Zeit gegenübergestellt. Die Koordinatengeschwindigkeiten der betrachteten Testkörper und der Quellen des Gravitationsfeldes werden als kleine Größen gegenüber der Lichtgeschwindigkeit angenommen. Ebenso werden schwache Gravitationsfelder vorausgesetzt. Die „nullte“ Näherung ist dann der Newtonsche Grenzfall. In vielen Anwendungen, die eine relativistische Betrachtung erfordern, reicht die sog. erste post-Newtonsche Näherung aus. Sie kann nicht zur Modellierung der Ausbreitung der elektromagnetischen Signale angewendet werden. Dazu müssen die Gesetze der allgemein-relativistischen Elektrodynamik für den Fall der minimalen Kopplung von Gravitation und Elektromagnetismus betrachtet werden.



Im Fall des GPS-Verfahren wäre es mathematisch am einfachsten, wenn man die Betrachtungen auf ein Inertialsystem mit raumfesten Achsenrichtungen beziehen könnte. Als ein solches käme das Äquatorsystem in Frage, dessen Ursprung im Massenmittelpunkt der Erde liegt und dessen z-Achse mit der Rotationsachse der Erde übereinstimmt. Gegenüber diesem System rotiert die Erde mit nahezu konstanter Drehgeschwindigkeit, während die Bahnebenen der frei fliegenden künstlichen Erdsatelliten sich in Ruhe befinden. Die gesuchten Koordinaten des Nutzerortes auf der Erdoberfläche beziehen sich aber auf ein erdfestes Koordinatensystem, das gegenüber diesem Inertialsystem rotiert, wobei sein Koordinatenursprung und seine z-Achse mit den entsprechenden Größen im Inertialsystem übereinstimmen.

Aus geophysikalischer Sicht ist das Modell, das für die Untersuchung der relativistischen Effekte verwendet wird, sehr einfach: die Erde wird als starrer Körper betrachtet, dessen Rotation um eine raumfeste Achse konstant ist. Die Massenverteilung im Erdmodell entspricht dem eines abgeplatteten Rotationsellipsoides. Die gravitativen Einflüsse aller anderen kosmischen Objekte auf die Erde (Bahnbewegung um die Sonne, Gezeitenkräfte usw.) werden vernachlässigt. Es werden also sehr viele Phänomene nicht berücksichtigt, die den Geophysiker interessieren und mit den Mittel der klassischen Physik sehr gut erfaßt und beschrieben werden können.

Die oben genannten Beobachtungsgleichungen (1) sind dann gültig, wenn die Uhren in den Satelliten und im Nutzerort sich in Inertialsystemen befinden. Diese Annahme ist aber nicht erfüllt, da sich diese Uhren im Schwerfeld der Erde in verschiedenen Höhen befinden und die Erde um ihre eigene Achse rotiert. Die Angaben der Satellitenuhren erfahren auch eine Zeitdilatation infolge ihrer Bewegung relativ zueinander und gegenüber dem Nutzerort. Da die Zeitsignale technisch als Modulationen auf zirkular polarisierten Funkwellen (mit einer Trägerfrequenz von etwa 1,5 Ghz) übertragen werden, muß man bei der Dekodierung die klassische Dopplerverschiebung und die relativistische Zeitdilatation berücksichtigen. Die detaillierte Analyse wird u.a. in der Dissertation von Gulklett [7] vorgeführt.

Insgesamt müssen neun relativistische Effekte als Reduktionen berücksichtigt werden. Man kann sie sowohl als Zeitreduktion (für die Umrechnung von der Eigenzeit auf die Koordinatenzeit) wie auch als äquivalente Reduktion des Abstandes Satellit-Nutzerort angeben. Die folgende Tabelle wurde aus der zitierten Vorlesung von Jacob [4] übernommen.

Effekt	Betrag	$\Delta/r/$
1. Masse der Erde (auf die Nutzeruhr)	- $6,95 \cdot 10^{-10}$	18 km
2. Abplattung der Erde	- $3,76 \cdot 10^{-13}$	9,7 m
3. Höhe der Nutzeruhr	+ $1,08 \cdot 10^{-12}$	28 m
4. Rotation der Erde (am Äquator)	- $1,20 \cdot 10^{-12}$	31 m
5. Geschwindigkeit der Nutzeruhr am Boden	$\approx 4,00 \cdot 10^{-13}$	13 m
6. Sagnac-Effekt auf die Nutzeruhr	$\pm 207 \sin\theta$ ns	62 m
7. Masse der Erde auf die Satellitenuhr	- $1,67 \cdot 10^{-1}$	4,3 km
8. Bahnbewegung des Satelliten	- $8,35 \cdot 10^{-11}$	2,2 km
9. Sagnac-Effekt auf die Signalausbreitung	bis zu 137 ns	$\leq 41$ m

Die verschiedenen Effekte wirken zum Teil gemeinsam. Eine wichtige Schlußfolgerung ist, daß alle Nutzeruhren, die auf der Oberfläche der rotierenden Erde ruhen, gleich ticken. Die Erdoberfläche ist eine Äquipotentialfläche des Schwerefeldes im rotierenden Bezugssystem. Das Zurückbleiben der Uhr infolge des höheren Gravitationspotentials wird durch den geringeren Abstand zur Rotationsachse ausgeglichen.

Wie schon oben gesagt wurde, ist das Verfahren zur globalen Ortsbestimmung und Zeitübertragung mathematisch-physikalisch völlig korrekt. Es erfüllt alle Ansprüche, die in der Geophysik an eine Beobachtungstheorie zur Begründung eines Meßverfahrens gestellt werden. Jedoch darf keinesfalls übersehen werden, daß die Ergebnisse des Verfahrens von weiteren Effekten überlagert werden, die im angewandten Beobachtungsmodell nicht berücksichtigt wurden.

Viel schwieriger erweist sich die Einbeziehung relativistischer Betrachtungen bei der Interpretation von geowissenschaftlichen Beobachtungen, selbst wenn diese mit geophysikalischen Methoden gewonnen wurden. In diesem Vortrag kann lediglich auf zwei Beispiele hingewiesen werden, wozu es eine umfangreiche Literatur gibt. Das erste Beispiel ist die theoretisch denkbare Abnahme der Newtonschen Gravitationskonstanten und deren Verwendung in den Hypothesen über eine Expansion der Erde in geologischen Zeiträumen. Diese Problematik wird umfassend vom australischen Geologen S. Warren Carey behandelt [8]. Als zweites sei auf den hypothetischen Zusammenhang zwischen Gravitationswellen, die im Kosmos ausgelöst werden, und Schwingungen des Erdkörpers hingewiesen. In jüngster Zeit hat dazu der aserbaidshianische Geophysiker Elchin Nursat Khalilov ein Buch veröffentlicht [9].

## Literatur

- [1] Einstein, A.: Zur Elektrodynamik bewegter Körper. Annalen der Physik 17 (1905), 891
- [2] Einstein, A.: Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. Annalen der Physik 49 (1916), 769
- [3] o.A.: Reflections on Relativity. <http://www.mathpages.com/rr/rtrtoc.htm>
- [4] Jacob, R. J.: PHY-494 Applied Relativity. [www.public.asu.edu/~rjjacob/phy494\\_syl.html](http://www.public.asu.edu/~rjjacob/phy494_syl.html)
- [5] Moritz, H., Hofmann-Wellenhof, B.: Geometry, Relativity, Geodesy. Wichmann, Karlsruhe, 1993
- [6] Ashby, N.: Relativity in the Global Positioning System. Living Reviews in Relativity. <http://relativity.livingreviews.org/Articles/Volume6/2003-1ashby/>
- [7] Gulklett, M.: Relativistic Effects in GPS and LEO. [www.ccr.jussieu.fr/tarantola/Files/Professional/Teaching/Seminar/Texts/Gulklett.pdf](http://www.ccr.jussieu.fr/tarantola/Files/Professional/Teaching/Seminar/Texts/Gulklett.pdf)
- [8] Carey, S. W.: Theories of the Earth and the Universe. Stanford University Press, Stanford, California, 1988
- [9] Khalilov, E. N.: Gravitational Waves and Geodynamics. (in Russisch mit Zusammenfassung in Englisch). ELM-ICSD/IAS, Baku-Berlin-Moskau, 2004