

Fritz Gackstatter

Hans-Jürgen Treder's Studien über Relativität und Kosmos

Vortrag in der Klasse für Naturwissenschaften am 13. November 2008 zum Gedenken an Hans-Jürgen Treder

1. 1965: Einstein-Symposium und Hintergrundstrahlung

1965 war ein ereignisreiches Jahr für Hans-Jürgen Treder. Die Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin veranstaltete vom 2.-5. November 1965 ein Einstein-Symposium aus Anlass des 50. Jahrestages der Entdeckung der allgemeinen relativistischen Gravitationsgleichungen und ihrer Vorlage in der Gesamtsitzung der Berliner Akademie am 4. November 1915 durch Albert Einstein. Hans-Jürgen Treder war der Organisator der Tagung.

In seinem Beitrag „Geburtstagsgruß an Hans-Jürgen Treder“ in [1, 293-296] berichtet André Mercier über die Vorgeschichte des Symposiums: „Es führte damals auch ein (,wissenschaftlicher‘) Weg von der Kramgasse in Bern (wo Einstein die spezielle Relativitätstheorie entwarf), zur (damaligen sogenannten) Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, wo derselbe die allgemeine Theorie konzipierte. Dass somit die Pflege der nämlichen Theorie an beiden Orten Tradition hätte werden sollen, war nicht zwangsläufig, wurde aber mit der Zeit doch Tatsache.“ Über Einsteins Berliner Zeit schreibt Mercier: „... wo von Anfang an die Atmosphäre der Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft und die Größe der Berliner Universität ihn von einer Schar dortiger oder zugewandter Forscher und Nachfolger umgaben, unter denen wir im Zusammenhang mit der späteren Verbindung mit Bern nur zwei namentlich erwähnen möchte: Max von Laue und H.-J. Treder.“

Die Jubiläumsfeier 50 Jahre Allgemeine Relativitätstheorie an der Berliner Akademie ist „namentlich durch Hans-Jürgen Treder veranlasst und veranstaltet worden“.

1965 ist sonderbarerweise auch eine bedeutsame Jahreszahl in der Einsteinschen Kosmologie. Neben der von E. Hubble 1929 beobachteten Rotverschiebung und Weltexpansion ist die Entdeckung der kosmischen Mikrowellen-Hintergrundstrahlung durch A. A. Penzias und R. W. Wilson im

Jahre 1965 der nächste epochale kosmologische Fortschritt im 20. Jahrhundert. Penzias und Wilson stellten fest, dass die Intensität des von ihnen entdeckten Mikrowellenrauschens einer Temperatur von etwa 3° Kelvin entsprach. Das Universum hat sich somit seit der Zeit, da die Temperatur noch hoch genug war (3000° K), um Materie und Strahlung im Gleichgewicht zu halten, um den Faktor 1000 ausgedehnt. Damit war endgültig klar, dass wir eine expandierende Welt haben und die allgemeine Relativitätstheorie grundsätzlich richtig ist. Der neuere Wert für die Temperatur des Mikrowellenrauschens beträgt $2,7^\circ$ Kelvin.

J.A. Wheeler hat die sensationelle Entdeckung auf dem Berliner Einstein-Symposium bekannt gegeben, H.-J. Treder berichtet darüber in [2].

Wir beschäftigen uns im Folgenden mit H.-J. Treders Studien über Kosmologie und Hintergrundstrahlung.

2. Erste Arbeiten

H.-J. Treder muss von der Entdeckung der Hintergrundstrahlung fasziniert gewesen sein. Bereits 1967 veröffentlicht er den Artikel „Die relativistische Thermodynamik des Universums und die 3° -Kelvin-Strahlung“ [3] und im darauffolgenden Jahr das Taschenbuch „Relativität und Kosmos“ [4]. Dieses Buch vermittelt einen wunderbaren Überblick über Riemannsche Geometrie, Minkowski-Welt und Einsteinsche Relativitätstheorie, die neu entdeckte Hintergrundstrahlung wird in die Einstein-Friedmannsche Kosmologie eingebaut. Die historischen Zusammenhänge werden vorgestellt, das enzyklopädische Wissen Treders ist zu bewundern.

In unserem Zusammenhang sind auch das Lehrbuch „Gravitation and Cosmology“ [5, 1972] und das Taschenbuch „The First Three Minutes“ [6, 1977] von S. Weinberg zu nennen. C.W. Misner, K.S. Thorne und J.A. Wheeler haben 1973 das Buch „Gravitation“ [7] veröffentlicht.

3. Die Einstein-Friedmannsche Kosmologie

Wir stellen nun H.-J. Treders Studien über Kosmologie und Raumstruktur in [4] vor. Die Einsteinschen Feldgleichungen

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -\kappa T_{\mu\nu} \quad (1)$$

sind das Grundgesetz, zehn nichtlineare Differentialgleichungen beschreiben

die Vorgänge in der Natur. Setzt man die Robertson-Walker Metrik

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) d\sigma^2 \quad (2)$$

mit dem Riemannschen Linienelement

$$d\sigma^2 = \frac{dx^i dx^i}{\left[1 + \varepsilon(x^i x^i / 4)\right]^2} \quad (3)$$

der Räume konstanter Krümmung in (1) ein, dann findet man die beiden Friedmannschen Gleichungen

$$\dot{u} + \frac{3\dot{R}}{R}(u + p) = 0 \quad (4)$$

und

$$\frac{3\ddot{R}}{R} = -\frac{\kappa}{2}(u + 3p). \quad (5)$$

R ist der Weltradius oder die Skalenfunktion, u die Dichte der Gesamtenergie und p der Druck. Als erste Gleichung wird der relativistische Energiesatz gemäß Tolman gewählt.

Wir haben zwei Gleichungen für die drei Funktionen u , p und R . Treder schlägt folgende Lösungsstrategie vor: Ist eine Zustandsgleichung $p = p(u)$ gegeben, so bestimmt der Energiesatz (4) die Dichte u als Funktion von R , und (5) ist dann die Bestimmungsgleichung für R als Funktion von t .

Die Dichte der Gesamtenergie u ist die Summe aus der Dichte der Ruhenergie ρc^2 , der Strahlungsenergie u_s und der thermischen inneren Energie i :

$$u = \rho c^2 + u_s + i, \quad (6)$$

der Druck p setzt sich aus dem Strahlungsdruck p_s und dem Gasdruck π zusammen:

$$p = p_s + \pi. \quad (7)$$

Die Zustandsgleichungen lauten $p_s = \frac{1}{3}u_s$ bzw. $\pi = \frac{2}{3}i$.

Im ersten Schritt der Lösungsstrategie liefert der Energiesatz (4) folgende Relationen:

Für die Ruhenergie folgt mit $p = 0$ aus (4) $\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3 \frac{\dot{R}}{R}$ und Integration liefert $\rho c^2 \sim \frac{1}{R^3}$,

für die strahlende Energie folgt mit $p_s = \frac{1}{3} u_s$ aus (4) $\frac{\dot{u}_s}{u_s} = -4 \frac{\dot{R}}{R}$ und $u_s \sim \frac{1}{R^4}$,

für die thermische Energie folgt mit $\pi = \frac{2}{3} i$ aus (4) $\frac{\dot{i}}{i} = -5 \frac{\dot{R}}{R}$ und $i \sim \frac{1}{R^5}$.

Die zweite Relation ist der kosmischen Mikrowellen-Hintergrundstrahlung zugeordnet. Da die Temperatur der Strahlung bei der Expansion des Kosmos gemäß $T_s \sim 1/R$ abnimmt, tritt das Stefan-Boltzmannsche Gesetz $u_s \sim T_s^4$ in Erscheinung.

Hans-Jürgen Treder hat sich in [4] das Ziel gesetzt, die neu entdeckte Hintergrundstrahlung in die Einstein-Friedmannsche Kosmologie einzubauen. Mit mathematischer Präzision findet er den Königsweg. Im mathematischen Anhang in [6] werden die Fälle $1/R^n$ für $n = 3$ und 4 untersucht.

Die Tredersche Lösungsmethode legt einen Laurentreihenansatz für u und p nahe:

$$u = \sum_{v=-\infty}^{v=+\infty} a_v R^v, p = \sum_{v=-\infty}^{v=+\infty} b_v R^v. \quad (8)$$

Durch Einsetzen in den Energiesatz (4) und Koeffizientenvergleich erhält man

$$u = \dots + \frac{a_{-5}}{R^5} + \frac{a_{-4}}{R^4} + \frac{a_{-3}}{R^3} + \frac{a_{-2}}{R^2} + \dots, p = \dots + \frac{2}{3} \frac{a_{-5}}{R^5} + \frac{1}{3} \frac{a_{-4}}{R^4} + 0 \cdot \frac{a_{-3}}{R^3} - \frac{1}{3} \frac{a_{-2}}{R^2} - \dots \quad (9)$$

Die a_v -Werte können beliebig vorgegeben werden, die b_v -Werte sind dann bestimmt – und mit (4) ist bereits eine der Friedmannschen Gleichungen erfüllt. Es verbleibt nur (5) als Bestimmungsgleichung für R als Funktion von t .

Setzt man beispielsweise in (9) $a_{-2} = 3, a_v = 0$ sonst, dann erhält man das statische Weltmodell von Einstein (1917) mit $p < 0$. Weitere Konstruktionen findet man in [8].

4. Über die Möglichkeit einer Modifikation der relativistischen Gravitationstheorie

Diese Fragestellung behandelt Treder im Anhang seines Buches [4]. Eigentümlichkeiten im Zusammenhang mit der Hubble-Relation deuten darauf hin, „dass die Expansionsgeschwindigkeit des Kosmos vor mehreren Milliarden Jahren wesentlich geringer war als heute. Eine solche Beschleunigung der Expansionsgeschwindigkeit mit wachsendem Weltalter lässt sich aus Weltmodellen ohne kosmologischen Term nicht herleiten. Dagegen ist eine derartige Beschleunigung zum Beispiel eine Konsequenz des Lemaître'schen Weltmodells, welches die Feldgleichungen mit $\lambda > 0$ befriedigt“. λ ist die kosmologische Konstante.

Diese von Treder angesagten Weltmodelle stehen heute – 40 Jahre später – im Mittelpunkt der Forschung.

5. Zum Schluss

Im vorliegenden Beitrag habe ich einen kleinen Ausschnitt aus Hans-Jürgen Treders vielen Interessensgebieten vorgestellt, mathematische Methoden in der Einsteinschen Kosmologie waren das Thema. Einen Überblick über Treders großes Werk finden wir in Rainer Schimmings Nachruf [9] in Band 94 dieser Sitzungsberichte.

Für mich waren Treders Vorträge immer der Höhepunkt bei wissenschaftlichen Tagungen. Unvergesslich sind seine Ausführungen über „Einstein und Planck“ [2] beim Einstein-Kolloquium 2005. Es war stets eine Auszeichnung und mit wissenschaftlichem Gewinn verbunden, wenn man zu einer Diskussion im Einstein-Haus in Caputh und später im Einstein-Laboratorium in Babelsberg eingeladen war.

Mit der Schließung des Einstein-Laboratoriums ist der Wissenschaftsstandort Berlin-Potsdam ärmer geworden – erklären kann man sich die Schließung mit der in der forschenden Gemeinschaft verbreiteten und von Hesiod (Werke und Tage 25) beschriebenen „morbo figurorum“.

Literatur

- [1] A. Mercier: *Wozu Jubiläumsfeiern? Geburtstagsgruß an Hans-Jürgen Treder*. In ‚The Earth and the Universe‘, W. Schröder (Ed.). Science Edition, 293-296 (1993)
- [2] H.-J. Treder: *Einstein und Planck. Kolloquium „Albert Einstein in Berlin“*. Sitzungsber. Leibniz-Sozietät 78/79, 97-103 (2005), bearbeitet von H. und K.-H. Bernhardt

- [3] H.-J. Treder: *Die relativistische Thermodynamik des Universums und die 3°-Kelvin-Strahlung*. Forsch. Und Fortschr. 11, 132 (1967)
- [4] H.-J. Treder: *Relativität und Kosmos. Raum und Zeit in Physik, Astronomie und Kosmologie*. Akademie-Verlag, Berlin 1968
- [5] S. Weinberg: *Gravitation and Cosmology*. Wiley, New York 1972
- [6] S. Weinberg: *The First Three Minutes. A Modern View of the Origin of the Universe*. Basic Books, New York 1977
- [7] C.W. Misner, K.S. Thorne, J.A. Wheeler: *Gravitation*. Freeman, San Francisco 1973
- [8] F. Gackstatter: *Über Volumendefekte und Krümmung bei der Robertson-Walker-Metrik und Konstruktion kosmologischer Modelle*. Ann. Physik (Leipzig) 44, 423-439 (1987)
- [9] R. Schimming: *Nachruf für Prof. Dr. habil. Dr. h.c. mult. Hans-Jürgen Treder*. Sitzungsber. Leibniz-Sozietät 94, 189-197 (2008)