

Horst-Heino von Borzeszkowski

Einsteins Arbeiten zur unitären Feldtheorie in der Berliner Zeit¹

Die Physik unserer Zeit ist ohne die Arbeiten Albert Einsteins undenkbar. Zu seinen wichtigsten wissenschaftlichen Leistungen gehören die Begründung der Speziellen und Allgemeinen Relativitätstheorie, die Mitbegründung der Quanten- und Atomphysik und die Ausgestaltung all dieser Theorien. Seine eigentliche Ambition ging aber über das von ihm Erreichte hinaus. Er beabsichtigte, eine einheitliche physikalische Theorie zu begründen. Diese wollte er nicht durch eine Verbindung der Gesetze der klassischen Felder mit den Regeln der Quantenphysik, sondern durch die Verallgemeinerung seiner Allgemeinen Relativitätstheorie gewinnen. Denn letztere hatte eine gegenüber der vorgängigen Physik epochale Änderung der Beziehung von Geometrie und Physik bewirkt. Gemäß Einsteins Programm einer einheitlichen Theorie sollten alle physikalischen Felder und Teilchen als Konfigurationen eines einheitlichen geometrischen Feldes, das die Struktur der Raum-Zeit-Welt bestimmt, ableitbar sein.

Alle wichtigen Ansätze für eine derartige unitäre, d.h. einheitliche geometrische Theorie hatte Einstein schon in seiner Berliner Zeit entwickelt. Dazu gehört auch die Theorie, welche er dann, nachdem er von den Nazis aus Deutschland vertrieben worden war, in Princeton (USA) zu einer Theorie ausbaute, deren letzte Fassung 1955 als „Appendix II. Relativistic theory of the non-symmetric field“ seines Buches *The Meaning of Relativity* publiziert wurde.

1 Ausführliches Manuskript zum Vortrag gleichen Titels des Autors auf dem Kolloquium der Leibniz-Sozietät zum Thema „Albert Einstein in Berlin“ am 17.03.2005. Der Autor widmet diesen Artikel seinem am 18.11.2006 verstorbenen langjährigen Lehrer und Koautor Hans-Jürgen Treder, Mitglied der Leibniz-Sozietät. Er hat die Druckfassung nach dem Tode von Hans-Jürgen Treder der Sozietät am 27.03.2007 zur Veröffentlichung übergeben. Eine Kurzfassung zum Vortrag ist in Band 78/79 (Jahrgang 2005), S. 61, erschienen.

Allgemeine Relativitätstheorie: Die geometrische Theorie der Gravitation

Um Einsteins Hoffnungen in Hinblick auf eine unitäre Theorie zu verstehen, muß man sich zunächst einmal vor Augen führen, was mit der Allgemeinen Relativitätstheorie erreicht bzw. noch nicht erreicht worden war.

Die Allgemeine Relativitätstheorie ist die Explikation der experimentell vor allem von Roland v. Eötvös immer besser bestätigten Äquivalenz von träger und schwerer Masse. Diese Äquivalenz war zwar schon Newton aufgrund von Pendelversuchen bekannt, so daß er in seine Theorie nur den Massebegriff schlechthin einführte und nicht zwischen träger und schwerer Masse unterschied; sie spielte aber keine darüber hinausgehende Rolle. Trägheit und Schwere bzw. Gravitation wurden dennoch als zwei gänzlich verschiedene Phänomene behandelt: Die Trägheitskräfte sind Scheinkräfte, die auftreten, wenn die Bewegung nicht auf den absoluten Raum, oder besser, nicht auf ein dieses repräsentierendes Inertialsystem, bezogen wird, während die Gravitationskräfte genuine Kräfte sind, die ihre Ursache in der Wechselwirkung der Körper haben.

Albert Einstein erhob hingegen die von der Äquivalenz der trägen und schweren Masse angezeigte Äquivalenz von Trägheits- und Gravitationsphänomenen in den Rang eines Prinzips. Dieses sogenannte Äquivalenzprinzip explizierte bzw. realisierte er mathematisch mittels der Forderung, daß alle physikalischen Gesetze kovariant formuliert, d.h. so dargestellt werden müssen, daß ihre Form unabhängig vom Bezugssystem ist. Das führte ihn zu seiner relativistischen Feldtheorie der Gravitation, deren endgültige Fassung er am 25. November 1915 der Preußischen Akademie der Wissenschaften in Berlin vorlegte.²

Diese Theorie bezeichnete er insofern mit Recht als Allgemeine Relativitätstheorie, als sie die Gravitationswechselwirkung nur durch eine Verallge-

2 Vgl. A. Einstein, Die Feldgleichungen der Gravitation, in: Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, 1915, S. 844–847. – Nachdem Einstein gezeigt hatte, daß aufgrund des Äquivalenzprinzips die Gravitation sowohl eine Krümmung der Lichtstrahlen als auch eine Rotverschiebung des Spektrums bewirken müßte (vgl. A. Einstein, Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen, in: Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik, 4(1907), 411–462; ders., Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes, Annalen der Physik, 35(1911), 898–908), legte er 1913 zusammen mit Marcel Großmann eine erste Version einer verallgemeinerten Relativitätstheorie mit Gravitationsfeldgleichungen vor (vgl. A. Einstein und M. Grossmann, Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation, Leipzig 1913), die seinen späteren endgültigen Gleichungen nahekommen. Auf einem in der Literatur vielfach beschriebenen kurvenreichen Weg gelangte er schließlich zu den endgültigen Gleichungen, die er in der eingangs zitierten Arbeit vorlegte.

meinerung der von ihm 1905 begründeten Speziellen Relativitätstheorie gesetzmäßig fassen konnte. Sie besagt nämlich, daß man aufgrund der universellen Gravitationswechselwirkung von der ebenen Raum-Zeit-Welt der Speziellen Relativitätstheorie – in der es bevorzugte Bezugssysteme, die sogenannten inertialen Bezugssysteme (auch „Inertialsysteme“ genannt) gibt – zur gekrümmten Riemannschen Raum-Zeit-Welt übergehen muß, in der keine bevorzugten Bezugssysteme existieren. Diese Riemannsche Raum-Zeit-Welt ist durch ein metrisches Feld $g_{ik}(x^l)$, auch kurz „Metrik“ genannt, charakterisiert, also durch eine Größe, die sich mit den Raum-Zeit-Koordinaten ändert und die Geometrie charakterisiert. Aufgrund des Äquivalenzprinzips wird sie mit dem Trägheits- bzw. Gravitationsfeld identifiziert. (Dieses metrische Feld wird auch kurz „Metrik“ genannt, wobei die erste Bezeichnung den Vorzug hat, durch das Wort „Feld“ etwas deutlicher zu machen, daß es sich um eine mit den Raum-Zeit-Koordinaten veränderliche Größe handelt.) Die Einsteinschen Feldgleichungen der Gravitation erlauben dann, das von der kosmischen Materie erzeugte Gravitationsfeld (bzw. das damit identische, die Raum-Zeit-Struktur bestimmende, metrische Feld) zu berechnen.

Die Einsteinschen Feldgleichungen können in der folgenden Form geschrieben werden (Einstein schrieb sie 1915 in seiner Begründungsarbeit in einer etwas anderen Form):

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = -\kappa T_{ik} \quad (1)$$

Dabei bezeichnen R_{ik} bzw. R den aus der Metrik $g_{ik}(x^l)$ und deren ersten und zweiten Ableitungen nach den vier Raum-Zeit-Koordinaten gebildeten Ricci-Tensor bzw. Ricci-Skalar, während T_{ik} der Energie-Impuls-Tensor der Materie ist, die das Gravitationsfeld erzeugt. – Für die weitere Diskussion der Allgemeinen Relativitätstheorie und ihrer Verallgemeinerungen ist es wichtig, daß Hilbert und Einstein nachweisen konnten, daß die Feldgleichungen (1) durch Variation des metrischen Feldes $g_{ik}(x^l)$ aus dem (über ein vierdimensionales Raum-Zeit-Volumen erstrecktes) Wirkungsintegral

$$I_{EH} = \int d^4x \sqrt{-g} \left(R[g] + 2\kappa L_{mat}[g, \partial g, \psi, \partial \psi] \right) \quad (2)$$

abgeleitet werden können. ($\sqrt{-g}$ bezeichnet die Wurzel der negativen Determinante der Metrik, $R[g]$ den von der Metrik und deren Ableitungen abhängenden Ricci-Skalar und $L_{mat}[g, \partial g, \psi]$ die Lagrange-Funktion der das Gravitationsfeld erzeugenden Materie. Letztere ist ein Funktional der Metrik,

der Ableitungen der Metrik, des Materiefeldes ψ und der Ableitungen dieses Feldes.)

Die Einsteinschen Gravitationsgleichungen (1) sind im Riemannschen Raum V_4 formuliert, in dem die (einzige) bestimmende Grundgröße ist. Aus ihr werden alle weiteren, die Geometrie von V_4 charakterisierenden Größen gebildet, so auch die für den Paralleltransport und die kovariante Ableitung benötigte Konnektion

$$\Gamma^i_{kl} = \left\{ \begin{matrix} i \\ kl \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} g^{in} (\partial_l g_{nk} + \partial_k g_{ln} - \partial_n g_{kl}) \quad (3)$$

Das Äquivalenzprinzip zur Grundlage seiner allgemein-relativistischen Feldtheorie der Gravitation zu machen, hat Einstein später als den glücklichsten Gedanken seines Lebens bezeichnet.³ Diesen Gedanken hatte er schon 1907, also in seiner Berner Zeit, als er für die Zeitschrift „Radioaktivität und Elektronik“ einen Bericht über die Spezielle Relativitätstheorie verfassen wollte und bemerkte, daß die Gravitation nicht mit der Speziellen Relativitätstheorie in Übereinstimmung zu bringen war. Er erkannte, daß die Gravitation eine Verallgemeinerung dieser Theorie erforderte und daß das Äquivalenzprinzip dafür eine Grundlage bot.

Aus Einsteins Sicht hatte die Allgemeine Relativitätstheorie aber nicht nur Stärken, sondern auch Schwächen.⁴ Die Stärken sah er nicht so sehr in der theoretischen Erklärung einiger empirischer Effekte wie der Periheldrehung des Merkur und der Ablenkung des Lichts im Schwerefeld der Sonne,⁵ sondern darin, daß diese Theorie ein völlig neues Verhältnis von Geometrie und Physik begründet hatte. Enttäuscht war er davon, daß er mit seiner Theorie in dieser Hinsicht nicht mehr erreicht hatte.

Man muß nämlich feststellen, daß Einstein eigentlich mehr wollte, als ihm mit seiner Allgemeinen Relativitätstheorie gelungen war. Man kann sogar sagen, daß die Irrungen und Wirrungen, die es auf dem Weg zur Allgemeinen Relativitätstheorie gab und die in der Literatur vielfach beschrieben wurden,

3 A. Einstein, Unveröffentlichtes Manuskript, zitiert nach: A. Pais, *Subtle is the Lord ... The science and the life of Albert Einstein*, Oxford 1982.

4 Einen authentischen Bericht über Einsteins Sicht auf die Allgemeine Relativitätstheorie gab Peter Bergmann, der von 1936 bis 1941 Einsteins Mitarbeiter war. Siehe hierzu: P.G. Bergmann, *Unitary field theory: yesterday, today, tomorrow*, in: *Einstein Centenarium*, hg. von H.-J. Treder, Berlin 1979.

5 Siehe dazu auch die entsprechenden Briefe Einsteins, in denen er schon vor dem Bekanntwerden der Ergebnisse der Sonnenexpeditionen von 1919 die Gewißheit äußerte, daß diese seine Theorie bestätigen würden. Vgl. *The Collected Papers of Albert Einstein*, Vol. 9: *The Berlin Years. Correspondence, January 1919–April 1920*, ed. by D.K. Buchwald etc., Princeton 2004.

maßgeblich dadurch bedingt waren, daß er nicht nur eine relativistische Theorie der Gravitation, sondern eine einheitliche geometrische Feldtheorie anstrebte. Die Allgemeine Relativitätstheorie war nun aber nicht etwa schlechthin enttäuschend für Einstein. Sie und die bald darauf erbrachte empirische Bestätigung einer ihrer spektakulärsten Aussagen, nämlich der, daß die Lichtstrahlen durch die Wirkung der Gravitation gekrümmt werden, bestärkten vielmehr seine Hoffnung, das große Ziel auf dem von ihr gewiesenen Weg noch zu erreichen.

Einsteins Anforderungen an eine einheitliche geometrische Feldtheorie

Um die von Einstein zum Zweck der von ihm angestrebten Verallgemeinerung unternommenen Versuche zu verstehen, sei zunächst der Katalog von Kriterien erläutert, dem nach Einsteins Maßstäben eine derartige Theorie zu genügen hatte, und gefragt, inwieweit die Allgemeine Relativitätstheorie diesem schon gerecht wird.

(i) *Die kosmische Materie bestimmt das metrische Feld eindeutig.* Diese Forderung nannte Einstein ab 1918 „Machsches Prinzip“⁶. Sie war für ihn eine Konsequenz der von Mach in dem Buch *Die Mechanik in ihrer Entwicklung. Historisch-kritisch dargestellt am Raumbegriff der klassischen Mechanik geübten Kritik*. Einstein verstand diese als eine Kritik an den diesen Raum repräsentierenden inertialen Bezugssystemen, die nicht nur in der Newtonschen Mechanik, sondern auch in der Speziellen Relativitätstheorie auftreten. Nun befreit die Allgemeine Relativitätstheorie die Physik zwar erstmalig von den inertialen Bezugssystemen, die in der vor-allgemein-relativistischen Physik den Bezugsrahmen bilden, der die Abstands- und Zeitmessung ermöglicht. An deren Stelle tritt die Metrik $g_{ik}(x^j)$ der Raum-Zeit-Welt, die das Verhalten der Maßstäbe und Uhren bestimmt und die ihrerseits vermittels der Einsteinschen Gleichungen durch die kosmische Materie bestimmt wird. Einstein nannte die Metrik auch Bezugsmolluske, da sie eben einerseits den Bezugsrahmen bildet und andererseits ein dynamisch veränderliches, also *molluskes* Gebilde darstellt. Allerdings wird die Bezugsmolluske in der Allgemeinen Relativitätstheorie durch die durch T_{ik} beschriebene Materie nicht eindeutig bestimmt und teilt so mit den Inertialsystemen die Eigenschaft, eine

6 Einsteins Verhältnis zum Machschen Prinzip änderte sich im Verlauf seines Lebens. Vgl. das Nachwort der Herausgeber zu: E. Mach, *Die Mechanik in ihrer Entwicklung. Historisch-kritisch dargestellt*, hg. und mit einem Anhang versehen von R. Wahsner und H.-H. v. Borzeszkowski, Berlin 1988, insbes. S. 633–642.

gewisse, von der Materie unabhängige Selbständigkeit zu besitzen. Insofern sind die Bezugsmolluske und die Materie wieder unterschiedliche Wesenheiten der Theorie und keineswegs vereinheitlicht.

(ii) *Einheitliche Beschreibung des elektromagnetischen Feldes und des Gravitationsfeldes.* Die Allgemeine Relativitätstheorie erfüllt diese Forderung nicht. In ihr besteht eine Asymmetrie zwischen beiden Feldern, da das Gravitationsfeld mit der Metrik $g_{ik}(x^l)$, also einer die Raum-Zeit-Struktur charakterisierenden Größe, identifiziert ist, während das elektromagnetische Feld dieser Raum-Zeit-Welt äußerlich aufgeprägt ist.

(iii) *Lösung des Teilchen- bzw. Quantenproblems.* Einstein wollte die Teilchen und Körper nicht zusätzlich zu den Feldern in die Theorie einführen, sondern sie als besondere Konfigurationen aus einer reinen Feldtheorie berechnen. Technisch gesprochen sollten Teilchen sich als singularitätsfreie Lösungen der Feldgleichungen ergeben. Diese Forderung nannte er die Lösung des Teilchenproblems. Und in dem Maße, in dem die Physik für Teilchen wie Elektronen und Protonen zeigte, daß sie atomistische bzw. Quanteneigenschaften aufweisen, sollten diese dann auch aus einer reinen Feldtheorie deduziert werden können. Die Feldgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie (1) machen nun zwar Aussagen über die Bewegung von Teilchen, da aus ihnen die diese Bewegung charakterisierende dynamische Gleichung folgt, der gemäß die kovariante Divergenz des Energie-Impuls-Tensors verschwindet, d. h. die Bedingungen $\nabla_k T^{ik} = 0$ erfüllt sind. Die Feldgleichungen (1) sagen aber nichts über die Struktur von Teilchen aus, denn sie liefern keine Lösungen, die als Teilchen interpretiert werden können. Einstein beklagt das, indem er feststellt, die Materie (d.h. die Teilchen und Körper) seien in dieser Theorie als etwas „primitiv Gegebenes“, als etwas „physikalisch Einfaches“ gegeben.⁷

In den folgenden vier Jahrzehnten versuchte Einstein durch eine Verallgemeinerung oder Modifikation der Allgemeinen Relativitätstheorie eine Theorie zu begründen, die seinen Anforderungen an eine einheitliche geometrische Feldtheorie genüge.⁸ Während er bis 1925 auch noch wichtige Ar-

7 Vgl. A. Einstein, Zur allgemeinen Relativitätstheorie (Nachtrag), in: Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, 1915, S. 799–801.

8 Zur Geschichte der einheitlichen geometrischen Feldtheorie siehe auch: H.-J. Treder und H.-H. v. Borzeszkowski, Einsteins Arbeiten zur einheitlichen Feldtheorie. Fundament und Programm der modernen Physik, Wissenschaft und Fortschritt 29(1979), 49–52; H.-H. v. Borzeszkowski und H.-J. Treder, On metric and matter in unconnected, connected and metrically connected manifolds, Foundations of Physics 34(2004), 1541; H. Goenner, On the history of unified field theories, Living Reviews of Relativity 7 (2004), nn. 2 [online article], <http://www.livingreviewers.org/lrr-2004>.

beiten zur Quantentheorie vorlegte, die er durch seine Arbeit „Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt“ mitbegründet hatte,⁹ war seine wissenschaftliche Tätigkeit in den dann folgenden drei Jahrzehnten fast ausschließlich dieser Arbeit gewidmet. Alle wesentlichen Ansätze dazu wurden von ihm schon in seiner Berliner Zeit erdacht. Einige davon hat er dann in Princeton ausgearbeitet.

Dabei fällt auf, daß Einstein von zwei Ausnahmen abgesehen bis 1945 nicht wesentlich von der geometrischen Grundlage der Allgemeinen Relativitätstheorie abwich, also voraussetzte, daß die Struktur der Raum-Zeit-Welt durch die Riemann-Geometrie (bzw. die „Riemann-Geometrie mit Aufrechterhaltung des Begriffes des Fernparallelismus“) zu beschreiben ist.¹⁰ Dafür sprach nach seinem Dafürhalten ein physikalischer Grund, nämlich das Äquivalenzprinzip. Für eine Erweiterung des geometrischen Rahmens konnten hingegen nur mathematische Gründe geltend gemacht werden. Dieses vermerkend muß der weitverbreiteten Meinung entgegengetreten werden, wonach Einstein in seinen reifen Jahren, ganz im Gegensatz zu seinen jungen Jahren, mathematischen Spekulationen gegenüber physikalischen Argumenten den Vorzug gegeben hat.

Einsteins frühe Versuche, zu einer unitären Theorie zu gelangen

Zunächst sei von den zwei erwähnten Ausnahmen die Rede, die den Rahmen der Riemann-Geometrie überschreiten.

Der Gedanke, einen erweiterten geometrischen Rahmen zu wählen, d.h. von der Riemann- zu einer sogenannten Nicht-Riemann-Geometrie überzugehen, wurde erstmalig von Hermann Weyl erwogen.¹¹ Um nicht nur das Gravitationsfeld, sondern auch das elektromagnetische Feld zu geometrisieren, d.h. es als ein die Struktur der Raum-Zeit-Welt unmittelbar charakterisierendes Feld darzustellen bzw. nachzuweisen, setzte Weyl voraus, daß die Raum-Zeit-Welt durch eine Metrik $g_{ik}(x^l)$ und eine Konnektion $\Gamma_{kl}^i(x^l)$, charakterisiert ist. Die Konnektion sollte nun also nicht gemäß der Vorschrift (3) aus der Metrik gebildet werden, sondern als ein von dieser unabhängiges

9 A. Einstein, Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt, *Annalen der Physik*, 17(1905), 132-184.

10 Vgl. A. Einstein, Riemann-Geometrie mit Aufrechterhaltung des Begriffes des Fernparallelismus, in: *Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften*, 1928, S. 217-221.

11 Vgl. H. Weyl, Gravitation und Elektrizität, in: *Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften*, 1918, S. 465-480.

Feld (seinerzeit auch „infinitesimales Verschiebungsfeld“ genannt) eingeführt werden. Indem er diese zusätzliche Raum-Zeit-Struktur entsprechend spezifizierte, konnte er sie (in gewisser Hinsicht) mit dem elektromagnetischen Feld identifizieren.

Einstein, der diese Weylsche Arbeit der Preußischen Akademie der Wissenschaften vorlegte, sprach in einem Nachtrag von der Tiefe und Kühnheit dieser Theorie, die jeden Leser mit Bewunderung erfüllen müsse, zweifelte aber an der physikalischen Bedeutung derselben mit den Worten: „Wäre dies in der Natur wirklich so, dann könnte es nicht chemische Elemente mit Spektrallinien von bestimmter Frequenz geben, sondern es müßte die relative Frequenz zweier (räumlich benachbarter) Atome der gleichen Art im allgemeinen verschieden sein. Da dies nicht der Fall ist, scheint mir die Grundhypothese der Theorie leider nicht annehmbar,“. Als Weyl trotz dieses Einwands an seiner Theorie festhielt und sie gar in die 3. Auflage seines 1918 erstmals erschienenen Buches *Raum, Zeit, Materie* aufnahm, wurde Einstein sogar ungehalten. So schrieb er an seinen Freund Paul Ehrenfest: „Weyl hat in der neuen Auflage seines Lehrbuchs nun seine elektromagnetische Theorie leider angefügt, so daß dieser allerdings sehr geistreiche Unfug seinen Weg in die Gehirne nehmen wird. Aber ich tröste mich damit, dass das Sieb der Zeit seine Arbeit auch an dieser Stelle thun wird.“¹²

Arthur S. Eddington, der sich durch den empirischen Nachweis der von der Allgemeinen Relativitätstheorie vorausgesagten Ablenkung des Lichts durch die Sonne um diese Theorie sehr verdient gemacht hatte, nahm Einsteins Einwand gegen Weyls Theorie ernst. Er modifizierte daher diese Theorie dahingehend, daß er eine andere Nicht-Riemann-Geometrie als Weyl zugrunde legte.¹³ Gemäß der von Eddington verwandten Geometrie sollte die Raum-Zeit nur noch durch ein infinitesimales Verschiebungsfeld $\Gamma_{kl}^i(x^l)$ charakterisiert werden. Die Weylsche Metrik, die die Grundlage für den Einsteinschen Spektrallinien-Einwand bot, sollte hingegen aus der Basisstruktur der Theorie verbannt werden.

Zunächst meinte Einstein in einem Brief an Hermann Weyl, die Eddingtonsche Theorie sei „ein schöner Rahmen, bei dem man absolut nicht sieht, wie er ausgefüllt werden könnte.“¹⁴ Im Jahre 1923 versuchte er dann aber,

12 A. Einstein, Brief an Paul Ehrenfest vom 2. 2. 1920, in: The Collected Papers of Albert Einstein, Vol. 9, Dok. 294.

13 Vgl. A.S. Eddington, A generalization of Weyl's theory of the electromagnetic and gravitation fields, Proceedings of the Royal Society London, 99(1921), 19 ff.

14 A. Einstein, Brief an H. Weyl vom 6. 6. 1922, ETH-Bibliothek, Zürich – Archive und Nachlässe, Hs 91: 554.

diesen Rahmen auszufüllen und legte das Resultat seiner Bemühungen in der Arbeit „Zur affinen Feldtheorie“ nieder.¹⁵ Ausgehend von der Lagrange-Dichte

$$\mathbf{H}(\Gamma) = \sqrt{-(\det R_{ik})} \quad (4)$$

die nur von einer Konnektion $\Gamma_{kl}^i(x^l)$ abhängt, bildete er das Wirkungsintegral (λ ist eine Konstante der Dimension $[\text{Länge}]^{-2}$)

$$I_{E1} = \int \mathbf{H}(\Gamma) d^4x = \frac{2}{\lambda} \int \sqrt{-(\det R_{ik})} d^4x \quad (5)$$

um daraus unitäre Feldgleichungen, d. h. Differentialgleichungen zur Bestimmung des Verschiebungsfeldes abzuleiten, welches das Gravitationsfeld und das elektromagnetische Feld beschreiben sollte. Da im Interesse einer physikalischen Interpretation der Theorie eine Metrik, wenn schon nicht als primäre Größe, so doch wenigstens nachträglich eingeführt werden muß, nahm Einstein zusätzlich an, daß sie durch den Ricci-Tensor gemäß der Relation

$$R_{ik} = \lambda g_{ik} \quad (6)$$

bestimmt wird. Diese Arbeit endet dann aber mit einem Satz der Enttäuschung: „Ein singularitätsfreies Elektron liefert diese Theorie nicht.“

Da also das Teilchenproblem auf diese Weise nicht gelöst worden war und auch ein weiterer Versuch, im Rahmen der Riemann-Geometrie voranzukommen nicht fruchtete, machte Einstein seinen für zwei Jahrzehnte letzten Versuch, mittels einer Nicht-Riemann-Geometrie voranzukommen. Dabei folgte er der ursprünglichen Weylschen Hypothese von einer Raum-Zeit-Welt, die durch eine Metrik und eine durch eine davon unabhängige Konnektion bestimmt ist. Genauer gesagt: Einstein führte neben einer unsymmetrischen Metrik $g_{ik} (\neq g_{ki})$ eine unsymmetrische Affinität $\Gamma_{kl}^i (\neq \Gamma^i_{lk})$ ein und konnte aus diesen beiden Größen das folgende Wirkungsintegral bilden

$$I_{E2} = \int d^4x \sqrt{-g} \left(R[g, \Gamma] + 2\kappa L_{mat}[g, \Gamma, \psi, \partial\psi] \right) \quad (7)$$

Die entsprechende der Akademie am 9. Juli 1925 vorgelegte Arbeit trägt den Titel „Einheitliche Feldtheorie von Gravitation und Elektrizität“¹⁶ und schien

15 A. Einstein, Zur affinen Feldtheorie, in: Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, 1923, S. 137–140.

16 Siehe A. Einstein, Einheitliche Feldtheorie von Gravitation und Elektrizität, in: Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, 1925, S. 137–140.

Einstein für kurze Zeit die Lösung zu bringen. Er glaubte wohl, daß die damit gewonnene einheitliche geometrische Beschreibung von Gravitations- und elektromagnetischen Feldern auch Modelle zu berechnen gestattetet, die als Elektronen (und damit als Lösung des Teilchenproblems) interpretiert werden können. Zwei Monate später wußte er, daß diese Arbeit – wie er an Ehrenfest schrieb – nichts taugt.

Es gab mehrere Gründe dafür, daß Einstein über zwei Jahrzehnte hinweg von derartigen, den Rahmen der Riemannschen Geometrie verlassenden Konstruktionen absah. Zum einen waren seine Rechnungen, die er mit Unterstützung von Jakob Grommer vorgenommen hatte, erfolglos. Sie lieferten kein Teilchenmodell. Zu anderen war Einstein 1925, ohne es zu wissen, in einem wichtigen Punkt seiner Zeit voraus. Er sah, daß Theorien von der von ihm betrachteten Struktur zur Konsequenz haben, daß zu jedem Teilchen der Masse m und der Ladung e ein Teilchen derselben Masse m und der Ladung $-e$ gehören muß. Da man zu jener Zeit aber nur das Elektron und das Proton, nicht aber das Positron kannte, schien dieses Resultat ein Einwand gegen die Theorie von 1925 und ähnliche Theorien zu sein. Denn die bekannten Teilchen Elektron und Proton hatten zwar entgegengesetzte Ladungen e und $-e$, aber ungleiche Massen. Hätte Einstein sein Resultat physikalisch akzeptiert und gefordert, das zum Elektron gehörende Anti-Elektron (nach seiner Entdeckung „Positron“ genannt) und das zum Proton gehörende Anti-Proton zu suchen, hätte er damit die Existenz der Antimaterie vorausgesagt. Diese Voraussage wurde dann aber erst von Dirac aufgrund der Quantentheorie gemacht und nachträglich im Experiment bestätigt.¹⁷

Ein dritter Grund für das Abgehen vom Weyl-Eddingtonschen Weg einer Verallgemeinerung der Riemann- zu einer Nicht-Riemann-Geometrie war der, daß dieser von keinem physikalischen Prinzip getragen zu werden schien. Wie Einstein in dem schon erwähnten Brief an Weyl schrieb, waren die Allgemeine Relativitätstheorie und deren geometrische Grundlage, die Riemann-Geometrie, eine Konsequenz des Äquivalenzprinzips. Für eine Verallgemeinerung der Riemann-Geometrie war ein solches aber nicht zu erkennen, so daß man nur mathematische Anhaltspunkte hatte.

Anfang 1926 schien Einstein die Erwartungen, die er von 1923 bis 1925 in die Nicht-Riemann-Geometrie zur Theorienbildung gesetzt hatte, ganz aufgegeben zu haben. In einer Arbeit in den *Mathematischen Annalen*

17 Eine detaillierte Analyse dieses Aspekts der Einsteinschen Arbeit wurde von H.-J. Treder durchgeführt. (Vgl. H.-J. Treder, Die Geometrisierung der Physik und die Physikalisierung der Geometrie, in: Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften DDR, 1975, 14N.)

schreibt er: „[Es] waren unser aller Bestrebungen darauf gerichtet, auf dem von Weyl und Eddington eingeschlagenen oder einem ähnlichen Wege zu einer Theorie zu gelangen, die das Gravitationsfeld und das elektromagnetische Feld zu einer formalen Einheit verschmilzt; *durch mannigfache Mißerfolge habe ich mich aber nun zu der Überzeugung durchgerungen, daß man auf diesem Wege der Wahrheit nicht näher kommt.*“¹⁸

Einsteins Rückkehr zur Riemannschen Geometrie und schliesslich sein letztes Wort: Die „relativistische Theorie des unsymmetrischen Feldes“

Den Ausweg sieht Einstein zunächst darin, zur Riemann-Geometrie zurückzukehren, auf deren Grundlage er schon seit 1917 (und auch parallel zu den oben besprochenen Arbeiten von 1923 und 1925) versucht hatte, sein Ziel zu erreichen. In seiner Arbeit „Kosmologische Betrachtungen zur Allgemeinen Relativitätstheorie“ von 1917 nahm er eine kleine Modifikation seiner Gravitationsgleichungen von 1915 vor,¹⁹ indem er einen sogenannten kosmologischen Term hinzufügte.

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R + \lambda g_{ik} = -\kappa T_{ik} \quad (8)$$

Dadurch konnte er ein kosmologisches Modell begründen, heute „Einstein-Kosmos“ genannt, in dem die Massendichte des Universums eindeutig durch dessen geometrische Struktur gegeben ist. Das sah er als Erfolg an, da dies je nach Lesart als ein Beleg für das Machsche Prinzip im Sinne der Dominanz der Materie oder für das geometrisch-feldtheoretische Programm im Sinne der Dominanz der Geometrie angesehen werden konnte.

Ausgehend von der Tatsache, daß die Allgemeine Relativitätstheorie keine Resultate liefert, die als (stabile) Modelle von Teilchen interpretiert werden können, kam Einstein 1919 zu der Ansicht, daß man die Gravitationsgleichungen von 1915 „abschwächen“ sollte, um derartige Modelle zuzulassen. Daher modifizierte er sie in der Akademie-Vorlage „Spielen Gravitationsfelder im Aufbau der materiellen Elementarteilchen eine wesent-

18 A. Einstein, Über die formale Beziehung des Riemannschen Krümmungstensors zu den Feldgleichungen der Gravitation, *Mathematische Annalen*, 97(1926), 99–108.

19 Vgl. A. Einstein, Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie, in: *Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften*, 1917, S. 142–152.

liche Rolle?“ etwas anders als 1917,²⁰ wobei er aber immer den Zusammenhang beider Arbeiten betonte.

Andererseits sollten die gesuchten Gleichungen auch das Quantenproblem lösen. So suchte er Feldgleichungen, die im Unterschied zu den Gleichungen von 1915 ohne zusätzliche Quantisierung zu diskreten, also gequantelten Werten von Masse, Energie und Ladung der elementaren Teilchen führen. Das hieß aber nun, bestimmte Lösungen auszuschließen, also die Gravitationsgleichungen zu „verschärfen“. So entstand 1923 die Arbeit „Bietet die Feldtheorie Möglichkeiten für die Lösung des Quantenproblems?“, die von Planck der Akademie am 13. 12. 1923 vorgelegt wurde.²¹

Nach Arbeiten zu einer Theorie von Theodor Kaluza, die auf der Geometrie einer fünf-dimensionalen Riemannschen Raum-Zeit beruhen, wandte sich Einstein dann schließlich 1928 der schon erwähnten „Riemann-Geometrie mit Aufrechterhaltung des Begriffes des Fernparallelismus“ in der Hoffnung zu, durch diese Erweiterung der Riemannschen Strukturen das Gravitationsfeld und das elektromagnetische Feld geometrisieren zu können. Dabei wurde er später durch den Mathematiker Walter Mayer unterstützt.²²

Während Einstein in Princeton mit Beendigung der Zusammenarbeit mit Mayer die Arbeit an seiner Theorie mit Fernparallelismus bald einstellte, befaßte er sich 1938 noch einmal mit der fünf-dimensionalen Theorie von Kaluza. In zwei Arbeiten mit Bergmann bzw. Bargmann and Bergmann legte er eine Verallgemeinerung dieser Theorie vor.²³

Schließlich kehrte Einstein 1945 zu dem Programm von 1925 zurück. Es wurde zur mathematischen Grundlage der Theorie, die er „Relativistische Theorie des unsymmetrischen Feldes“²⁴ nannte und die er zunächst mit Ernst

20 Vgl. A. Einstein, Spielen Gravitationsfelder im Aufbau der materiellen Elementarteilchen eine wesentliche Rolle? in: Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, 1919, S. 349–356.

21 Vgl. A. Einstein, Bietet die Feldtheorie Möglichkeiten für die Lösung des Quantenproblems? in: Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, 1923, S. 359–364.

22 A. Einstein, Riemann-Geometrie mit Aufrechterhaltung des Begriffes des Fernparallelismus, in: Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, 1928, S. 217–221. – In der Folge erschien bis 1934 eine Reihe weiterer Arbeiten zu diesem Thema (teilweise mit Mayer als Koautor).

23 Vgl. A. Einstein und P.G. Bergmann, On a generalization of Kaluza's theory of electricity, *Annals of Mathematics*, 39(1938), 683; A. Einstein, V. Bargmann und P.G. Bergmann, A generalization of Kaluza's theory, in: Theodore von Karman Anniversary Volume, Pasadena 1941.

24 Vgl. A. Einstein, *The Meaning of Relativity*, Appendix II: The relativistic theory of the non-symmetric field, Princeton 1955.

Gabor Straus und dann mit Bruria Kaufman ausarbeitete. Inzwischen war die Existenz von Anti-Materie längst eine gesicherte physikalische Erkenntnis geworden, so daß sie als Einwand gegen eine derartige Theorie nicht nur entfiel, sondern vielmehr zu ihren Gunsten sprach. Es gelang Einstein allerdings nicht, mit dieser Theorie das Teilchen- und Quantenproblem zu lösen.

Auch spätere Versuche anderer Autoren kamen in dieser Hinsicht vorwiegend zu negativen Resultaten. Ein positives Resultat wurde in dieser Hinsicht von Treder erzielt, der das bis dahin vergeblich gesuchte Coulomb-artige Potential als Lösung der Einsteinschen unitären Lösungen nachwies und zudem zeigen konnte, daß es auch eine Lösung dieser Gleichungen gibt, der gemäß die Kraft sich mit der Entfernung nicht verändert.²⁵

Kontinuum und Diskontinuum

In den abschließenden zwei Absätzen von Einsteins letzter Arbeit, dem Anhang II des Buches *The Meaning of Relativity*, findet man sehr nachdenkliche Sätze zu der Frage, ob es denkbar ist, „daß eine geometrische Feldtheorie die atomistische und Quantenstruktur der Realität zu verstehen gestattet“. Einstein meinte, daß – obwohl diese Frage von fast allen mit „Nein“ beantwortet wird – niemand etwas Zuverlässiges darüber weiß. Denn wir verfügen bisher über keine mathematische Methode, um aus der Theorie systematisch Lösungen abzuleiten und kennen daher die Antwort auf diese Frage nicht.

Gleichzeitig gibt Einstein aber auch zu, daß man gute Argumente dafür angeben kann, „daß die Realität überhaupt nicht durch ein kontinuierliches Feld dargestellt werden kann“. Hierin äußert sich nicht nur ein Zweifel an den Erfolgsaussichten einer geometrischen Feldtheorie, sondern an denen einer Feldtheorie schlechthin. Damit nähert sich Einstein der Schrödingerschen Ansicht über das Verhältnis von Kontinuum und Diskontinuum.²⁶ Schrödinger hatte die Quantentheorie 1926 in Form der sogenannten Wellenmechanik begründet und glaubte, damit das Teilchenverhalten, das Verhalten des Diskreten, dem Wellenverhalten, dem Verhalten des Kontinuierlichen, untergeordnet zu haben. Er wollte – ganz im Sinne der Einsteinschen Auffassung vom elementaren Teilchen – die Diskretheit als eine aus den Gesetzen des Kontinuums entspringende Struktur bzw. Konfiguration nachweisen. Er

25 H.-J. Treder, Stromladungsdefinition in der einheitlichen Feldtheorie, *Annalen der Physik* 19(1957), 369–380.

26 Zum erkenntnistheoretischen Standpunkt Schrödingers siehe: H.-H. v. Borzeszkowski und R. Wahsner, Erwin Schrödingers Subjekt- und Realitätsbegriff, *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*, 35(1987), 1109–1118.

glaubte zunächst, mit seiner Theorie die Quantensprünge, d.h. das Diskrete der Heisenbergschen Quantentheorie vermieden zu haben, bis er dann sah, daß seine und die Heisenbergschen Arbeiten zwei unterschiedliche Darstellungen ein und derselben Theorie waren. So zerschlug sich die – wie er schrieb – „süße Hoffnung“, daß es gelungen sei, „den Rückweg zu einer klassischen kontinuierlichen Beschreibung der Natur zu bahnen“.²⁷ – Schrödinger gab sich aber nicht damit zufrieden, den Fehlschlag zu konstatieren. Von 1943 bis 1950 versuchte er – Eddington und Einstein folgend – ebenfalls eine einheitliche geometrische Feldtheorie zu begründen.²⁸

Die erfolgreiche Entwicklung der letzten einhundert Jahre folgte einem Weg, der von der Quantentheorie gewiesen wurde. Er führte zu Theorien, die auf der Grundlage von Quantenfeldern – die in der ebenen Raum-Zeit-Welt angesiedelt sind – die schwache, die elektromagnetische und eventuell auch die starke Wechselwirkung vereinigen. Sie vernachlässigen aber die Krümmung der Raum-Zeit-Welt und damit die gravitative Wechselwirkung (oben einfach „Gravitation“ genannt). Diese Theorien stellen daher nur eine vorläufige Annäherung an eine vollständigere, die Gravitation ebenfalls einbeziehende Theorie dar. Es ist durchaus noch nicht ausgemacht, ob nicht ein Rückgriff auf Einsteins geometrische Ideen nötig ist, um eine derartige Theorie zu begründen. Es ist jedoch unwahrscheinlich, daß dieser Rückgriff eine vollständige Realisierung des Einsteinschen Programms bedeuten würde. Denn der in der Newtonschen Theorie angelegte Dualismus von Geometrie und physikalischer Dynamik ist grundlegend für eine rechnende und messende Naturwissenschaft. Er kann nicht völlig aufgehoben werden, ohne die Möglichkeit der physikalischen Messung zu verlieren. Die Schwierigkeiten, die sich der Verallgemeinerung der Allgemeinen Relativitätstheorie in den Weg stellen, resultieren letztlich aus dem ambivalenten Charakter der Geometrie als Bezugsmolluske: Einerseits muß sie zur Beschreibung physikalischer Prozesse möglichst dynamisch sein, andererseits muß sie hinreichend starr sein, um die für die Messung nötigen Etalons realisieren zu können.²⁹

27 E. Schrödinger, *Naturwissenschaft und Humanismus*, Wien 1951, S. 27.

28 Siehe dazu: H.-H. v. Borzeszkowski und H.-J. Treder, *On metric and matter in unconnected, connected and metrically connected manifolds*, *Foundations of Physics*, 34(2004), 1541.

29 Ausführlicher dazu: H.-H. v. Borzeszkowski und R. Wahsner, *Erkenntnistheoretischer Apriorismus und Einsteins Theorie. Einstein in seiner Beziehung zu Newton und Kant*, *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 27(1979), 213–222; dies., *Physikalischer Dualismus und dialektischer Widerspruch. Studien zum physikalischen Bewegungsbegriff*, Darmstadt 1989.