

Hans-Jürgen Treder

## Die beste aller Welten Leibniz' Physik der Prinzipie

Um 1700 standen nach dem Absterben der spät-scholastischen Schulwissenschaften drei mathematisch-physikalische Weltbilder in Konkurrenz, die sich alle auf Copernicus und Galilei berufen konnten. Das erste Weltbild war das der "Physik der Modelle" von R. Descartes. Die Cartesianer postulierten auf Grund des Prinzips, daß eine Actio nur durch eine direkte Berührung der Körper zustande kommen kann. Dies führt zum Modell eines den ganzen Kosmos erfüllenden Kontinuums, dem nur die Eigenschaften der Dichte und der Trägheit zukommen. Ihr Weltbild war eine universelle Hydrodynamik, die sowohl der Mechanik, der Astronomie als auch der Optik zugrunde lag.<sup>4</sup>

Gegenüber Descartes hatte Newton die "Physik der Prinzipien" geschaffen. Newton sagte: "hypotheses non fingo". Die Mechanik war für Newton eine axiomatische Wissenschaft, deren Gesetze in der Form von Differentialgleichungen formulierbar sind. Die Strukturen des Kosmos gehen dann als Anfangs- und Randbedingungen in die Integrale der Bewegungsgleichungen ein.

Leibniz konzipierte im Gegensatz zu Descartes und Newton eine "Physik der Prinzipie"; er verlangte Integraltheoreme als Grundlagen der Mechanik (und damit der gesamten theoretischen Physik). Auf Leibniz' Ideen aufbauend, hatten seine Schüler Jakob und Johann Bernoulli gezeigt, daß Theoreme der Newtonschen Physik als spezielle Lösungen eines Integralprinzips hergeleitet werden können. Die Bernoullis gaben damit im Sinne von Leibniz erste Beispiele für ein "Prinzip der kleinsten Wirkung" in der Mechanik an.

Nach der Wiederbegründung der Akademie der Wissenschaften durch Friedrich II. wurde ein französischer Mathematiker, der durch seine geodätischen Messungen der Newtonschen Physik gegen den bis dahin in Paris herrschenden Cartesianismus durchgesetzt hatte, P. L. de Maupertuis,

Präsident der Berliner Akademie. Gleichzeitig gewann Friedrich aus Petersburg den großen Mathematiker L. Euler als Direktor der mathematisch-physikalischen Klassen. Maupertuis behauptete, ohne auf Leibniz zurückzuverweisen, die Existenz von Integralprinzipien in der Physik und umschrieb erstmalig allgemein das "Prinzip der kleinsten Wirkung", indem er die Wirkung als Produkt von Energie mal Zeit bzw. von Impuls mal Weg definierte. Während der harten Auseinandersetzung, die Maupertuis mit seinem Intimfeind Voltaire hatte, stellte sich L. Euler aus persönlicher Feindschaft gegen Voltaire und aus Abneigung gegen das Leibnizsche Weltbild (und seiner Fortsetzung in der "Monadologie" von C. Wolff) auf die Seite von Maupertuis. Euler verband die Spekulationen von Maupertuis mit der Bernoullischen Variationsrechnung und formulierte exakt ein Integralprinzip, das die Newtonsche Punktmechanik als Extremalbedingungen ergibt.

Leibnizens (von Maupertuis übernommene) Formulierung des Wirkungsprinzips im Sinne seiner Theodizee: "Die Natur wählt unter allen möglichen Bedingungen diejenige aus, die ihr Ziel mit dem kleinsten Aufwand von Aktion erreicht", verlangt natürlich die Definition dessen, was "Aktion", d.h. "Wirkung" sein soll. Die Entdeckung der analytischen Mechanik von L. Euler über J. L. Lagrange bis zu W. Hamilton und C. G. Jacobi war nun, daß der Begriff "Wirkung" so geprägt werden kann, daß im weiten Rahmen die Newtonschen Prinzipien der Bewegungen aus dem "Prinzip der kleinsten Wirkung" (aus dem Hamiltonschen Prinzip) ableitbar sind. Dabei muß die Wirkungsfunktion "geeignet", nämlich in Übereinstimmung mit den Prinzipien der Newtonschen Mechanik, definiert sein. Gemäß diesem sind die aus dem Wirkungsprinzip folgenden Grundgleichungen den Newtonschen Prinzipien gleichartig, obwohl nur auf die "Optimalisierung" der Bewegungen der einzelnen Partikel (im Sinne von Leibnizens Idee der Selbstbestimmung ihrer Bewegungen), der Monaden, formal abgezielt wird.<sup>1</sup>

Die Methode der Aufstellung eines Wirkungsprinzips mit geeignet definierten, alle notwendigen und gewünschten geochronometrischen, kinematischen und dynamischen Symmetrien implizierenden Wirkungsfunktionen führt weit über die Newtonsche Mechanik und auch über die Maxwell'sche Elektrodynamik hinaus. Als methodologischer Ansatz ist die Zusammenfassung der Grundgesetze der Physik in einem "Prinzip der kleinsten Wirkung" also die Darstellung der physikalischen Gesetze im Sinne der Methodologie der Leibnizens. Es ist die Art, in der - seit Hilbert, Einstein und Weyl - der Versuch unternommen wurde, die Einheit

des physikalischen Weltbildes theoretisch zu erfassen. Dabei erweist es sich dann immer als notwendig, daß in ihrer "kanonischen Form" die mathematischen Bedingungen für die Erfüllung dieses Prinzips wiederum als Prinzip im Sinne Newtons interpretierbar sind und sich in dieser Weise bewähren.

Auf Grund seiner allgemeinen Einsichten über die Beziehungen zwischen den Symmetrien und Erhaltungssätzen löste sich Helmholtz von der Vorstellung, daß die Einheit der Physik mit der universellen Gültigkeit der Newtonschen Partikel-Mechanik verbunden sei. Er sah diese als ein spezielles Modell der grundlegenden Prinzipien der Physik an. Die grundlegenden Prinzipien waren für ihn zunächst die Prinzipien der raum-zeitlichen Symmetrien und der Relativität der Bewegungen. Um mit Hilfe dieser Symmetrie-Prinzipien zu dynamischen Gleichungen zu gelangen, stützte sich Helmholtz auf die großen Entwicklungen der analytischen Mechanik von Leibniz bis Jacobi und ihr Ergebnis der Herleitbarkeit der Newtonschen Bewegungsgleichungen aus dem Prinzip der kleinsten Wirkung von Leibniz. Die von Helmholtz "kinetisches Potential" genannte Lagrangesche Funktion im Hamiltonschen Prinzip muß gemäß Helmholtz denjenigen Symmetrie-Prinzipien genügen, die er als Symmetrie-Prinzipien der klassischen Mechanik aufgezeigt hatte. Grundsätzlich war dann jedes kinetische Potential zulässig, das auf gewonnene Differentialgleichungen 2. Ordnung führte und diesen Symmetrie-Prinzipien genügte. Der Energie-Satz, Helmholtzens Ausgangspunkt, besagt einfach die Unabhängigkeit des kinetischen Potentials  $L$  von der Wahl des Zeitpunkts

$$t^1 = t + \text{const} \quad (\text{nämlich } \partial L / \partial t = -dH/dt = 0).$$

Der Energie-Satz beschreibt Newtons "homogenen Fluß der Zeit". Helmholtz bemerkt aber auch, daß die Kontinuums-Mechanik genauso auf ein Prinzip der kleinsten Wirkung reduzierbar ist, und löst sich damit von der Forderung gewöhnlicher Differentialgleichungen als Euler-Lagrangesche Gleichungen zum Wirkungsprinzip

$$\partial \int L dt = 0.$$

Auch partielle Differentialgleichungen mit entsprechenden Symmetrie-Eigenschaften erschienen Helmholtz als zulässig und damit im Wirkungs-Integral neben der Integration über die Zeit die Integration über das Volumen.

Helmholtz bemerkte dann, daß er hiermit einen mathematischen Formalismus besaß, der umfassend genug war, um neben den Newtonschen Wirkungen per distantiam auch die feldtheoretischen Aspekte von Faraday und Maxwell, die sein Schüler Hertz als "Lokalitätsprinzip" formuliert hatte, aufzunehmen. In seinen letzten Arbeiten gab Helmholtz ein universelles Wirkungsprinzip an, das sowohl wechselwirkende Massenpunkte als auch kontinuierliche Felder im kinetischen Potential enthält. Die kinematischen Invarianz-Eigenschaften dieses Gesamtausdrucks erschienen Helmholtz als das Hauptproblem. Tatsächlich gab er Prinzipien an, die bei spezieller Wahl frei verfügbarer kinematischer Konstanten einerseits auf die Galilei-Gruppe zurückführten und andererseits die Invarianzgruppe der Maxwellschen Theorie (also bereits implizite die Lorentz-Invarianz) enthielten.

Die Erkenntnis der Leistungsfähigkeit des Wirkungsprinzips bei gleichzeitiger Postulierung von geochronometrischen und kinematischen Symmetrie-Postulaten (und eventuellen anderen Invarianz-Eigenschaften) führte bei Helmholtz aber auch zu der Frage, das kinetische Potential präziser zu charakterisieren, um es möglichst eindeutig auswählen zu können. Eine entsprechende Forderung von Helmholtz, die Planck später aufnahm, war die, mit einem Minimum von empirischen Konstanten zu arbeiten. Helmholtz, Hertz und Planck meinten, wenn sie davon sprachen, daß es das Postulat sei, alles auf die Mechanik zurückzuführen, letztlich nur noch die Herleitbarkeit der physikalischen Grundgleichungen aus einem möglichst einsichtig formulierten Wirkungsprinzip, wobei Helmholtz immer davon ausging, daß dieses Wirkungsprinzip als Integral über Raum und Zeit darstellbar sein müßte.<sup>2</sup>

Insofern sind die Prinzipie der Physik gemäß Leibniz eine besondere Form, die Prinzipien der Physik im Sinne Newtons auszusprechen. Dies ist das Suchen nach den Leibnizschen Prinzipien eine hodogetische Auswahl für dasjenige, was in den Prinzipien offengelassen wird. Die Prinzipie definieren die Strukturen der "Wechselwirkungsfunktionen" schärfer, als dies in den Prinzipien erfolgt. Gleichzeitig enthalten Integral-Prinzipie wie das Prinzip der kleinsten Wirkung von vornherein die Integrations-Konstanten - den "Zustand des Systems in der Vergangenheit und in der Zukunft" - als wesentlichen Bestandteil. Diese werden dann bedeutungsvoll, wenn Anfangs- und Endzustände nicht in der Willkür des experimentellen Physikers liegen, sondern wenn es sich um die Anwendung der Prinzipien auf gegebene kosmische Systeme handelt.<sup>3</sup>

### Literatur

- 1 C. Lanczos, *The Variational Principles of Mechanics*. Toronto (U.P.). 1948
- 2 M. Planck, *Das Prinzip der kleinsten Wirkung* (1914), in: M. Planck, *Reden und Vorträge*. Braunschweig (Vieweg), 1958
- 3 H.-J. Treder, *Elementare Kosmologie*. Berlin. Akademie-Verlag. 1975
- 4 C.F. v. Weizsäcker. *Die Tragweite der Wissenschaft*. Stuttgart. Hirzel. 1966