Pantelis Carelos

Mathematik in Byzanz und Barlaam von Seminara

„Es gibt keinen Bereich europäischer Geschichte, der dem Bewußtsein des Gebildeten so fremd, so nebelhaft, so fern ist wie Byzanz", schreibt E. R. Curtius in seinem „Büchertagebuch"[1]. Byzanz wird bis heute als Inbegriff servilen Hoflebens und der Intrige gesehen, als eine tausendjährige Geschichte des Untergangs und der Dekadenz, der Bigotterie und tyrannischer Herrschaft. Die Beschäftigung des Westens mit dem Phänomen Byzanz, vor welchem Hintergrund auch immer, wird dadurch charakterisiert, daß die Rolle der Byzantiner bei der Formung des mittelalterlichen Westeuropa im allgemeinen entweder ignoriert oder weitgehend unterschätzt wird. Hinzu kommt, daß der Begriff „Byzanz" sich nur sehr schwer definieren läßt; tatsächlich fällt es nicht leicht, so unterschiedliche Jahrhunderte unter einem Etikett zusammenzufassen. Doch liegt die Schuld dafür, daß man elf Jahrhunderte ohne Rücksicht auf ihre Verschiedenheit in eine Schublade wirft, auch ein bißchen an der byzantinischen Kultur selbst: Der Bibeltext, die patristische Tradition und einige antike Autoren wurden als einziges Zeugnis der antiken Kultur erwählt. Davon ausgehend werden dann Autoritäten zitiert und Kommentare kommentiert; somit entsteht der Eindruck, diese Kultur habe nicht Neues zu sagen. Zur Prägung dieses Byzanzbildes waren die Werke von Historikern wie C. Lebeau und insbesondere E. Gibbon geradezu entscheidend.[2] Ihr Bild hat nicht nur das der folgenden Generationen beeinfluß, es wirkt im Prinzip heute noch nach.[3]

Der Eindruck aber trügt, denn Byzanz hat durchaus Neues, meistens unter Wiederholungen versteckt, hervorgebracht. Auf jeden Fall wäre es irreführend, in Byzanz nur den Bewahrer alten Wissens und wertvoller Handschriften zu sehen.

---

1 E.R. Curtius, Büchertagebuch, Bern-München 1960, S. 43.

2 C. Lebeau, Histoire du Bas Empire, Paris 1757-1786; E. Gibbon, The History of the Decline and Fall of the Roman Empire, London 1776-1788

3 Ein charakteristisches Beispiel dieser Betrachtung stellt das kürzlich erschienene Handbuch von D.C. Lindberg dar: „The Beginnings of the Western Science. The European Tradition in Philosophical, Religious and Institutional Context, 600 B.C. to A.D. 1450"" Chicago 1992. Darin werden in dem dem Islam gewidmeten Kapitel die Leistungen der Byzantiner in einigen Seiten abgehandelt.

Mit der Geschichte der Mathematik und der Astronomie in Byzanz, d.h. mit dem Umfang der dort erreichten Erkenntnisse, hat sich die Forschung nur wenig beschäftigt. Intensiver wurde bisher die Entwicklung der Mathematik und der Naturwissenschaften im Abendland untersucht; in Zusammenhang mit Byzanz betonte man ausschließlich die ihm auf diesem Gebiet zukommende Vermittlerrolle zwischen Ost und West. Trotzdem vollbrachten die Byzantiner auch in der Mathematik und der Astronomie bedeutsame, eigenständige Leistungen, von denen noch viele der Edition und Kommentierung harren.

Diese allgemeinen, einführenden Gedanken sind weit davon entfernt, Byzanz und die Produkte der byzantinischen Wissenschaft rehabilitieren zu wollen. Sie mögen lediglich als eine mögliche Erklärung dienen, warum so viele Werke byzantinischer Autoren noch unediert sind. Insbesondere wird die Ausgabe der Werke byzantinischer Mathematiker nur zögerlich in Angriff genommen. In diesem Zusammenhang gilt vielleicht immer noch, was J. L. Heiberg, der Herausgeber der „Elemente" des Euklid und des „Almagest" des Klaudios Ptolemaios, vor knapp einem Jahrhundert schrieb: „Mathematischer Gewinn oder Genuß steht dabei nicht zu erwarten, und doch muß die Arbeit gethan werden."[4]

Dabei stellen diese Texte für die Geschichte der Mathematik, die byzantinische Wirtschaftsgeschichte und die griechische Sprache eine unerschöpfliche Quelle dar. Unter den Leistungen Heibergs darf auch die Erforschung der Überlieferungsgeschichte der griechischen mathematischen Werke nicht vergessen werden. Auch wenn die Beziehung zwischen der byzantinischen und der griechischen Mathematik eine sehr enge ist, so besteht ein großer Unterschied in der Beschäftigung der Byzantiner mit der Mathematik und den Leistungen in klassischer Zeit. Er offenbart sich im Gegensatz zweier Aspekte, des Nutzens (utilitas), der sich im praktischen Rechnen, in Astronomie, Mechanik und Vermessen zeigt, und der durch Beweise erreichten Sicherheit (certitudo) in der Geometrie und theoretischen Arithmetik, letzterer Aspekt charakterisiert vorwiegend die antike Mathematik.[5] Der Höhe der Leistungen Diophants, Euklids, Archimedes', Herons und Ptolemaios' näherte sich das Abendland langsam erst im 16. Jahrhundert.

[4] Cf. J. L. Heiberg, Byzantinische Analekten, in: Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik 9 (1899) 163.

[5] CF. K. Vogel, Der Anteil von Byzanz an Erhaltung und Weiterbildung der griechischen Mathematik, in: Miiscellanea Mediaevalia I: Antike und Orient im Mittelalter, hrsg. von P. Wilpert, Berlin 1962, S. 114.

Die Geschichte der Mathematik in Byzanz[6] läßt sich - grob gesprochen - in drei Perioden einteilen:

Die *1. Periode* (4.-9. Jh.) zeichnet sich durch eine rege Kommentierungstätigkeit mathematischer Werke klassischer und hellenistischer Zeit aus. In diesem Zusammenhang sind Pappos, Theon von Alexandreia, seine Tochter Hypatia, Johannes Philoponos und schließlich die Mathematiker und Architekten der Hagia Sophia, Anthemios von Tralleis und Isidoros von Milet, zu nennen.

In der *2. Periode* (9.-13. Jh.) geht wiederum die Kommentierung älterer Werke mit dem Enzyklopädismus des Patriarchen Photios (9. Jh.) und des Kaisers Konstantin Porphyrogennetos (10. Jh.) einher. Leon aus Hypate (9. Jh.), der die Buchstabenrechnung einführte, der Universalgelehrte Michael Psellos (11. Jh.), Johannes Italos und Nikolaos Mesarites (13. Jh.) sind vielleicht die wichtigsten Vertreter dieser Periode.

Den größten Auftrieb erfuhren jedoch Astronomie und Mathematik in der *3. Periode* (13. Jh. - 1453). Während der Herrschaft des lateinischen Kaiserreiches (1204-1261) ist natürlich von höherer Bildung nichts mehr zu verspüren. Im Gegenteil: Gelehrte wanderten aus, wertvolle Bibliotheken wurden geplündert und im Westen zerstreut oder einfach zerstört. In dieser Zeit tritt Nikaia als geistiges Zentrum der byzantinischen Kultur hervor. Georgios Akropolites (1217-1282), Lehrer des damaligen Kronprinzen Th. Laskaris, las im Rahmen der neuorganisierten ἐγκύκλιος παίδευσις Euklid und Nikomachos. Bedeutende Gelehrte wie Johannes Pediasimos (14. Jh.) und Georgios Pachymeres (1242-1310), Verfasser der „Tetrabiblos", d.h. des Quadriviums, gehörten zu seinen Schülern. In der Paläologenzeit herrscht im allgemeinen ein günstiges Klima für die Wissenschaften: Maximos Planudes (1260-1310) und sein Rechenbuch, der hohe Staatsbeamte Theodoros Metochites (1260-1332), Verfasser zahlreicher noch unedierter Paraphrasen zu naturwissenschaftlichen und astronomischen Werken, und der im Titel genannte Barlaam von Kalabrien sollten in diesem Zusammenhang nicht unerwähnt bleiben.

Ich möchte mich jetzt der eingangs aufgestellten Behauptung zuwenden, man habe aus Gründen, die mit der Wertung des kulturellen Phänomens „Byzanz" zusammenhängen, auf die hier nicht eingegangen wird, das

---

6 CF. K. Vogel, Byzantine Science, in: Cambridge Medieval History IV 2, Cambridge 1967, S. 264-305 sowie H. Hunger, Die hochsprachliche profane Literatur der Byzantiner, München 1978, Bd. 2, S. 219-260

Studium der Geschichte der Mathematik in Byzanz vernachlässigt. Einige Gedanken zum Werk des bereits genannten Barlaam von Kalabrien sollen nun diese Behauptung verdeutlichen.

Der aus Kalabrien gebürtige Mönch Barlaam ist für Mediävistik und Byzantinistik kein Unbekannter. Freilich ist er im Zusammenhang mit dem Hesychastenstreit eher als Theologe denn als Naturwissenschaftler und Philosoph bekannt.

Seine schriftstellerische Tätigkeit fällt in die Paläologenzeit, eine Zeit, in der das Byzantinische Reich mehr und mehr zusammenschrumpfte. Ganz im Gegensatz zur prekären Lage des Reiches - im Inneren wie im Äußeren - blühte in Byzanz noch einmal Leben. Hier seien nur einige Daten aus dem Leben Barlaams vorgetragen: Geboren wurde er ca. 1290 im nordöstlich von Reggio di Calabria befindlichen Seminara; nach Konstantinopel kam er um 1330. Bereits 1333 verhandelte er im Auftrag des byzantinischen Kaisers mit den päpstlichen Legaten über Fragen der Kirchenunion. Am Ende der Regierungszeit Andronikos' III. vermochte sich der Hesychasmus in Byzanz durchzusetzen. Auf einer am 10. Juni 1341 abgehaltenen Synode trug Gregorios Palamas den Sieg davon, und Barlaam wurde mit dem Bann belegt. Bald darauf verließ er Byzanz für immer. Am 2. Oktober 1342 empfing er die Priesterweihe und erhielt kurze Zeit darauf, nicht ohne Unterstützung seines Freundes Patrartca, das Bistum Gerace (Τζεράτσε = griech. Ἱέραξ, Γεράκι) in seiner kalabrischen Heimat, wo er im Jahre 1348 gestorben ist. Barlaam hinterließ ein umfangreiches Werk, das theologische, philosophische und naturwissenschaftliche Schriften umfaßt. Es darf also nicht wundernehmen, daß er als Theologe bekannter ist denn als Naturwissenschaftler. Barlaams Bild bedarf einer gründlichen Revision; eine Diskussion darüber würde den Rahmen dieses Vortrags sprengen, zumal viele Informationen einseitig zuungunsten Barlaams ausfallen und auf jeden Fall diskussionsbedürftig sind.

Ein Beispiel zur Erläuterung: der byzantinische Historiker Nikephoros Gregoras behauptet, Barlaam sei nicht in der Lage gewesen, die Sonnenfinsternis am 14. Mai 1333 vorherzusagen bzw. zu berechnen, obwohl er, Gregoras, ihm das Problem rechtzeitig gestellt habe. Diese Beteuerung wird seitdem von der einschlägigen Literatur kritiklos übernommen und als Beweis der Niederlage Barlaams gedeutet.[7] Das Problem dabei ist nicht so sehr die Niederlage Barlaams, sondern vielmehr die Argumente, die zu dieser Annahme geführt haben. Die jetzt vorliegende kritische Ausgabe[8] der zwei Traktate des Barlaam über die Sonnenfinsternisse der Jahre 1333 und 1337, ihre Vorhersage und Beschreibung, zwingt aber zu einer Neubewertung, wenn nicht sogar zum Verwerfen solcher Behauptungen. Ähnliches gilt natürlich auch für andere „offene" oder scheinbar gelöste Fragen, die das Leben und das Werk Barlaams betreffen. Erwähnenswert ist noch die Tatsache, daß Barlaam den beiden italienischen Humanisten und Dichtern Francesco Petrarca und Giovanni Boccaccio Unterricht in der griechischen Sprache erteilt hat. Über den Erfolgt dieses Unterrichts sowie über den Umfang seines Einflusses auf die beiden Humanisten als Vermittler der griechischen Kultur ist in der Vergangenheit viel spekuliert worden[9]. Diese Tätigkeit Barlaams wurde entweder maßlos übertrieben (typisch für das ausgehende 19. Jh.) oder ihre Bedeutung abgestritten. Trotzdem heben sowohl Petrarca wie auch Boccaccio in ihren Werken Barlaams Einfluß hervor und bedauern gleichzeitig die Tatsache, daß er sie nicht länger habe unterrichten können.[10]

Seinem Hauptanliegen, der Kirchenunion und der Verständigung des lateinischen Westens mit dem byzantinischen Osten, war kein Erfolg beschieden, so sehr er sich auch darum bemüht hat. Er fand keinen westöstlichen Diwan, sondern zwei Stühle, und zwischen diese hat er sich gesetzt.

Zum Abschluß möchte ich auf das mathematische Hauptwerk des Barlaam, die Logistiké, eingehen, dessen Edition ich vor kurzem abgeschlossen habe.[11]

---

7 Cf. G. Ostrogorsky, Geschichte des byzantinischen Staates, München ^{3}1963, S. 422; D.Polemis, Ἡ πρὸς τὸν Βαρλαὰμ διένεξις τοῦ Γρηγορᾶ. „Ἡ Ἀντιλογία", Hellenika 18 (1964), S. 44-63 a. a. O., S. 53-55.

8 Cf. J. Mogenet - A. Thon , Barlaam de Seminare, Traités sur les éclipses de soleil de 1333 et 1337, Louvain 1977.

9 Cf. A. A. Vasiliev, History of the Byzantine Empire 324-1453, Madison ^{2}1962, griechische Ausgabe: Ἱστορία τῆς βυζαντινῆς αὐτοκρατορίας, Athen o. J., S. 897 ff.; G. Körting , Petrarcas Leben und Werke, Leipzig ^{2}1901, S. 154 ff.

10 Cf. F. Petrarca, „Epistolae de rebus familiaribus et Variae", XVIII, 3 und XXIV, 12 G. Frascassetti (Hrsg.) II, 474, III, 302 sowie G. Boccaccio, „De genealogia deorum", XV, 6, Basel 1532, S. 389-390.

11 Cf. P. Carelos, Barlaam von Seminara, Logistiké, kritische Textausgabe mit Übersetzung und Kommentar, Corpus Philosophorum Medii Aevi - Philosophi Byzantini 8, Athen-Brüssel 1996.

Barlaam von Seminara und sein Werk stehen am Ende einer langen Entwicklung der griechischen Mathematik; es ist nun zu untersuchen, ob die Logistiké nur altes Gedankengut bewahrt und kommentiert hat oder ob darin auch Neues zu finden ist.

Zunächst ist festzustellen:

1. Die Elemente waren Barlaams großes Vorbild: die Logistiké ist vollständig im euklidischen Geist verfaßt. Dies betrifft sowohl Methodologie und Aufbau der Abhandlung als auch die Übernahme von Definitionen und vereinzelt Theoremen aus den Elementen. Selbst die angegebenen Beispiele, die seine Argumentation erläutern, bezieht er häufig von Euklid. Inhaltlich geht er aber andere Wege.

2. Barlaam benutzte als erster den Begriff „Logistik" mit anderem Inhalt: Im Altertum wie im Mittelalter verstand man darunter nur die praktische Rechenkunst. Dagegen ist die Logistiké des Barlaam ein theoretisches Lehrbuch der Arithmetik. Während also die Rechenbücher (=Logistiké) im klassischen Sinne für Praktiker wie etwa Kaufleute bestimmt waren, hatte Barlaam den theoretisch interessierten Gelehrten vor Augen.

Die Logistiké besteht aus 6 Büchern. Die ersten drei behandeln den Umgang mit Größen wie Zahlen, Zahlenverhältnissen (d.h. Brüche) sowie mit dem Spezialfall der Sexagesimalbrüche (d.h. 1/60, 2/60 etc.). Das vierte Buch hat Operationen mit Strecken- und Flächengrößen zum Inhalt. Im fünften werden Verhältnisse zweier allgemeiner Größen sowie Operationen mit ersteren definiert. Das sechste Buch schließlich handelt von Operationen mit geometrischen Größen, die seit Tannery und Zeuthen mit dem Terminus „geometrische Algebra" bezeichnet werden. „Größe" ist ein allgemeiner Begriff, wie z.B. Längen, Flächen usw., die miteinander verglichen oder aneinander gelegt werden können. Nach heutiger Auffassung verhalten sich Zahlen, Verhältnisse sowie (allgemeine) Größen hinsichtlich der verschiedenen Operationen, z.B. der Addition, gleichartig (= sie sind, wie man in der Algebra sagt, isomorph). Während also heute Länge mit einer Zahl identifiziert wird, ihrem Maß bezüglich einer Einheit, war Länge in der Antike und im Mittelalter ein abstrakter Quantitätsbegriff. In der klassischen griechischen und der mittelalterlichen Mathematik war die Anwendbarkeit der algebraischen Operationen von geometrischen Größen auf Zahlen nicht ohne weiteres erweiterbar. Zwei Probleme theoretischer Natur verhinderten die Identifizierung von Zahlen, geometrischen Größen und Verhältnissen (λόγοι): (1) die Existenz inkommensurabler Verhältnisse (ἄρρητοι λόγοι) und (2) die Frage der

Zusammensetzung derselben (σύνθεσις λόγον). Dabei handelt es sich beim ersten Punkt, grob gesprochen, um Folgendes: Es gibt Verhältnisse von Längen, z.B. das der Seite eines Quadrats zu dessen Diagonale, die nicht durch eine Zahl oder einen Bruch ausgedrückt werden können (ἄρρητος oder ἀσύμμετρος ἀριθμός), d.h. es existieren „mehr" Längen, Proportionen usw. (= stetige Größen, μεγέθη) als Zahlen (=diskrete Größen, πλήθη), daher ist auch keine Identifizierung zwischen Zahlen und Größen möglich. Dies ist alles bekannt; es wurde aber noch einmal kurz dargelegt, da dieser Aspekt - die Nichtidentifizierung von Zahlen- und Größenverhältnissen - den theoretischen Ausgangspunkt der Logistiké Barlaams bildet. Indes ist die Proportionentheorie für die antike Mathematik ein wichtiges Mittel zur Beschreibung funktionaler Zusammenhänge. Ein Beispiel dafür: Jedes Dreisatzproblem verlangt die Auflösung einer Verhältnisgleichung. Die symbolische Algebra war noch nicht über die bescheidenen Anfänge des Diophantos hinaus. Erst um 1600, mit dem Aufkommen der Buchstabenrechnung und der elementaren Behandlung von Funktionen, verliert die Proportionenlehre an Bedeutung. Es nimmt daher nicht wunder, daß die Mathematiker jener Zeit an theoretischen Werken interessiert waren. Dieser Umstand erklärt auch das häufige Kopieren der Logistiké in Italien, Frankreich und England: fast die Hälfte der 23 Handschriften, die die Logistiké überliefern, stammt aus dem 16. Jahrhundert, einer Zeit also, in der einerseits die Aneignung älteren Wissens abgeschlossen war, andererseits die Algebra ihre Eigenständigkeit als mathematischer Zweig noch nicht erreicht hatte. Es ist mit Sicherheit kein Zufall, daß die Editio princeps der Logistiké der auch mathematisch gebildeten Königin Elisabeth I. (1533-1603) von England zu ihrem vierzigsten Regierungsjubiläum gewidmet wurde. Mit dem Fortschritt der frühneuzeitlichen Algebra durch Viète und Descartes flaut auch dann das Interesse merklich ab: Es existiert meines Wissens keine einzige Abschrift der Logistiké nach 1630.

Von Interesse für die Wissenschaftsgeschichte dürften in Verbindung mit der vorliegenden kommentierten Ausgabe noch folgende Punkte sein:

1. die Logistiké des Barlaam schließt eine Lücke des Euklidischen Werkes, die Operationen mit Verhältnisse, allgemeinen „Größen" umfaßt, und man erhält allgemeine Auskunft über die antike und mittelalterliche Logistik, über die Terminologie und die Vorbilder des Werkes.

2. konnte die ursprünglich von C. Gianelli ausgesprochene Vermutung über die Handschrift des Barlaam mit hoher Wahrscheinlichkeit bestätigt werden: in drei Handschriften konnte ich Barlaams Annotationen finden.

3. sollte man vor allem folgendes nicht übersehen. Barlaam geht es in diesem Werk nicht so sehr um die Vermittlung von Rechenregeln und -methoden, sondern vielmehr um den Beweis für die in der Logistik benutzten Rechenregeln, und zwar ausgehend von den Grundprinzipien. Hätte Barlaam eine Logistik nach dem traditionellen Prinzip „ .ποίει οὕτως - fac ut ita“, „mache es so“, verfaßt, das Ergebnis wäre ein weiteres Rechenbuch gewesen. In der Forschung wurde bisher der Charakter des Werkes, wenn überhaupt wahrgenommen, dann jedoch mißverstanden.

Zum Beweis dieses anderen Verständnissen der Logistiké führe ich den bisher unedierten Traktat Barlaams zur Berechnung der Quadratwurzel einer beliebigen Zahl an. In dieser kleinen Abhandlung geht Barlaam wie die Rechenmeister vor: Er gibt ohne Beweis die Schritte an, um die Wurzel einer Zahl mit beliebiger Genauigkeit berechnen zu können. Zum Schluß schreibt er „ Τὴν δὲ τούτου ἀπόδειξιν ζήτει ἐν τῇ λογιστικῇ“, den Beweis dieser Rechenvorschrift sollte man also in seiner Logistiké nachlesen. Dies demonstriert sehr deutlich die Absichten des Verfassers: die Logistiké wurde nicht als Rechenbuch konzipiert, insofern ist der Name etwas irreführend, da traditionell der Begriff „Logistik“ immer mit Rechenmethoden bzw. -kunst verbunden war.

Die Logistik des Barlaam ist keine praktische, sondern vielmehr eine theoretische Arithmetik. Die Schließung genau dieser Lücke hat sich Barlaam zur Aufgabe gestellt und mit Erfolg bewältigt. Allein durch dieses Vorgehen nimmt die Logistiké des Barlaam von Seminara sowohl in der byzantinischen als auch in der mathematischen Literatur des Westens eine Sonderstellung ein.

Wenngleich Barlaam beachtliche wissenschaftliche Einzelleistungen aufzuweisen hat, so liegt doch seine eigentliche Bedeutung und Begabung in der Philosophie. Das Verdienst, als erster für die Logistik nach allgemeinen Beweisen gesucht zu haben, kann Barlaam jedoch nicht abgesprochen werden.

Dies ist aber die eigentümliche Leistung des Philosophen, die stets fruchtbar auf die Mathematik und die Naturwissenschaften gewirkt hat.