

Wolfgang Böhme

Anwendung der Methode der Ensemblevorhersage bei komplexen dynamischen Systemen auf statistische Verfahren*

(1) Im Leben, in der Praxis, werden von der Wissenschaft häufig Aussagen über das zukünftige Verhalten (über die zu erwartenden zukünftigen Zustände) von komplexen dynamischen (also nicht-linearen) Systemen erwartet (z. B. Gassmann, 1991). Das beschränkt sich, wie ich ausdrücklich bemerken möchte und weswegen ich diese Mitteilung hier in der Leibniz-Sozietät vortrage, durchaus nicht auf die Atmosphäre oder das Klimasystem, sondern betrifft natürliche Systeme aller Art einschließlich der Lebewesen und selbstverständlich auch Wirtschaft und Gesellschaft.

(2) Solche komplexen dynamischen Systeme können deterministisches Chaos und damit eine begrenzte Vorhersagbarkeit zeigen, d. h. sie können mit sehr großen Zustandsänderungen auf sehr kleine Änderungen der Anfangswerte (oder auch der Vorgeschichte), der Modellcharakteristika und der Numerik (u. a. Zeitschritte, Gitterweite, Abrundungen) reagieren. E. A. Lorenz hatte bereits 1984 an einem relativ einfachen nichtlinearen System gezeigt, daß sich diese verschiedenartigen kleinen Modifikationen gleichartig auswirken; das belegt auch die von mir hierzu angefertigte Darstellung Abb. 1 (aus W. Böhme, 1986, in modifizierter Form – mit den nicht geglätteten Werten – übernommen).

(3) Wie kann man sich helfen, diese Abhängigkeit der Lösungen z. B. von den Anfangszuständen des Systems besser zu berücksichtigen? Zumindestens die in der Wettervorhersage über einen Scale von 5–10 Tagen gewonnenen Erfahrungen haben gezeigt, daß ein Ensemble von Lösungen, die sich durch leicht variierte Anfangsbedingungen voneinander unterscheiden, dazu verhilft, im Mittel die Wirklichkeit (d. h. die wirkliche Entwicklung) etwas besser zu erfassen (z. B. Ehrendorfer, 1997). Insbeson-

* Kurze wissenschaftliche Mitteilung, vorgetragen in der Klasse Naturwissenschaften der Leibniz-Sozietät am 18. März 1999

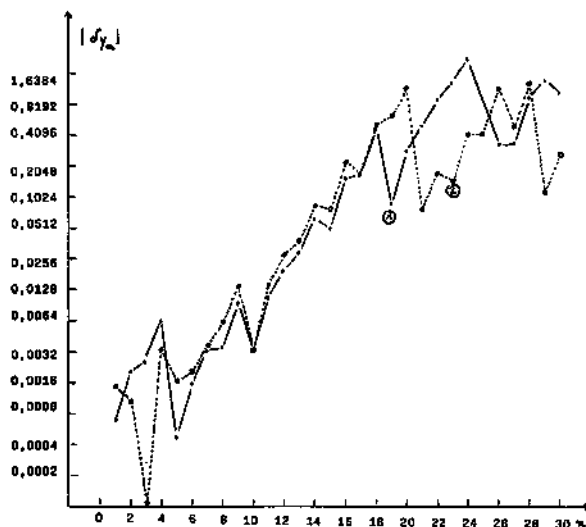


Abb. 1: Größe der Abweichung $|\delta y_n|$ gegenüber dem ursprünglichen Wert von y_n bei einer Variation (1) im Anfangswert y_0 bzw. (2) im physikalischen Parameter a bei numerischer Berechnung der Funktion

$$y_{n+1} = ay_n - y_n^2; \quad y_0 = 1,5000, \quad a = 3,7500$$

$$(1) \quad y_0 = 1,5000, \quad a = 3,7510$$

$$(2) \quad y_0 = 1,5010, \quad a = 3,7500$$

dere Balzer und Emmrich, 1995, und Chr. Ziehmann, 1998, haben darauf hingewiesen sowie Erfahrungen im Meteorologischen Dienst der DDR seit den 70er Jahren (Balzer et al., 1998) haben deutlich gemacht, daß es noch günstiger ist, Ensembles von Vorhersagen zu bilden, die von unterschiedlichen Modellen oder von einer Mischung von Aussagen von numerischen und statistischen Modellen bzw. Verfahren stammen.

(4) Es wurde verschiedentlich schon hervorgehoben (u. a. Böhme, 1964, und Kluge, 1991), daß stochastische/statistische und deterministische numerische Vorhersagen vom Prinzip her gleichberechtigt sind. Auch aus diesem Grunde liegt es nahe, eine Enembletechnik auch für statistische Aussagen zu entwickeln und anzuwenden. Es könnte der Einwand auftreten, daß die statistischen Methoden schon selbst mit Ensembles ar-

beiten und daß folglich solche Bestrebungen überflüssig seien. Hier geht es aber darum, mit Ensembles von Ensembles oder, anders gesagt, mit Ensembles von statistischen Verfahren zu arbeiten. Die bestehenden Relationen zwischen den Verhältnissen im Falle der Verwendung numerischer Modelle und der Verwendung statistischer Verfahren sind in Abb. 2 skizziert.

| NUMER. MODELLE | STATISTISCHE VERF. |
|--|--|
| Differentialgleichungen | ≡ stochast. Beziehungen |
| Anfangswerte | ≡ Analogieauswahl |
| Ensemble von Lösungen mit variierten Anfangswerten | ≡ mehrere Analogiefälle (individuelles statistisches Verfahren) |
| Ensemble von Aussagen aus verschiedenen Modellen | ≡ Ensemble von Aussagen aus verschiedenen individuellen statistischen Verfahren (z.B. mit unterschiedlichen Prädiktoren) |

Abb. 2: Relationen zwischen deterministischen Vorhersagen (numerische Modelle) und stochastischen/statistischen Vorhersagen

(5) Bisher gesammelte Erfahrungen (Böhme, 1998) und weitere Überlegungen, die zu dieser Mitteilung führten, zeigen, daß die Anwendung der Ensemblevorhersagemethodik auf statistische Verfahren eine Reihe von Vorteilen oder zumindest positiven Aspekten besitzt:

1. Gegenüber den Anwendungen auf numerische Vorhersagen besteht der offensichtliche Vorteil darin, daß sie auch dann noch anwendbar sind, wenn es keine oder keine hinreichend geschlossene mathematische Darstellung des Systems gibt, oder allgemeiner, wenn deterministische Aussagen zum System versagen oder überhaupt nicht möglich sind.
2. Gegenüber der Verwendung nur eines statistischen Verfahrens (oder einiger weniger einzelner) hat die Nutzung von umfangreichen Ensem-

bles vielfältiger statistischer Verfahren (insbesondere mit unterschiedlichen Prädiktoren) eine Reihe vorteilhafter Aspekte:

(a) Durch die Verwendung solcher Ensembles wird die umfassende Ausschöpfung des Informationsinhaltes von Zeitreihen über das Verhalten eines Systems bzw. von Daten aus großen Reihen von Experimenten möglich. Bei jedem einzelnen Verfahren ist man wegen der Endlichkeit der Zeit- oder Experimentreihen auf wenige Prädiktoren (d. h. wenige Eingangsgrößen für die Vorhersage) beschränkt, da nur dann eine für signifikante Aussagen erforderliche Anzahl von Analogien (hinreichend ähnliche Fälle) gefunden werden kann. Erst mit einem solchen Ensemble kann man alle erfolgversprechenden Prädiktoren und Prädiktorenkombinationen einbeziehen.

(b) Der (Zeit-)Verlauf einer Vielzahl von Prädiktanden – vorherzusagende Eigenschaften des Systems – kann parallel, quasi als Bild des Zustandsverlaufs des Systems, behandelt werden.

(c) Infolge der sich akkumulierenden statistischen Signifikanz von Aussagen aus den verschiedenen einzelnen Mitgliedern des Ensembles ist eine höhere Aussagesicherheit beim Ensemble als bei Verwendung nur eines statistischen Verfahrens zu erwarten.

(6) Der Aussage unter 2.(c) liegen folgende detailliertere Einschätzungen zugrunde: **Der Satz der Prädiktoren für jedes individuelle statistische Verfahren kann entweder gut oder schlecht gewählt sein** (was man von vornherein nicht weiß!). **Gut gewählt heißt**, daß bei bestimmten Wertekombinationen für die gewählten Prädiktoren einer Hyperfläche im Zustandsraum für das dynamische System (also eine Lösungsfläche) erreicht oder wenigstens näherungsweise erreicht wird. **Schlecht gewählt heißt**, daß es nicht so ist, daß also bei keiner Wertekombination für die Prädiktoren eine Lösungsfläche erreicht wird. In diesem Falle, wenn man Prädiktoren schlecht ausgewählt hat, kann man erwarten, daß dann die Häufigkeitsverteilung der Werte bzw. Klassen von Prädiktanden mehr oder weniger eine zufällige ist, also eine Gleichverteilung ist oder einer solchen nahekommt. Gut gewählte Prädiktoren, die in der Lage sind, Punkte auf der Hyperfläche darzustellen, werden Verteilungen für die Prädiktanden mit einer stärkeren Struktur, also mit einem oder mehreren schärferen, signifikanten Maxima erzeugen. Wenn man nun von den verschiedenen statistischen nur diejenigen nutzt, die signifikante Aussagen liefern (dabei

kann die Signifikanzschwelle wahrscheinlich sogar relativ niedrig, also z. B. 90 oder 80% sein), kommt es wohl auch manchmal vor, daß eine falsche Klasse ausgewiesen wird, aber es wird in der Gesamtheit aller Verfahren häufiger eintreten, daß auf die richtige Klasse verwiesen wird, so daß die vom Ensemble der unterschiedlichen statistischen Modelle/Verfahren am häufigsten ausgewiesene Klasse der zukünftigen Realität am ehesten entspricht.

(7) Ein erstes Beispiel für die Anwendung der Ensemblemethodik auf statistische Verfahren hatte ich schon vorgestellt (Böhme, 1998). Es handelte sich um die Vorhersage der Abweichung der mitteleuropäischen Monatsmitteltemperatur aus den Abweichungen der Monatsmitteltemperaturen für maximal 19 (aber mindestens 12 Vormonate), wobei jedes individuelle Verfahren mit 5 Prädiktoren arbeitete. Die inzwischen erfolgte Erweiterung der Vorhersagen auf einen Zeitraum von nahezu 2 1/2 Jahren und die Nutzung einer Kombination von jeweils 2 umfangreichen Ensembles bekräftigt die bisherigen Aussagen und zeigt jetzt eine insgesamt hohe statistische Signifikanz (nicht wie noch vor einem Jahr nur für die Wintermonate). Der Verlauf von Vorhersage und Realität sowie das Auftreten von Treffern und Fehlern für den Zeitraum von Oktober 96 bis Februar 99 ist in den Abb.3a bzw. 3b (s. nächste Seite) dargestellt.

(8) Ein wesentliches Ziel meiner Mitteilung war, auf die Anwendbarkeit der Nutzung von Ensembles statistischer Verfahren auf beliebige komplexe dynamische Systeme zu orientieren, über die große Datensätze vorliegen oder beschafft werden können. Die Methode kann sowohl zur Sondierung von Eigenschaften solcher Systeme (sozusagen als Werkzeug) als auch zur Auswahl von leistungsfähigen statistischen Verfahren zur Anwendung auf bestimmte dynamische Systeme eingesetzt werden. – Bei einer weiteren Ausgestaltung der Ensemblemethodik statistischer Verfahren wäre es sicher zweckmäßig, an Hand bekannter, relativ überschaubarer dynamischer Systeme, für die Lösungen (möglichst analytisch oder weitgehend numerisch) bekannt sind (z. B. Lorenzmodell), die Leistungsfähigkeit sowohl prinzipiell zu testen als auch ihre Abhängigkeit vom konkreten Vorgehen (z. B. Art und Weise der Auswahl der Prädiktoren) nachzuweisen.

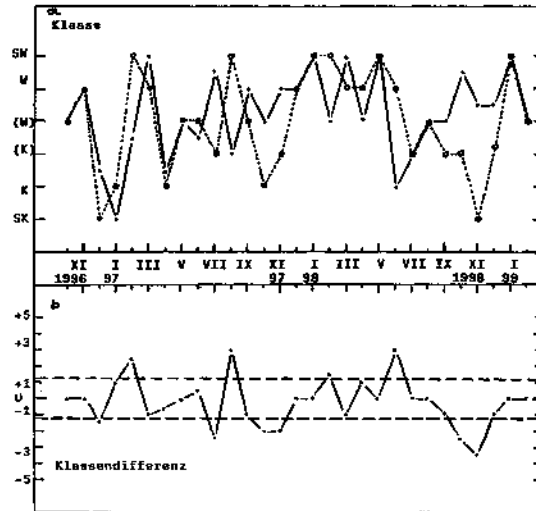


Abb. 3a: Vorhersage der Abweichungen der mitteleuropäischen Monatsmitteltemperatur (—•—) aus einem kombinierten statistischen Ensemblevorhersageverfahren bei Angabe der Temperaturabweichungen in Quantilklassen (SK = sehr kalt, K = kalt, (K) = etwas zu kalt, (W) = etwas zu warm, W = warm, SW = sehr warm) im Vergleich mit den Beobachtungen (•---•---•);

Abb. 3b: Verlauf der Klassendifferenz „eingetroffene – vorhergesagte Temperaturabweichung“ aus der Abb.3a. – Abweichungen bis einschließlich einer Klasse werden bei der Signifikanzabschätzung als Treffer gewertet (-----= Trefferbereich).

Literatur:

- Balzer, K., Emmrich, P., 1995: Gratis two-model-ensemble versus EPS. Proceedings Fifth Workshop on Meteorological Operational Systems, ECMWF Reading Nov. 1995
- Balzer, K., Enke, W., Wehry, W., 1998: Wettervorhersage – Mensch und Computer, Daten und Modelle. Springer-Verlag
- Böhme, W., 1964: Statistische Methoden in der atmosphärischen Dynamik und der Wettervorhersage. Z. Meteorol. 17, Supplemenheft, 54–62
- Böhme, W., 1986: Prognosen. In: Methoden in der Geophysik. Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften der DDR Nr. 9N, 44–52

- Böhme, W., 1998: Atmosphärische Zirkulation und Chaos – Ergebnisse und Konsequenzen. Vortrag gehalten in der Klasse Naturwissenschaften der Leibniz-Sozietät am 19.03.1998. Im Druck (Sitzungsberichte der Leibniz-Sozietät)
- Ehrendorfer, M., 1997: Predicting the uncertainty of numerical weather forecasts: a review. *Meteorol. Zeitschrift* N. F. 6, 147–183
- Gassmann, F., 1991: Chaos und Ordnung in natürlichen Systemen. In K. Hutter (Ed.): *Dynamik umweltrelevanter Systeme*. Springer-Verlag, 369–420
- Kluge, J., 1991: Die Bjerknes'sche und Schmauß'sche Auffassung des Problems der Wettervorhersage aus heutiger Sicht. *Z. Meteorol.* 41, 65–75
- Lorenz, E. N., 1984: Some Aspects of Atmospheric Predictability. In D. M. Burridge and E. Källén (Eds.): *Problems and Prospects in Long- and Medium Range Weather Forecasting*. Springer-Verlag, 1–20
- Ziehmann, Chr., 1998: Comparison of ECMWF ensemble forecasts with a multi-model ensemble consisting of a few operational models (zur Veröffentlichung in „Tellus“ eingereicht)