

Roswitha März

Mathematische Modellierung dynamischer Vorgänge – Gedanken zur Berechenbarkeit und Unberechenbarkeit*

Daß es nützlich ist, Differentialgleichungen zu lösen, erkannte Isaak Newton vor über 300 Jahren. Mit dieser grundlegenden Erkenntnis und mit unserem wachsenden Vermögen, geeignete Differentialgleichungen zu formulieren und zu lösen, sind die faszinierenden Fortschritte in Naturwissenschaften und Technik seit dem 18. Jahrhundert eng verbunden. Dies vor allem hat auch die Mathematisierung der Naturwissenschaften induziert.

Heute wird vielfach suggeriert, alle Informationen der Naturprozesse seien in einigen wenigen mathematischen Gleichungen verschlüsselt. Man brauche diese nur zu finden und zu lösen, um die wirklichen Entwicklungen beherrschen zu können. Und es ist andererseits die Rede davon, daß moderne Hochleistungsrechner Simulationen mit *realitätsgetreuen holistischen Modellen* ermöglichen. Unterstellt wird damit, es könnten alle dynamischen Vorgänge mathematisch erfaßt und berechnet werden.

Ausgehend von den meist einfachen Ansätzen und Annahmen (Proportionalitäten, Erhaltungen, Kompartimentierungen etc.), aus denen mathematische Modelle entwickelt werden, muß deren Gültigkeit relativ bleiben.

Im *Gültigkeitsbereich* können mathematische Modelle zu neuen Einsichten und Hypothesen bis hin zu Entdeckungen führen. Die Simulation am Rechner wird immer mehr zum notwendigen und willkommenen wissenschaftlichen Arbeitsmittel. Sie ermöglicht u.a. Modell-Experimente, die *in natura* niemals ausgeführt werden könnten.

Die Industrie betreffend ist Mathematik ohne Zweifel Schlüsseltechnologie.

Dennoch ergeben sich *prinzipielle Barrieren* für die Relevanz mathe-

* Kurzfassung des Vortrags, gehalten in der Klasse Naturwissenschaften der Leibniz-Sozietät am 19. Juni 1997

matischer Modelle. Nur wenn man sie in irgendeinem Sinne praktisch auswerten, also „lösen“ kann, ist eine mathematische Gleichung ein sinnvolles Modell. Und grundsätzlich kann mathematische Modellierung nur dort greifen, wo eine Anzahl dominanter wirklicher Zusammenhänge (Proportionalitäten etc.) erkennbar ist. An aktuellen Beispielen aus dem Bereich von Technik und Ökologie, wo dies noch relativ einfach ist, wird deutlich gemacht, wie schnell dann auch hier anwachsende Dimension und Komplexität (Nichtlinearitäten, Unstetigkeiten) zu praktischer Unberechenbarkeit führen. Eine wesentliche Rolle spielen dabei Eigenschaften innermathematischer numerischer Modelle und analytische Instabilitäten.