

Karl-Heinz Bernhardt

## **Teetassen-Zyklonen und Flußmäander – Einstein klassisch**

### **1. Einleitung**

Unter dem 7. Januar 1926 verzeichnete die Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse der Preußischen Akademie der Wissenschaften unter dem „Vorsitzenden Sekretar i. V. Hr. Penck“ an erster Stelle zwei Vorträge von A. Einstein: „1. Über die Ursache des ‚Mäander‘-Phänomens bei Flussläufen ..., 2. Über die Anwendung einer von Rainich gefundenen Spaltung des Riemannschen Krümmungstensors in der Theorie des Gravitationsfeldes...“.<sup>1</sup>

Während der zweite der genannten Beiträge in Einsteins jahrzehntelange Bemühungen um eine einheitliche Feldtheorie einzuordnen ist,<sup>2</sup> verrät der erste Beitrag bereits durch einen Klammerzusatz im Titel seinen wesentlichen Inhalt. „(Beeinflussung des mittleren Geschwindigkeitsgefälles am Ufer durch eine von der örtlich verschiedenen Zentrifugalkraft verursachte Zirkulation)“<sup>3</sup>. Es handelt sich – in moderner Terminologie – um das Erscheinungsbild einer reibungsbedingten Sekundärzirkulation, die Albert Einstein einleitend am Beispiel der Teeblätter erläutert, die sich – scheinbar entgegen der Wirkung der Zentrifugalkraft – in der Mitte des flachen Bodens einer Tasse ansammeln, wenn die Flüssigkeit mit einem Löffel in Rotation versetzt wird.

Über Motiv oder Anlaß für Einstein, in einer Periode intensiven Ringens um die Weiterentwicklung der allgemeinen Relativitätstheorie auf einer Klassensitzung über ein Problem der klassischen Strömungsmechanik vorzutragen, soll hier nicht spekuliert werden – vielleicht ist diese Frage für die Psychologie wissenschaftlichen Schöpfungstums nicht uninteressant. Fest steht jedenfalls, daß Einstein auch ein exzellenter Kenner der gesamten klassischen Physik war – nicht zuletzt aus seiner Tätigkeit am Berner Patentamt, für die

1 Sitz.-Ber. Preuß. Akad. Wiss., phys.-math. Kl. 1926, S. 1.

2 Vgl. z. B. v. Borzeszkowski, H.-H., Treder, H.-J.: Unitary field theory and prospects of generalized general relativity theory. Max-Planck-Institut für Wissenschaftsgeschichte, Preprint 267, 2004, 17–39.

3 Vgl. Anm. 1.

er die Arbeit an der endgültigen Formulierung technischer Probleme „als wahren Segen“ für sich empfand, die „auch wichtige Anregungen für das physikalische Denken“ bot.<sup>4</sup> Aus dieser Zeit datiert auch ein Bericht von M. Solovine über gemeinsame Wanderungen, auf denen der Anblick der Alpenwelt anregte, „über ihre Formation und Struktur und auch über allgemeine Fragen der Geologie zu sprechen“.<sup>5</sup> Als Akademiemitglied hat Einstein in seiner Berliner Zeit mehrere Klassen- und Plenarvorträge von Albrecht Penck zu geomorphologischen Themen gehört.<sup>6</sup>

Einsteins Vortrag wurde in den Sitzungsberichten der Preußischen Akademie der Wissenschaften nicht veröffentlicht, wohl aber unter einem ganz ähnlichen Titel in Heft 11 der *Naturwissenschaften* vom 12. März 1926.<sup>7</sup> Der Verfasser hielt diesen Aufsatz für wert, als einer von insgesamt 15 wissenschaftlichen Beiträgen in sein „Weltbild“ aufgenommen zu werden,<sup>8</sup> und Erwin Schrödinger schrieb am Ende eines Briefes vom 23. April 1926 an Einstein: „Sehr unterhalten hat mich Ihre reizende Erklärung der Mäanderbildung. Über das ‚Theetassenphänomen‘ hatte mich meine Frau zufällig wenige Tage vorher interpelliert, ich wußte aber keine vernünftige Erklärung. Sie sagt, sie wird jetzt nie wieder den Tee umrühren, ohne dabei an Sie zu denken.“<sup>9</sup>

Charney und Eliassen haben in einer ihrer Pionierarbeiten zur numerischen Wettervorhersage bei der Behandlung des abschwächenden Effektes der Bodenreibung auf die atmosphärischen Druckgebilde ausdrücklich auf die Einsteinsche Arbeit in einer früheren Auflage des „Weltbildes“ Bezug genommen und das Abklingverhalten der atmosphärischer Störungen als Folge einer reibungsbedingten Sekundärzirkulation (im Falle der „Teetassen-Zyklone“ an der Bewegung der Teeblätter ablesbar) mittels der vereinfachten Bewegungsgleichungen in Wirbelform (geostrophisch approximierte Vorticitygleichung für eine äquivalent-barotrope Atmosphäre) beschrieben.<sup>10</sup> Im

4 Aus der „Autobiographischen Skizze“ zitiert nach Kuznecov, B. G.: Einstein Leben – Tod – Unsterblichkeit. Berlin 1979, S. 36.

5 Albert Einstein, Briefe an Maurice Solovine. Berlin 1960, S. XXIV.

6 Vgl. Albert Einstein in Berlin 1913–1933, Teil II, Spezialinventar. Berlin 1979, S. 209 ff., insbesondere Dokumente Nr. 98, 128, 161, 212, 269, 329 u.a.

7 Einstein, A.: Die Ursache der Mäanderbildung der Flußläufe und des sogenannten Baer-schen Gesetzes. *Naturwiss.* 14, 1926, 223–224.

8 Seelig, C. (Hrsg.): Albert Einstein, Mein Weltbild. Zürich, Stuttgart, Wien, 1953, 217–222.

9 Prizbram, K. (Hrsg.): Schrödinger, Planck, Einstein, Lorentz. Briefe zur Wellenmechanik. Wien, 1963, 24–25.

10 Charney, J. G., Eliassen, A.: A numerical method for predicting the perturbations of the middle latitude westerlies. *Tellus* 1, 1949, 2, 38–54, insbesondere S. 45–47.

Anschluß an diese Betrachtungen sind Ausführungen über „spin down“ atmosphärischer Störungen als Effekt des „Ekman pumping“ in der atmosphärischen Grenzschicht (Ekman layer) zum festen Bestand von Lehrbüchern der dynamischen Meteorologie geworden.<sup>11</sup>

Wir werden im folgenden zweiten Abschnitt im Zusammenhang mit Einsteins Arbeit den Begriff der reibungsbedingten Sekundärzirkulation erläutern und ihre Rolle für die Geomorphologie von Flußläufen kurz diskutieren. Der dritte Abschnitt soll dann einer historischen Betrachtung von Ansätzen zur Beschreibung von Reibungseffekten auf atmosphärische Druckgebilde sowie einem Vorschlag zur Weiterentwicklung des spin down-Konzeptes gewidmet sein, der vierte Abschnitt ein kurzes Resümee bieten.

## **2. Reibungsbedingte Sekundärzirkulationen und die Gestalt der Flußufer**

Sekundärzirkulationen sind größermaßstäblichen (größerscaligen) Zirkulationen überlagerte Bewegungen in Fluiden, die durch ein primäres Zirkulationssystem unterhalten werden. Ihr Antrieb kann, wie z. B. im Falle atmosphärischer Fronten und Konvektionssysteme, durch die (barokline) thermohydrodynamische Struktur des übergeordneten Stromfeldes oder aber durch dessen mechanische Beeinflussung an seinen Rändern erfolgen, wofür Hinderniswellen an Gebirgen ebenso als Beispiel dienen können wie Zirkulationen um Dünen oder Buhnen.<sup>12</sup>

Auch die von Einstein diskutierte reibungsbedingte Sekundärzirkulation in der Teetasse oder dem gekrümmten Flußlauf verdankt ihre Entstehung der Abbremsung der Strömung in einer Grenzschicht, die sich an ihrer Berandung, insbesondere am Boden der Tasse bzw. des Flußbettes ausbildet: In einer stationären, nicht reibungsbeeinflussten Strömung längs gekrümmter Stromlinien herrscht Kräftegleichgewicht zwischen auswärts gerichteter Zentrifugal- und der einwärts gerichteten Komponente der Druckgradientkraft, letztere bedingt durch einen Anstieg des Flüssigkeitsspiegels zur Außenseite der Strömung, im Falle einer als starrer Körper (d. h. mit ortsunabhängiger Winkelgeschwindigkeit) rotierenden Flüssigkeitsmasse bekanntlich in Ge-

11 Vgl. z. B. Holton, J. R.: An introduction to dynamic meteorology. New York, London, 1972, 88–94; Pichler, H.: Dynamik der Atmosphäre. Heidelberg, Berlin, Oxford. 3. Aufl., 1997, S. 488ff.; Lange, H.-J.: Die Physik des Wetters und des Klimas. Berlin, 2002, S. 342ff.

12 Zu unterschiedlichen Anwendungen des Begriffes der Sekundärzirkulation in der Meteorologie und insbesondere zum „Ekman pumping“ vgl. Glickman, T. (ed.): Glossary of Meteorology, 2nd ed., Boston, Mass., 2002, S. 670f. bzw. S. 257.

stalt eines Paraboloids. In der Nähe des Tassen- bzw. Flußbodens ist die Geschwindigkeit der primären Strömung (Grundströmung) reibungsbedingt reduziert und damit die Balance zwischen Zentrifugal- und Druckgradientkraft gestört, was infolge der Dominanz der letzteren eine sekundäre bodennahe Strömung einwärts zur Folge hat, die die Teeblätter zur Mitte des Bodens befördert – die einfache Erklärung des Phänomens, die Schrödinger seiner Frau schuldig bleiben mußte!

Die quer zur Grundströmung gerichtete Flüssigkeitsbewegung in Bodennähe reicht im Falle des rotierenden Teeaufgusses bis in die Mitte der Tasse, im Falle des gekrümmten Flußlaufes bis zu seiner Innenseite – in beiden Fällen resultiert aus Kontinuitätsgründen eine Sekundärzirkulation mit auswärts gerichteter Bewegung in den oberen Schichten, also eine reibungsbedingte Radial- bzw. Querzirkulation mit entsprechenden Vertikalkomponenten (aufsteigende Bewegung in der Mitte der Tasse bzw. an der Innenseite der Flußkrümmung, absteigende Bewegung jeweils an den Außenseiten), wie in der Einsteinschen (übrigens formellosen) Veröffentlichung skizziert.

Bevor wir die Erklärung der Mäanderbildung und die Relevanz des sog. Baerschen Gesetzes etwas näher betrachten, sei nochmals auf die „Zyklone in der Teetasse“ zurückgekommen: Unter dieser Überschrift hatte Wladimir Köppen ein Jahrzehnt vor dem Vortrag und der Publikation Einsteins in einer kurzen Zeitschriftennotiz auf die Reibung an der Erdoberfläche als längst bekannte Ursache für die „einströmende Bewegung in der untersten Schicht der Zyklonen“ und als Analogie hierzu auf die „Ansammlung der Teeblättchen in einer Tasse Tee in der Mitte des Bodens, wenn man die Flüssigkeit mit dem Löffel in Bewegung versetzt,“ verwiesen.<sup>13</sup>

Bei Köppen findet sich darüber hinaus ein „Kontrollversuch“ beschrieben, der an den berühmten Eimerversuch Newtons erinnert, mit dem dieser den Gegensatz zwischen „absoluter“ und „relativer“ Bewegung erklären wollte:<sup>14</sup> Versetzt man nicht die Flüssigkeit in der feststehenden Tasse, sondern diese selbst in eine Drehbewegung, so teilt sich diese über die Bodenreibung zuerst der untersten Flüssigkeitsschicht mit, so daß hier zunächst eine auswärts gerichtete Bewegung mit Aufsteigen der Flüssigkeit am Rande und Absinken in der Mitte der Tasse einsetzt, die anfangs die Teeblätter nach außen trägt.

---

13 Köppen, W.: Die Zyklone in der Teetasse. Meteorol. Z. 33, 1916, 422.

14 Vgl. z. B. Sommerfeld, A.: Vorlesungen über theoretische Physik, Bd. I, Mechanik. 5. Aufl., Leipzig 1954, S. 9.

Über Versuche ähnlicher Art, ausgeführt mittels einer Schwungmaschine und unter Verwendung von Hektographentinte, hatte Wilhelm v. Bezold wiederum nahezu drei Jahrzehnte vorher vor der Preußischen Akademie der Wissenschaften berichtet<sup>15</sup> und dabei interessanterweise bemerkt, daß sich in seinen Experimenten mit rotierenden Flüssigkeiten deren Oberflächen im Falle von Verschmutzung ähnlich wie die Bodenschicht verhielten. Die Drehbewegung übertrug sich daher sowohl vom Boden wie von der Oberseite des in Rotation versetzten Gefäßes (und zusätzlich vom Rande) her in das Innere der Flüssigkeit. Nach Stillstand des Gefäßes aber zeigten sich bei noch fortdauernder Rotation der Flüssigkeit anstelle der von Köppen und Einstein beschriebenen einfachen „zyklonalen“ Reibungszirkulation mehrere übereinander gelagerte Zirkulationszellen mit jeweils gegenläufigem Umlaufsinn bei einwärts gerichteter Radialkomponente der Strömung am Boden wie an der Oberfläche der Flüssigkeit.<sup>16</sup>

In der Tat kann man besonders in hohen Gefäßen beobachten, daß sich Teeblätter infolge des Umrührens der Flüssigkeit nicht nur am Boden, sondern gelegentlich auch an der Oberfläche der Flüssigkeitssäule in der Nähe der Rotationsachse ansammeln – die Strömungsverhältnisse gestalten sich unter dem Einfluß von Grenzflächen- und Turbulenzeffekten in Abhängigkeit von den Aspektverhältnissen im einzelnen offenbar komplizierter als im einfachen Modellbeispiel der Teetasse nach Einstein bzw. Köppen, was sinngemäß auch für die Flußmäanderbildung gelten dürfte.

Für die letztere wurde schon lange vor Einsteins Vortrag das „Pendeln des Stromstrichs“ im Zusammenhang mit der Wirkung der Zentrifugalkraft in einem gekrümmten Flußlauf verantwortlich gemacht,<sup>17</sup> die zu einer Verschiebung des Stromstrichs – der Zone maximaler Strömungsgeschwindigkeit – zur Außenseite und dort zu verstärkter Seiten- und Tiefenerosion führen soll, womit eine einmal vorgebildete Ausbiegung des Flußlaufs ausgeweitet wird und der Prozeß zunehmender Mäandrierung durch eine Art positiver Rückkopplung verursacht wird, die ihr Ende mit der durch die Mäander bedingten fraktalen Verlängerung des Wasserlaufes, damit abnehmendem Gefälle und

15 Bezold, W. v.: Experimentaluntersuchungen über rotirende Flüssigkeiten. Sitz. Ber. Preuß. Akad. Wiss. 1887, 261–273.

16 Ebenda, Tafel IV, insbesondere Abb. 9–11.

17 Man vergleiche z. B. die ausführliche Darstellung der Mäanderbildung und der Problematik des Baerschen Gesetzes im Lehrbuch von Penck, A.: Morphologie der Erdoberfläche, Bd. I. Stuttgart 1894, bes. S. 346–360.

demzufolge verminderter Strömungsgeschwindigkeit findet, mit der auch die sekundäre Quercirkulation an Erosions- und Transportvermögen verliert.

Der Mechanismus dieser reibungsbedingten Lateralzirkulation als Ursache für die Mäanderbildung selbst war bereits volle fünfzig Jahre vor dem Einsteinschen Vortrag, nämlich am 4. Mai 1876 in einer Mitteilung von J. Thomson an die Royal Society, vorgelegt von W. Thomson (Lord Kelvin), in aller Ausführlichkeit erläutert worden.<sup>18</sup> L. Prandtl verwies im Anschluß an die Einsteinsche Veröffentlichung in den *Naturwissenschaften* auf die Thomsonsche und auf weitere theoretische wie auch experimentelle Untersuchungen schon damals so genannter „Sekundärströmungen“.<sup>19</sup>

Einsteins Mitteilung war also nicht von originärem Neuheitswert, und der Autor bezweifelte eingangs auch, „ob dem Fachmann irgend etwas, was ich darüber im folgenden sage, neu ist“, freilich nicht ohne hinzuzufügen, er habe jedoch niemanden gefunden, „der die in Betracht kommenden ursächlichen Zusammenhänge vollständig gekannt hätte.“<sup>20</sup> Tatsächlich ist die Erklärung für die Ausbildung des Prallhangs an der Außen- und des Gleithangs an der Innenseite gekrümmter Wasserläufe als Ausgangspunkt für die Entstehung sich spontan ausweitender und stromabwärts verlagernder Mäander auch in modernen Lehrbüchern und Nachschlagewerken der physischen Geographie häufig zumindest lückenhaft, wenn als Begründung für die verstärkte Seiten- und Tiefenerosion an der Außenseite lediglich auf die nicht näher erläuterte erhöhte Fließgeschwindigkeit bzw. die Wirkung der Fliehkraft verwiesen wird,<sup>21</sup> die ja ohne Beachtung der von Thomson und Einstein beschriebenen reibungsbedingten Quercirkulation im Flußbett lediglich zu einer Erhöhung des Wasserstandes am äußeren Ufer führen würde.<sup>22</sup>

18 Thomson, J.: On the origin of windings of rivers in alluvial plains, with remarks on the flow of water around bends in pipes. Proc. Roy. Soc. XXV, 1877, 5–8. Der Autor ließ ein Jahr darauf an gleicher Stelle noch eine Kurzmitteilung über Laboratoriumsexperimente zur Mäanderbildung folgen (Proc. Roy. Soc. XXVI, 1878, 356–357)

19 Prandtl, L.: Bemerkung zu dem Aufsatz von A. Einstein: Die Ursache der Mäanderbildung und das sogenannte Baersche Gesetz. Naturwiss. 14, 1926, 619–620. Der Meinung Prandtls, die Thomsonsche Arbeit sei in Deutschland „allerdings anscheinend nur wenig beachtet worden“, steht zumindest deren Zitat im Lehrbuch von Penck (vgl. Anmerkung 17) entgegen.

20 Einstein, A., wie Anm. 7, a. a. O., S. 223.

21 Vgl. z. B. Neef, E. (Hrsg.): Das Gesicht der Erde. Taschenbuch der Physischen Geographie, 4. Aufl. Zürich und Frankfurt/Main, S. 711ff.; Louis, H., Fischer, K.: Allgemeine Geomorphologie. Lehrbuch der Allgemeinen Geographie, Bd. I, 4. Aufl. Berlin, New York, 1979, S. 218ff.; Goudie, A.: Physische Geographie. Heidelberg, Berlin, Oxford, 1995, S. 315ff.; Tietze, W. (Hrsg.): Lexikon der Geographie. Bd. III, 2. Aufl. Braunschweig, 1973, S. 167.

Auch eine Notiz von O. Baschin in den *Naturwissenschaften*, in der der Autor unter Bezug auf den Einsteinschen Beitrag eine andersartige Erklärung für die Mäanderbildung auf der Grundlage eines „Gleitflächengesetzes“ präsentierte, zeigt, daß die genannte Problematik durchaus nicht trivial war.<sup>23</sup> Baschin konnte sich dabei immerhin auf F. M. Exner berufen, der die Mäanderbildung in Analogie zum Auftreten Helmholtzscher Wogen betrachtet bzw. das Pendeln des Stromstrichs als stehende Welle behandelt hatte und sowohl mit quantitativen Ansätzen, als auch mit Modellversuchen hervorgetreten war, ohne aber die Rolle der Quercirkulation zu erwähnen.<sup>24</sup>

Umstritten seit den ersten diesbezüglichen Arbeiten von M. Babinet<sup>25</sup> und K. E. v. Baer<sup>26</sup> in den Jahren 1859/60 war und ist bis in die Gegenwart der Einfluß der Coriolisbeschleunigung, die auf der Nord(Süd-)halbkugel zu einer verstärkten Erosion der rechten (linken) Flußufer („Baersches Gesetz“) und auch zu einem bevorzugten Auftreten rechts(links-)seitiger Mäander führen soll – nach Einstein Folge einer reibungsbedingten Quercirkulation ganz analog zum Fliehkrafteffekt in gekrümmten Flußläufen. W. Schmidt beispielsweise hat im Jahr des Einsteinschen Klassenvortrages und seiner Publikation in den *Naturwissenschaften* vor der Wiener Akademie unter Berufung auf Modellversuche eine Wirkung der Erddrehung auf die Gestalt der Flußläufe ausdrücklich in Zweifel gezogen,<sup>27</sup> und auch neuere Nachschlagewerke beurteilen diesen Effekt eher skeptisch.<sup>28</sup>

Ohne zu dieser Diskussion hier im Detail Stellung zu nehmen, sei angemerkt, daß der Betrag des radialen Druckgradienten, der zugleich ein Maß für

- 
- 22 Eine korrekte und umfassende Erklärung der Seitenerosion unter Hervorhebung der Quercirkulation bietet demgegenüber Weber, H.: Die Oberflächenformen des festen Landes. Leipzig, 1967, S. 73ff.
- 23 Baschin, O.: Gleitflächengesetz und Flußmäander. *Naturwiss.* 14, 1926, 391–392.
- 24 Vgl. z. B.: Exner, F. M.: Über oszillierende Strömungen in Luft und Wasser. *Ann. Hydrogr. marit. Meteorol.* 47, 1919, 155–168; Zur Theorie der Flumäander. *Sitz. Ber. Akad. Wiss. Wien, Math.-nat. Kl. IIa*, 128, 1919, 1453–1473; Über die Wechselwirkung zwischen Wasser und Geschiebe in Flüssen. *Ebenda*, 134, 1925, 165–203.
- 25 Babinet, J.: Influence du mouvement de rotation de la terre sur le course de rivières; remarques présentées à l’occasion de la communication précédente. *Compt. Rend. de l’Académie des Sciences* 49, 1859, 638–641. Vgl. dazu auch S. 658–660, 685–693, 769–780.
- 26 Baer, K. E. v.: Über ein allgemeines Gesetz in der Gestaltung der Flussbetten. *Bull. de l’Académie des Sciences de St.-Pétersbourg*, 1860, 2, 1–49, 218–250, 353–382.
- 27 Schmidt, W.: Modellversuche zur Wirkung der Erddrehung auf Flußläufe. *Sitz. Ber. Akad. Wiss. Wien, Math.-nat. Kl. IIa*, 135, 1926, 443–451. Soweit aus der Beschreibung der Versuchsanordnung ersichtlich, scheint der Autor allerdings ein anderes Phänomen – die Realisierung eines Trägheitskreises – beobachtet zu haben.
- 28 Vgl. z. B.: Tietze, W. (Hrsg.): *Lexikon der Geographie*. Bd. I, 2. Aufl. Braunschweig, 1972, S. 313.

die kinetische Energie der Querkirkulation und damit auch für deren Erosions- und Transportvermögen ist, in der stationären Strömung einer Flüssigkeit der Dichte  $\rho$  mit dem Krümmungsradius  $R$  und der Strömungsgeschwindigkeit  $U$  näherungsweise  $\rho U^2/R$   $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-2}$  ist, während der Corioliseffekt auf der Nord(Süd-)halbkugel einen strömungsquer nach rechts (links) gerichteten Druckgradienten von ca.  $\rho|f|U$   $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-2}$  bedingt, worin noch  $f = 2\omega \sin\varphi$  den aus der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  der Erdrotation und der geographischen Breite  $\varphi$  gebildeten Coriolisparameter bedeutet. Das Zahlenverhältnis von Krümmungs- und Corioliseffekt  $U/R|f| = Ro$  entspricht damit der mit dem Krümmungsradius  $R$  des Flußlaufes gebildeten Rossby-Zahl  $Ro$ , die ihrerseits als Quotient aus dem Trägheitsradius  $U/|f|$  und dem Krümmungsradius  $R$  aufgefaßt werden kann.<sup>29</sup>

Da Fließgeschwindigkeiten von  $1 \dots 10 \text{ m s}^{-1}$  in mittleren und höheren geographischen Breiten wegen  $\text{magn } f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  Trägheitsradien von  $10 \dots 100 \text{ km}$  nach sich ziehen, fällt also der Krümmungseffekt mit Ausnahme sehr großer Krümmungsradien, die im Bereich der genannten Werte für den Trägheitsradius liegen, um Größenordnungen wirksamer aus als der Einfluß der Erdrotation, die nur für langsam und in weiten Windungen strömende Flüsse von vergleichbarer Rolle für die Ufergestaltung sein könnte wie die Krümmungen des Flußlaufes.

In anschaulicher und überprüfbarer Weise äußern sich Krümmungs- und Corioliseffekt in einer Neigung der Wasseroberfläche quer zur Fließrichtung, deren Betrag mit der Schwerebeschleunigung  $g$   $U^2/Rg$  bzw.  $U|f|/g$  beträgt, wobei der letztere Ausdruck (Corioliseffekt) unter den obigen Annahmen von der Größenordnung  $10^{-5} \dots 10^{-4}$  ist, was im Falle eines  $1 \text{ km}$  breiten Stromes Unterschiede des Wasserstandes zwischen beiden Ufern von  $1 \dots 10 \text{ cm}$  bedeutet.<sup>30</sup>

### 3. Reibungsbedingte Sekundärzirkulation in atmosphärischen

---

29 Der Trägheitsradius bezeichnet den Radius eines Kreises, der von einem Massenpunkt in der Horizontalebene im Gleichgewicht von Zentrifugal- und Coriolisbeschleunigung (unter Vernachlässigung der Ortsabhängigkeit des Coriolisparameters) durchlaufen wird.

30 Entsprechende Neigungen von Flußspiegeln wurden bereits gegen Ende des 19. Jahrhunderts gemessen und im Einklang mit den betreffenden Formeln befunden, wie man dem zitierten Lehrbuch von Penck, 1894, entnehmen kann, das auch den damaligen Stand der Diskussion über die Rolle des Corioliseffektes für die Verschiebung der Flüsse wiedergibt. Vgl. Anm. 17, ebenda, S. 351ff.



### Wirbeln – Spin down und Fill in

Reibungsbedingte Sekundärzirkulationen in der Atmosphäre, durch die Köppen-Einsteinsche „Zyklone in der Teetasse“ in einem Inertialsystem, d. h. ohne die für großräumige atmosphärische Bewegungen fundamentale Coriolisbeschleunigung veranschaulicht, waren bereits in der Meteorologie der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts Gegenstand des zunächst empirischen Studiums bodennaher Windfelder im Bereich der „Stürme“. Den lebhaften Auseinandersetzungen zwischen den Vertretern der „centrifugal theory“ (W. Redfield, W. Reid) und der „centripetal theory“ (H. W. Brandes, J. P. Espy, T. Reye), die ein Umströmen der Zyklone (auf der Nordhalbkugel gegen den Uhrzeigersinn) bzw. ein Einströmen in Richtung des radialen Druckgefälles postulierten, und der Synthese beider Auffassungen durch E. Loomis<sup>31</sup> folgten in der zweiten Hälfte des Jahrhunderts empirische Formulierung (C. H. D. Buys Ballot) und theoretische Begründung (Ferrel) des barischen Windgesetzes.<sup>32</sup>

Während großräumige, quasistationäre Horizontalbewegungen in der freien Atmosphäre im annähernden Gleichgewicht zwischen Druckgradient- und Corioliskraft quasigeostrophisch verlaufen und das zugehörige geostrophische Stromfeld divergenzfrei ist, bedingt dessen bodenreibungsbedingte Störung im Bereich der atmosphärischen Grenzschicht (planetary boundary layer, Ekman layer o. ä.) die bekannten reibungsbedingten Vertikalbewegungen im Bereich der atmosphärischen Druckgebilde. Diese Vertikalbewegungen, die als Bestandteil der reibungsbedingten Sekundärzirkulation auch den bereits genannten Spin-down-Mechanismus in Gang setzen, wurden unter stark vereinfachenden Annahmen zuerst von C. M. Guldberg und H. Mohn sowie von A. Oberbeck theoretisch behandelt<sup>33</sup> und bereits im ersten Lehrbuch der theoretischen Meteorologie, das im Jahre 1885 von A. Sprung verfaßt wurde, im Zusammenhang mit den damaligen Reibungsansätzen in den atmosphärischen Bewegungsgleichungen ausführlich behandelt.<sup>34</sup>

31 Vgl. die meteorologiehistorische Darstellung von G. Kutzbach: *The thermal theory of cyclones*. Lancaster, Pennsylvania, 1979.

32 Vgl. dazu die Monographie von G. Kutzbach (Anm. 31) sowie die zeitgenössischen Ausführungen von Hann, J.: *Ueber die Priorität des Buys-Ballot'schen Gesetzes*. *Z. Österr. Ges. Meteorol.* 20, 1885, 94–97. Ferrel, W.: *Priorität des Buys-Ballot'schen Gesetzes*. Ebenda, S. 187.

33 Guldberg, C. M., Mohn, H.: *Die Bewegung der Luft in aufsteigenden Wirbeln (Cyclonen)*. *Z. österr. Ges. Meteorol.* 12, 1877, 257–268; *Die Bewegung der Luft in herabsteigenden Wirbeln (Anticyklonen)*. Ebenda, S. 273–276. Oberbeck, A.: *Ueber Bewegungen der Luft an der Erdoberfläche*. *Wied. Ann. Phys. Chem.* 17, 1882, 126–148.

34 Sprung, A.: *Lehrbuch der Meteorologie*. Hamburg, 1885, 112 ff., 208 ff.

Der Spin-down-Effekt wird im Anschluß an die Ausführungen von Charney und Eliassen<sup>35</sup> unter weitgehenden Vereinfachungen und mit der Annahme begründet, daß der integralen reibungsbedingten Strömungskonvergenz in einer Grenzschicht der Höhe  $h$  aus Kontinuitätsgründen eine gleich große, bis zur Obergrenze der freien Atmosphäre integrierte Divergenz entspricht, die nach der Vorticitygleichung mit einem Abbau zyklonaler Wirbelgröße (sign  $\zeta = \text{sign } f$ ) entsprechend der Formel  $d\zeta/dt \approx -(f + \zeta)w_h/H_h$  verbunden ist, worin  $w_h$  die Vertikalgeschwindigkeit an der Obergrenze der Grenzschicht und  $H_h$  die Skalenhöhe  $H_h = R_a T/g$  daselbst mit der Lufttemperatur  $T$  und der Gaskonstanten  $R_a$  der Luft bezeichnen. Für eine Antizyklone resultiert mit bodenreibungsbedingtem Ausströmen und Absinken  $w_h < 0$  nach der gleichen Formel ein Abbau antizyklonaler Wirbelgröße (sign  $\zeta \neq \text{sign } f$ ).

Die reibungsbedingte Vertikalgeschwindigkeit ihrerseits ist gemäß  $\rho w_h = f^{-1} \text{rot}_z \tau$  eine Funktion der Vertikalkomponente des Rotors der Schubspannung  $\tau = \rho v_* \mathbf{v}_*$  an der Erdoberfläche, wenn  $\mathbf{v}_*$  den Vektor der Schubspannungsgeschwindigkeit bedeutet, der unter Einführung der geostrophischen Windgeschwindigkeit  $\mathbf{v}_g$ , des geostrophischen Spannungskoeffizienten  $c_g = v_*/v_g$  und des Winkels  $\alpha$  zwischen der Richtung des wahren und der des geostrophischen Windes mit den natürlichen horizontalen Koordinaten  $(s, n)$  gemäß

$$\mathbf{v}_* = \mathbf{s} v_g c_g \cos \alpha + \mathbf{n} v_g c_g \sin \alpha$$

durch den Vektor des geostrophischen Windes  $\mathbf{v}_g$  ausgedrückt werden kann. Damit resultiert nach Divergenzbildung und Integration von der Erdoberfläche bis zur Obergrenze der Grenzschicht mit  $\tau_h = 0$  näherungsweise

$$w_h = v_g f^{-1} \left[ (\text{rot}_z \mathbf{v}_g - \partial v_g / \partial n) c_g^2 \cos \alpha + (\partial v_g / \partial s) c_g^2 \sin \alpha \right],$$

worin  $\text{rot}_z \mathbf{v}_g = \zeta_g$  die geostrophische Vorticity und  $-\partial v_g / \partial n$  deren Scherungsanteil (geostrophische Scherungsvorticity),  $\partial v_g / \partial s$  dagegen die Geschwindigkeitsdivergenz des geostrophischen Windes darstellen. In dieser vereinfachten Beziehung für die reibungsbedingte Vertikalgeschwindigkeit  $w_h$  wurden im Gegensatz zu der ausführlichen Ableitung und Diskussion eines entsprechenden Ausdruckes<sup>36</sup> der Unterschied der Luftdichte zwischen Erdoberfläche und Obergrenze der Grenzschicht sowie die Abhängigkeit der Parameter  $c_g$  und  $\alpha$  von  $v_g$  außer acht gelassen.

35 Vgl. Anmerkungen 10 und 11.

36 Bernhardt, K.: Der ageostrophische Massenfluß in der Bodenreibungsschicht bei beschleunigungsfreier Strömung. Z. Meteorol. 21, 1970, 259–279, bes. S. 270f.

In der angeführten Lehrbuchliteratur zur Beschreibung des Spin-down-Effektes nach dem Vorbild von Charney und Eliassen wird zur Bestimmung der reibungsbedingten Vertikalgeschwindigkeit auf die noch gröbere Annahme der bekannten Ekmanspirale zurückgegriffen, was auf einen Ausdruck der Gestalt

$$w_h = (f/|f|)\zeta_g(K/2|f|)^{1/2} = (f/|f|)\zeta_g h/2\pi$$

führt, in dem  $K$  den höhenkonstant angenommenen Turbulenzkoeffizienten für Impuls (eddy viscosity) bedeutet. Wird nun noch Barotropie, d. h. auch Unabhängigkeit der geostrophischen Vorticity von der Höhe vorausgesetzt, erhält man für den Spin-down-Effekt aus der vereinfachten Vorticitygleichung ( $|\zeta_g| \ll |f|$ ) schließlich

$$\zeta_g^{-1} d\zeta_g/dt \approx -f w_h / \zeta_g H_h = - (K|f|/2)^{1/2} / H_h = - |f| h/2\pi H_h.$$

Die reibungsbedingte Sekundärzirkulation führt damit in der freien Atmosphäre zu einem exponentiellen Abklingen der geostrophisch approximierten Vorticity gemäß

$$\zeta_g(t) = \zeta_g(0)e^{-at},$$

wobei das Ekman-Modell mit  $a = (K|f|/2)^{1/2}/H_h = |f|h/2\pi H_h$ ,  $H_h \approx 8000$  m für mittlere und höhere geographische Breiten ( $f \approx 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ) unter den plausiblen Annahmen  $K \approx 1 \dots 10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  bzw.  $h \approx 500 \dots 1500$  m Werte für die Zeitkonstante  $a$  im Bereich  $(1 \dots 3)10^{-6} \text{ s}^{-1}$  liefert, was einem Rückgang des Betrages der Wirbelgröße auf das 1/e-fache ihres Ausgangswertes binnen etwa 4 bis 12 Tagen entspräche.

Die weiter oben angeführte allgemeinere Formel für  $w_h$  würde bei Vernachlässigung der gesondert erscheinenden Scherungsvorticity- und Geschwindigkeitsdivergenzterme  $-\partial v_g/\partial n$  bzw.  $\partial v_g/\partial s$  nach geostrophischer Approximation eine Zeitkonstante  $a = v_g(c_g^2 \cos\alpha)/H_h$  ergeben, die mit  $v_g \approx 10 \text{ m s}^{-1}$  und  $c_g^2 \approx 10^{-3}$  ebenfalls von der Größenordnung  $10^{-6} \text{ s}^{-1}$  wäre, angesichts der großen Schwankungsbreite des Parameters  $c_g^2 \cos\alpha$  in Abhängigkeit von geostrophischer Windgeschwindigkeit, Rauigkeit der Unterlage und thermischer Schichtung der Grenzschicht aber auch eine Zehnerpotenz kleiner oder größer ausfallen könnte.<sup>37</sup>

Die destruktive Wirkung der Bodenreibung auf die atmosphärischen Druckgebilde – insbesondere auf die Tiefdruckgebiete – wurde allerdings be-

37 Diagramme zur Bestimmung der entsprechenden Parameter in den Formeln zur Berechnung der reibungsbedingten Vertikalbewegungen über Land und Meer sind bei Bernhardt, a.a.O., S. 268f. wiedergegeben.

reits vor der Betrachtung ihrer Wirbelgrößenbilanz erkannt, und zwar als Folge der „ausfüllenden Bewegungen“, d. h. des schon am Anfang dieses Abschnittes erwähnten bodennahen Einströmens der Luft in das Tiefdruckgebiet, das im Verein mit dem Ausströmen aus dem Hochdruckgebiet zu einem Abbau der Luftdruckunterschiede in der Nähe der Erdoberfläche führt, die somit als „Ausgleichsniveau der Atmosphäre“ agiert.<sup>38</sup>

Man kann diesen Mechanismus analog zum „Spin down“ als „Fill in“ bezeichnen.<sup>39</sup> Zu seiner Abschätzung sei im Gegensatz zum „Spin down“ angenommen, daß die gesamte, in die Zyklone bodennah einströmende Luftmasse in ihr verbleibt bzw. die bodennah aus der Antizyklone ausströmende Luft nicht durch einen Zustrom in der Höhe ersetzt wird (Divergenzfreiheit in der freien Atmosphäre). Eine elementare Betrachtung unter Verwendung von Kontinuitäts- und statischer Grundgleichung zeigt, daß in einem stationären Druckgebilde damit eine Luftdruckänderung am Boden bzw. an der Obergrenze der Grenzschicht vom Betrag

$$\partial p_0 / \partial t \approx \partial p_h / \partial t = g \rho_h w_h$$

einhergeht. Ein Vergleich des Spin-down- mit dem historisch älteren Fill-in-Konzept ergibt

$$p_h^{-1} \partial p_h / \partial t = a \zeta_g / f \approx - f^{-1} d \zeta_g / dt$$

mit der Zeitkonstanten  $a$  wie oben (man beachte, daß auf beiden Halbkugeln  $\text{sign } \zeta_g = \text{sign } f$  einem zyklonalen Wirbel [Tiefdruckgebiet],  $\text{sign } \zeta_g \neq \text{sign } f$  dagegen einem antizyklonalen Wirbel [Hochdruckgebiet] entspricht und  $f$  selbst positiv auf der Nord-, negativ auf der Südhalbkugel ist).

Da nun aber die Druckstörungen in der unteren Atmosphäre mit  $p' \approx 10 \dots 50$  hPa von der (relativen) Größenordnung  $|p'/p| \approx 0,01 \dots 0,05$  sind, während die Beträge der relativen Vorticity mit  $|\zeta_g| \approx (1 \dots 5) 10^{-5} \text{ s}^{-1}$   $|\zeta_g/f| \approx 0,1 \dots 0,5$  liefern, würde sich die Druckstörung nach unserer Abschätzung in einer um etwa eine Größenordnung kürzeren Zeit abbauen als der zugehörige Wirbel. Diese Diskrepanz erklärt sich daraus, daß das Spin-down-Konzept allein die Wirbel-, das Fill-in-Konzept allein die Massenbilanz der Druckgebilde ohne Berücksichtigung der Koppelung zwischen Massen- und Bewegungsfeld erfaßt.

38 Vgl. z. B. Exner, F. M.: Dynamische Meteorologie. Leipzig, Berlin, 1917, S. 113f., 223f.; Schmidt, W.: Ausfüllende, im Sinne des Druckgefälles verlaufende Luftströmungen unter verschiedenen Breiten. Ann. Hydrogr. marit. Meteorol. 46, 1918, 130–132.

39 Bernhardt, K.: „Spin down“ versus „Fill in“ – zur Abschätzung des Effektes reibungsbedingter Sekundärzirkulationen. Ann. Meteorol. 37, Bd. 2, 1998, 401–402.

Diese Koppelung kann für die hier zur Debatte stehende Abschätzung mittels der barotropen Vorticitygleichung erfolgen, indem man, wie auch schon von Charney und Eliassen praktiziert,<sup>40</sup> die quasigeostrophisch approximierte reibungsfreie Vorticitygleichung für das Geopotential  $\Phi$  einer Druckfläche im Niveau  $h$  der Grenzschichtobergrenze durch einen reibungsbedingten Vertikalbewegungsterm ergänzt, so daß ohne Berücksichtigung der Vorticityadvektion

$$(\partial\Phi/\partial t)_h = gw_h + f^2RT \Delta(\partial\Phi/\partial t)_h$$

wird.

Mit dem Rossbyschen Deformationsradius  $L_R$  entsprechend  $L_R^2 = RT/f^2 = gH/f^2$  und dem charakteristischen horizontalen Längenmaßstab  $L_h$  für den geostrophisch approximierten Wirbel (relative Vorticity)  $\zeta_g$  bzw. die zugeordnete Geopotential/Druckfeldstörung  $\Phi'$ ,  $p'$  und daher  $\zeta_g = \Delta\Phi/f \sim -\Phi'/L_h^2$  folgen mit  $\lambda = L_h/L_R$

$$(\partial\Phi/\partial t)_h \approx gw_h/(1 + \lambda^{-2}), \quad f^{-1}\partial\zeta_g/\partial t \approx -w_h/H_h(1 + \lambda^2)$$

bzw.

$$\Phi'^{-1}(\partial\Phi'/\partial t)_h \approx \zeta_g^{-1}\partial\zeta_g/\partial t \approx -fw_h/\zeta_g H_h(1 + \lambda^2).$$

Dank der quasigeostrophischen Approximation beschreiben die vorstehend abgeleiteten Formeln das durch die reibungsbedingten Vertikalbewegungen verursachte Abklingen stationärer barotroper Wirbel und Druckfeldstörungen in einheitlicher Weise, so daß die oben vermerkte Diskrepanz zwischen den von Spin-down- und Fill-in-Ansatz gelieferten Abklingzeiten beseitigt ist. Die in beiden Konzepten willkürlich vorgegebene Strömungsdivergenz in der freien Atmosphäre wird in der hier skizzierten Ableitung implizit durch die Divergenz der isalobarischen ageostrophischen Windkomponente ausgedrückt, die mit der Druckfeldänderung selbst verknüpft ist.

Im Zusammenhang damit ist das Abklingverhalten nach den neuen Formeln über die Maßzahl  $\lambda$  im Gegensatz zu den herkömmlichen Lehrbuchansätzen scaleabhängig. Dabei kann die Länge  $L_R$  als Radius eines Trägheitskreises interpretiert werden, der mit dem  $2^{-1/2}$ -, d. h. dem ca. 0,707-fachen der Geschwindigkeit des freien Falles aus der Skalenhöhe  $H \approx 8$  km durchlaufen wird, wobei in mittleren und höheren Breiten  $L_R = (RT/f^2)^{1/2} = (gH/f^2)^{1/2} \approx 3000$  km ist.

---

40 Vgl. Charney, Eliassen, Anm. 10, a.a.O., S. 41f.

Wird die im Rahmen der reibungsbedingten Sekundärzirkulation an der Obergrenze der Grenzschicht auftretende Vertikalgeschwindigkeit wieder nach unserer zu

$$w_h = v_g \zeta_g (c_g^2 \cos \alpha) / f$$

vereinfachten allgemeineren Formel<sup>41</sup> ausgedrückt und wird wiederum im Sinne einer Scale-Betrachtung  $v_g \sim |\Phi'| / f L_h$  gesetzt, so resultieren

$$(|\zeta_g| \zeta_g)^{-1} \partial \zeta_g / \partial t \approx -g (c_g^2 \cos \alpha) / f^2 L_h (1 + \lambda^{-2})$$

und nach Integration von  $t = t_0$  ( $v_g(t_0) = v_{g0}$ ,  $\zeta_g(t_0) = \zeta_{g0}$ ) bis  $t$  schließlich ein hyperbolisches Abklingverhalten des Betrages der relativen Vorticity (und analog der Druckfeld/Geopotentialstörung) ohne Vorzeichenwechsel entsprechend dem Ausdruck

$$|1/\zeta_g(t) - 1/\zeta_g(t_0)| \approx (t - t_0) g (c_g^2 \cos \alpha) / f^2 L_h (1 + \lambda^{-2}).$$

Wie nach weiteren Umformungen ersichtlich, wäre unter den getroffenen Voraussetzungen und Vereinfachungen nach Ablauf der Zeit

$$t_n - t_0 = (n - 1)(1 + \lambda^2) H_h / v_{g0} c_g^2 \cos \alpha$$

der Betrag der relativen Vorticity auf den  $n$ -ten Teil ihres Ausgangswertes  $\zeta_{g0}$  zurückgegangen.

Während die Größenordnung von  $H_h / v_{g0} c_g^2 \cos \alpha \approx 10^6$  s ( $10^5 \dots 10^7$  s) etwa mit den traditionellen Abschätzungen übereinstimmt, ist die vorstehend skizzierte Ableitung gegenüber den einschlägigen Lehrbuchdarstellungen insofern realistischer, als eine Parametrisierung des für die Reibung verantwortlichen turbulenten Impulsaustauschs (eddy viscosity) über die beobacht- bzw. meßbaren Größen  $v_g$ ,  $c_g$  und  $\alpha$  erfolgt, womit die Abnahme des Impulsaustauschs mit sinkender geostrophischer Windgeschwindigkeit in der abklingenden Störung berücksichtigt wird (daher kein exponentielles Abklingen!) und eine bessere Anpassung der Formeln an unterschiedliche Unterlagen (Meeres- oder Landoberflächen mit verschiedener Rauigkeit) sowie thermische Schichtungsverhältnisse möglich ist. Realistisch ist ferner die gefundene Abhängigkeit der Abklingzeit von der horizontalen Ausdehnung der Störung, wie sie auch Gill<sup>42</sup> abgeleitet hat.

---

41 Vgl. Bernhardt, Anm. 36, a. a O.

42 Gill, A. E.: Atmospheric-Ocean Dynamics. Internat. Geophys. Ser. 30, 1982. San Diego etc., S. 353 ff.

## 4.

Zu Einsteins Klassenvortrag und der anschließenden Veröffentlichung bleibt abschließend festzustellen, daß seine Ausführungen zur Flußmäanderbildung und zur Begründung des Baerschen Gesetzes wohl hauptsächlich der Selbstverständigung über einen Baustein seines physikalischen Weltbildes gedient haben dürften. Hervorgegangen aus Diskussionen, in denen er bei seinen Gesprächspartnern offenbar eine vollständige Kenntnis der ursächlichen Zusammenhänge vermißte, waren seine Darlegungen zwar präzise und klärend, aber ohne grundsätzlichen Neuheitswert. Sie betrafen, wie unsere Literaturangaben ausweisen, immerhin einen Gegenstand, der bereits über fünf Jahrzehnte in den Bulletins der Wissenschaftsakademien zu London, Paris, St. Petersburg, Berlin und Wien seine Spuren hinterlassen hatte und in der Fachliteratur auch in der Folgezeit noch weiter behandelt wurde.

Ganz im Gegensatz zu seiner ebenfalls im Rahmen der klassischen Physik begründeten Theorie der Brownschen Bewegung<sup>43</sup> blieb Einsteins Exkurs in die Geomorphologie weitgehend folgenlos – die entsprechenden Lehrbuchwerke nehmen von seiner Arbeit in der Regel keine Kenntnis, obgleich dies angesichts der Klarheit der Einsteinschen Darstellung durchaus wünschenswert wäre. Ebenfalls wünschenswert und denkbar wäre eine quantitative Weiterentwicklung der Einsteinschen Darlegungen im Rahmen einer theoretischen Geomorphologie, zu der H. Ertel in den sechziger Jahren des 20. Jahrhunderts auf dem Gebiet der Potamologie mit theoretischen Ansätzen zur Beschreibung der fluvialen Erosion und Akkumulation Beiträge geleistet hat.<sup>44</sup>

Eine mathematische Modellierung der Mäanderbildung und des Einflusses von Krümmungs- und Corioliseffekten auf die Gestalt der Flußufer könnte über die Erklärung rezenter geomorphologischer Formbildungen hinaus auch die Grundlage für die Lösung einer inversen Aufgabe abgeben – die Ableitung von Aussagen über das Abflußregime fossiler Flußläufe aus Vermessungen ihrer heutigen geometrischen Parameter. Anwendungen auf die

43 Die diesbezüglichen Untersuchungen Einsteins über die Theorie der Brownschen Bewegung aus dem „annus mirabilis“ 1905 sind z. B. zusammengestellt in: Fürth, R. (Hrsg.): Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Bd. 199, Reprint der Einzelbände 199 und 207. 3. Aufl., Leipzig 1997, S. 1–53.

44 Ertel, H.: Fluviale Erosion und Akkumulation. Monatsber. d. DAW 5, 1963, 515–518; Flußbett-Deformation durch Akkumulation und Deformation. Ebenda, S. 682–683; Die Veränderung der Flußquerschnitte durch Erosion und Akkumulation. Acta Hydrophys. 8, 1964, 141–145.

irdische Klimageschichte wären ebenso denkbar wie auf die Geschichte eines vermuteten früheren hydrologischen Regimes auf dem Mars oder auf die fremdartige Welt der vielleicht von flüssigem Methan erfüllten Rinnen auf der Oberfläche des Saturnmondes Titan.